

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 20.05.2024 16:06:42  
Уникальный программный ключ:  
b683afe664d7e9f64175886cf9626a198149ad36

ПРИЛОЖЕНИЕ № 2

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Стерлитамакский филиал

Колледж

Фонд оценочных средств

по дисциплине ***ЕН.01 Математика***

***Математический и общий естественнонаучный цикл, обязательная часть***  
цикл дисциплины и его часть (обязательная, вариативная)

|                        |                                                           |
|------------------------|-----------------------------------------------------------|
|                        | специальность                                             |
| <b><i>40.02.01</i></b> | <b><i>Право и организация социального обеспечения</i></b> |
| код                    | наименование специальности                                |

уровень подготовки  
***базовый***

Разработчик (составитель)  
преподаватель  
И.Г. Аслаев  
ученая степень, ученое звание,  
категория, Ф.И.О.

## **I Паспорт фондов оценочных средств**

### **1. Область применения**

**Фонд оценочных средств (ФОС)** предназначен для проверки результатов освоения дисциплины «Математика», входящей в состав программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения. Объем часов на аудиторную нагрузку по дисциплине 10 часа, на самостоятельную работу 86 часов.

### **2. Объекты оценивания – результаты освоения дисциплины**

ФОС позволяет оценить следующие результаты освоения дисциплины в соответствии с ФГОС специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения рабочей программой дисциплины «Математика»:

#### **умения:**

- решать задачи на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков;
- применять основные методы интегрирования при решении задач;
- применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности;

#### **знания:**

- основные понятия и методы математического анализа;
- основные численные методы решения прикладных задач;

Вышеперечисленные умения, знания направлены на формирование у обучающихся следующих **общих компетенций**:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 9. Ориентироваться в условиях постоянного изменения правовой базы.

### **3 Формы контроля и оценки результатов освоения дисциплины**

Контроль и оценка результатов освоения – это выявление, измерение и оценивание знаний, умений и формирующихся общих и профессиональных компетенций в рамках освоения дисциплины.

В соответствии с учебным планом специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения, рабочей программой дисциплины «Математика» предусматривается текущий и промежуточный контроль результатов освоения.

#### **3.1 Формы текущего контроля**

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения.

Текущий контроль результатов освоения дисциплины в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании следующих обязательных форм контроля:

- выполнение практических работ,
- проверка выполнения самостоятельной работы студентов,

- проверка выполнения контрольных работ.

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – устный опрос, решение задач.

**Выполнение и защита практических работ.** Практические работы проводятся с целью усвоения и закрепления практических умений и знаний, овладения профессиональными компетенциями. В ходе практической работы студенты приобретают умения, предусмотренные рабочей программой дисциплины, учатся использовать формулы, и применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.

Список практических работ:

- Практическая работа №1 «Действия над комплексными числами в алгебраической форме»
- Практическая работа №2 «Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»
- Практическая работа №3 «Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера»
- Практическая работа №4 «Вычисление значений выражений с комплексными числами»
- Практическая работа №5 «Действия с матрицами»
- Практическая работа № 6 «Метод Гаусса решения СЛАУ»
- Практическая работа №7 «Применение правил дифференцирования для нахождения производных»
- Практическая работа №8 «Исследование функции с помощью производной»
- Практическая работа №9 «Производная и ее приложения»
- Практическая работа №10 «Производная функции нескольких переменных»
- Практическая работа №11 «Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов»
- Практическая работа №12 «Вычисление определенного интеграла»

Содержание, этапы проведения и критерии оценивания практических работ представлены в методических указаниях по проведению практических работ.

### **Практическая работа №1**

#### **«Действия над комплексными числами в алгебраической форме»**

*Задание 1.*

Найти комплексное число  $z$  из равенства  $2+3i = z+4+i$ .

*Задание 2.*

Найти произведение комплексных чисел  $z$  из равенства  $z_1=3+2i$  и  $z_2=-1-i$ .

*Задание 3.*

Найти частное от деления комплексного числа  $z_1=\frac{1}{2}-3i$  на число  $z_2=2+\frac{1}{3}i$ .

*Задание 4.*

Найти  $i^{59}$ .

*Задание 5.*

Вычислите

а)  $\left(-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2$ ;      б)  $\left(-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^4$ .

### **Примерные задания для самостоятельной работы № 1**

#### **«Действия над комплексными числами»**

#### **Вариант 1.**

1. Даны комплексные числа  $z_1, z_2$ . Найти  $z_1 \pm z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}$ ;  $z_1 = 15 + 8i, z_2 = 4 - 3i$ .
2. Представить число  $z = 3 - 4i$  в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение  $x^2 - x + 1 = 0$ .
4. Найти действительные числа  $x$  и  $y$  из уравнения  $(3+i)x - 2(1+4i)y = -2 - 4i$ .

### Вариант 2

1. Даны комплексные числа  $z_1, z_2$ . Найти  $z_1 \pm z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}$ ;  $z_1 = 9 - 3i, z_2 = 1 + 7i$ .
2. Представить число  $z = 2 + 3i$  в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение  $2x^2 + x + 1 = 0$ .
4. Найти действительные числа  $x$  и  $y$  из уравнения  $(1+2i)x - 3(1-2i)y = 1 + i$ .

### Практическая работа №2

#### «Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»

Задание 1.

Дано  $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$  и  $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ . Вычислить  $z_1 \cdot z_2$ .

Задание 2.

Дано  $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$  и  $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ . Вычислить  $\frac{z_1}{z_2}$ .

Задание 3.

Выразите  $\sin 4\phi$ , и  $\cos 4\phi$  через  $\sin \phi$  и  $\cos \phi$ .

Задание 4.

Дано  $z_1 = \sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$  и  $z_2 = \sqrt{3}\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$ . Найдите а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ;

в)  $z_1^3$ ; г)  $\sqrt{z_1}$ ; д)  $\overline{z_1 \cdot z_2}$ , е)  $\left(\frac{\overline{z_1}}{z_2}\right)$ .

Задание 5.

Вычислите:  $(1+i)^6$ .

### Практическая работа №3

#### «Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера»

Задание 1.

Переведите числа в показательную форму и выполните умножение.

Дано  $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$  и  $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ . Вычислить  $z_1 \cdot z_2$ .

Задание 2.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

Дано  $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$  и  $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ . Вычислить  $\frac{z_1}{z_2}$ .

Задание 3.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

$z = 2 - 2i, n = 6$ . Найти все значения  $z^n$ .

### Практическая работа №4

#### Вычисление значений выражений с комплексными числами»

Задание 1.

Даны числа  $z_1 = 2 + 3i$  и  $z_2 = 1 - 2i$ . Найдите числа: а)  $z_1 + z_2$ ; б)  $z_1 - z_2$ ; в)  $z_1 \cdot z_2$ ; г)  $\frac{z_1}{z_2}$ .

Задание 2.

Дано:  $z = 2 + i$ . Найдите  $z^n$ , если  $n = 2, 3, 4$ .

Задание 3.

Найдите  $x$  и  $y$  из уравнения  $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ .

Задание 4.

Найдите комплексно-сопряженные числа для следующих чисел и постройте их на комплексной плоскости:

а)  $z = 3 - 2i$ ; б)  $z = -2 - i$ ; в)  $z = 5i$ ; г)  $z = i$ ; д)  $z = 6$ .

Задание 5.

Вычислите

а)  $\frac{(2 - 2i)(3 + 4i) - 6i}{i + 1}$ ; б)  $\frac{(2 + 2i)(6 - i) + 1}{(2i + 1)^3}$ .

### Практическая работа №5 «Действия с матрицами»

Задание 1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислить произведение матриц  $AB$ , где

Задание 2.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти произведения матриц  $AB$  и  $BA$ , где

Задание 3.

Найти  $A^2$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .

Задание 4.

Вычислить значение многочлена  $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$  от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Задание 5.

Найти матрицу  $C = A^T - 3B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

Задание 6.

Найти матрицу  $A^n$  и ее след:  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}; n = 3$ .

### Примерные задания для самостоятельной работы № 2 «Операции над матрицами»

**Вариант 1.**

1. Найти матрицу  $C = -2A + 3B$ .

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить матрицу  $D = (A \cdot B)^T + C^2$  и найти ее след.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена  $f(x)$  от матрицы  $A$ :

$$f(x) = x^2 - 2x + 1; A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу  $A$  из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е.  $|A^3| - ?$

**Вариант 2.**

1. Найти матрицу  $C = -2A + 3B$ .

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить матрицу  $D = (A \cdot B)^T + C^2$  и найти ее след.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена  $f(x)$  от матрицы  $A$ :

$$f(x) = x^2 + 4x + 4; A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу  $A$  из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е.  $|A^3| - ?$

**Примерные задания для самостоятельной работы № 3****«Вычисление определителей»****Вариант 1.**

1. Вычислить произведение матриц  $A$  и  $B$ . Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

### Вариант 2.

1. Вычислить произведение матриц А и В. Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

## Практическая работа №6 «Метод Гаусса решения СЛАУ»

### Задание 1.

Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

### Задание 2.

Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

### Задание 3.

Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

## Примерные задания для самостоятельной работы № 4 «Решение СЛАУ»

### Вариант 1

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

- а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;  
в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;

в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

### Практическая работа №7

#### «Применение правил дифференцирования для нахождения производных»

Задание 1.

Найти производные функций:

а)  $y = x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}$ ;      б)  $y = \frac{3}{x^2 + 1}$ ;      в)  $y = e^{4x}$ ;      г)  $y = \sqrt{1 + 2x}$

Задание 2.

Найти производную функции  $y = f(x)$  и вычислить ее значение в точке  $x = 1$

а)  $y = x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)$ ;      б)  $y = 15 \cdot (x^4 - 1)$ ;      в)  $y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$ .

Задание 3.

Найти производные функций:

а)  $y = (\sqrt{x} + 5)^3$ ;      б)  $y = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$ ;      в)  $y = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x}}$ .

Задание 4.

Найти производные функций:

а)  $y = \sqrt{\ln + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$ ;      б)  $y = \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^4$ ;      в)  $y = x^3 \sin(\cos x)$ .

Задание 5.

Найти производные второго порядка функций:

а)  $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$ ;      б)  $y = \sin^2 3x$ ;      в)  $y = x \ln(x + 1)$ .

### Примерные задания для самостоятельной работы №5

#### «Вычисление производных»

#### Вариант 1.

1. Найти производные функций:

а)  $y = 5x^2 - 3x + 2$ ;      б)  $y = \frac{2}{x^3 - 1}$ ;      в)  $y = e^{3x}$ ;      г)  $y = \sqrt{2 - 3x}$

2. Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:

а)  $y = x^2 \cdot \ln 3x$ ;      б)  $y = \frac{3x}{x^2 + 1}$ .

3. Вычислить:

а)  $y = \cos 3x + 2 \sin^2 x$ ;      б)  $y = 5^{3x} + \log_2 x$ .

4. Найти третью производную функций ( $y''' - ?$ ):

а)  $y = \sin 2x$ ;                      б)  $y = e^{2x}$

### Вариант 2.

1. Найти производные функций:

а)  $y = 3x^2 + 5x - 1$ ;                      б)  $y = \frac{5}{x^2 + 1}$ ;    в)  $y = e^{4x}$ ;                      г)  $y = \sqrt{1 + 7x}$

2. Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:

а)  $y = x^3 \cdot \ln 2x$ ;                      б)  $y = \frac{2x}{x^3 + 1}$ .

3. Вычислить:

а)  $y = \sin 2x - 3 \cos^2 x$ ;                      б)  $y = 2^{5x} + \log_3 x$ .

4. Найти третью производную функций ( $y'''$  - ?):

а)  $y = \cos 3x$ ;                      б)  $y = e^{3x}$

### Практическая работа №8 «Исследование функции с помощью производной»

Исследовать функцию с помощью производной

$$y = \frac{4x^2 - 2}{x - 3}$$

1. Найдем область определения функции. Так как функция представляет собой дробь, а как, известно на ноль делить нельзя, то знаменатель не должен равняться 0.

Таким образом,  $x$  не равен 3.

Область определения  $D(y) = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ .

2. Найдем точки пересечения графика функции с осями координат.

С осью Оу при этом  $x=0$ , тогда  $y=2/3$ . Таким образом,  $(0; 2/3)$  – точка пересечения с осью Оу.

С осью Ох при этом  $y=0$ , тогда  $\frac{4x^2 - 2}{x - 3} = 0$ , откуда  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Самостоятельно выпишите две точки пересечения с осью Ох.

3. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции. Для этого вычислим производную

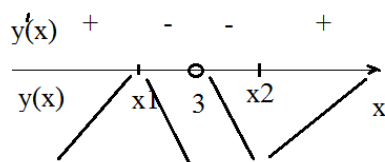
$$y' = \frac{4x^2 - 24x + 2}{(x - 3)^2}$$

Решая уравнение  $y' = 0$ , находим точки подозрительные на экстремум  $\frac{6 \pm \sqrt{14}}{2}$ .

Пользуясь разложением квадратного трехчлена можно записать

$$y' = \frac{4 \left( x - \frac{6 - \sqrt{14}}{2} \right) \left( x - \frac{6 + \sqrt{14}}{2} \right)}{(x - 3)^2} = \frac{4(x - x_1)(x - x_2)}{(x - 3)^2}$$

Сделаем следующий рисунок. На рисунке отметим точки подозрительные на экстремум, выколем точки, не вошедшие в область определения функции. Обратите внимание, что  $x_1 < x_2$ .



Таким образом, функция возрастает на промежутках  $\left(-\infty; \frac{6-\sqrt{14}}{2}\right)$  и  $\left(\frac{6+\sqrt{14}}{2}; +\infty\right)$ , а убывает на промежутках  $\left(\frac{6-\sqrt{14}}{2}; 3\right)$  и  $\left(3; \frac{6+\sqrt{14}}{2}\right)$ .

Экстремумы

$$\max(y) = y\left(\frac{6-\sqrt{14}}{2}\right) \quad \text{и} \quad \min(y) = y\left(\frac{6+\sqrt{14}}{2}\right)$$

Значения функций вычислить самостоятельно.

4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба. Для этого вычислим  $y''$  и приравняем к нулю. Найденные точки – точки перегиба графика функции. При  $f'' > 0$  функция выпукла вниз (или вогнута). При  $f'' < 0$  функция выпукла вверх.

Вычисления провести самостоятельно.

5. Построим схематично график функции

Построение провести самостоятельно. Сначала проведем вертикальную асимптоту  $x=3$  пунктирной линией. Затем отметим точки пересечения с осями координат, экстремумы функции и точки перегиба. Далее последовательно плавной линией соединяем все точки в направлении слева - направо. Теперь можно проверить построенный график функции с учетом промежутков возрастания/убывания, выпуклости/вогнутости графика функции.

1. Найти область определения функции
2. Найти точки пересечения графика функции с осями координат
3. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции
4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба
5. Построить схематичный график функции

|                                          |                                          |
|------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1 вариант<br>$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$  | 4 вариант<br>$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$    |
| 2 вариант<br>$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$  | 5 вариант<br>$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$    |
| 3 вариант<br>$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$  | 6 вариант<br>$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$ |
| 7 вариант<br>$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 72x$  | 12 вариант<br>$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$   |
| 8 вариант<br>$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x$ | 13 вариант<br>$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ |

|                                           |                                          |
|-------------------------------------------|------------------------------------------|
| 9 вариант<br>$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$    | 14 вариант<br>$f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$ |
| 10 вариант<br>$f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 36x$ | 15 вариант<br>$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ |
| 11 вариант<br>$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$    |                                          |

### Практическая работа №9 «Производная и ее приложения»

Пример 1. Тело движется прямолинейно по заданному закону  $S(t) = 3t^3 + 2t^2 + 5$ .

- Найти мгновенную скорость тела в момент времени  $t_0 = 1$  секунду.
- Найти ускорение тела в момент времени  $t_1 = 2$  секунды.
- Найти, через сколько секунд от начала отсчета мгновенная скорость тела будет равна  $v_0 = 44 \text{ м/с}$ .
- Найти, через сколько секунд от начала отсчета ускорение тела будет равно  $a_0$ .

Решение:

- Для нахождения скорости вычислим производную первого порядка  $v(t) = S'(t) = 9t^2 + 4t$ . Тогда мгновенная скорость через 1 секунду  $v(1) = 13 \text{ м/с}$ .
- Для нахождения ускорения вычислим вторую производную  $a(t) = v'(t) = S''(t) = (S'(t))' = (9t^2 + 4t)' = 18t + 4$ . Тогда через 2 секунды ускорение будет  $a(2) = 40 \text{ м/с}^2$ .
- Для определения времени, по истечении которого скорость тела будет равна  $44 \text{ м/с}$  необходимо решить уравнение  $v(t) = 9t^2 + 4t = 44$ . Получаем  $t = 2$  секунды.
- Для определения времени, по истечении которого ускорение тела будет равно  $22 \text{ м/с}^2$  необходимо решить уравнение  $a(t) = 18t + 4 = 22$ . Остается найти  $t$ .

Пример 2. Составить уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{5x-1}{3x+1}$  в точке (1;1).

Решение:

По условию задачи  $x_0 = 1$  и  $f(x_0) = f_0 = 1$ . Уравнение касательной имеет вид

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0).$$

Таким образом, остается найти

$$f'(x) = \frac{8}{(3x+1)^2}$$

$$f'(1) = 0,5$$

Тогда уравнение касательной примет вид

$$y = 1 + 0,5(x - 1)$$

Умножим равенство на 2

$$2y = 2 + x - 1, \text{ откуда получим } 2y = x + 1.$$

**Задание 1.**

Дана кривая  $y = \frac{x^2}{4} - x$ . Составить уравнения касательных: а) в точках пересечения кривой с прямой  $3x + 2y - 4 = 0$ ; б) параллельной и перпендикулярной этой прямой; в) проходящих через точку  $(2; -5)$ .

**Задание 2.**

Найти производную функции  $y' = \frac{1}{2}x - 1$ . Значения производной в найденных точках  $y'(2) = 0$ ,  $y'(-4) = -3$ .

**Задание 3.**

Тело, выпущенное вертикально вверх, движется по закону  $s(t) = 4 + 8t - 5t^2$ , где высота  $s(t)$  измеряется в метрах, а время  $t$  – в секундах. Найти: а) скорость тела в начальный момент; б) скорость тела в момент соприкосновения с землей; в) наибольшую высоту подъема тела.

**Задание 4.**

Тело движется прямолинейно по закону  $s(t)$ . Определить скорость и ускорение тела в указанный момент времени  $t_0$ : а)  $s(t) = t^3 - 2t - t$ ;  $t_0 = 2$ ; б)  $s(t) = \frac{2t+1}{t+3}$ ;  $t_0 = 7$ .

**Задание 5.**

Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону:  $h(t) = 9t - 2t^2$ . Найти начальную скорость и ускорение тела ( $t_0 = 2$ ) и максимальную высоту подъема, при которой скорость  $v(t) = 0$ .

**Практическая работа №10**

**«Производная функции нескольких переменных»**

Найти производные  $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}$ :

|                                                                                                  |                                                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1 вариант</b><br>1. $z = x^2 + 3y^3 + 6xy + 8x y^2$<br>2. $z = 2x^3 - 3xy + 6y^2 + 8x$        | <b>2 вариант</b><br>1. $z = x^2 + 5x y^2 - 4xy + 8x y^2$<br>2. $z = x^3 + 8x^2 y + 6y^2 + 8x$     |
| <b>3 вариант</b><br>1. $z = 3x^3 + 5x y^2 - 4xy - x y^2$<br>2. $z = 2x^3 + 3x y^2 + 6y x^2 + 7y$ | <b>4 вариант</b><br>1. $z = x^2 y - 3x y^3 + 2x y^2 + 4x y^2$<br>2. $z = 5x^3 - xy + 6x y^2 + 9y$ |

**Примерные задания для самостоятельной работы №6**

**«Вычисление неопределенных интегралов»**

**Вариант 1.**

1. Найти интегралы:

а)  $\int \frac{dx}{2x^3}$ ; б)  $\int \sqrt[3]{x^2} dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{5^x}$ ; г)  $\int 3^{2x+1} dx$

2. Найти интегралы методом замены переменной:

а)  $\int \sqrt[2]{2+x} dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{2x-1}$ ; в)  $\int e^{-3x+5} dx$ .

3. Найти интегралы, используя метод интегрирования по частям:

а)  $\int 2x e^{-3x} dx$ ; б)  $\int 2x \ln x dx$ .

### Вариант 2.

1. Найти интегралы:

а)  $\int \frac{dx}{5x^2}$ ; б)  $\int \sqrt[2]{x^3} dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{2^x}$ ; г)  $\int 5^{2x-1} dx$

2. Найти интегралы методом замены переменной:

а)  $\int \sqrt[3]{1-x} dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{5x+4}$ ; в)  $\int e^{5x+3} dx$ .

3. Найти интегралы, используя метод интегрирования по частям:

а)  $\int x e^{5x} dx$ ; б)  $\int 4x \ln x dx$ .

### Практическая работа №11

#### «Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов»

Пример. Вычислим определенный интеграл методом неопределенных коэффициентов

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+x}$$

Подынтегральное выражение имеет вид

$$\frac{1}{x^2+x}$$

Знаменатель дроби можно разложить на множители

$$x^2+x=x(x+1)$$

Тогда подынтегральное выражение можно представить в виде суммы двух простых дробей

$$\frac{1}{x^2+x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1},$$

где А и В - неизвестные коэффициенты.

Найдем их, для это сумму простых дробей приведем к общему знаменателю

$$\frac{1}{x^2+x} = \frac{A(x+1)+Bx}{x(x+1)}$$

Так как знаменатели дробей одинаковые, то и числители должны быть равны, то есть

$$A(x+1)+Bx=1$$

Положим  $x=-1$ , чтобы приравнять к нулю скобку умножаемую на А, тогда

$-B=1$ , откуда  $B=-1$ .

Положим  $x=0$ , тогда пропадет слагаемое с В, откуда  $A=1$ .

Значит

$$\frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

Тогда

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+x} = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx = \ln|x| \Big|_1^2 - \ln|x+1| \Big|_1^2 = 2\ln 2 - \ln 3 = \ln \frac{4}{3}$$

|                                 |                               |                                   |                                 |
|---------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+7x+12}$ | $\int_2^3 \frac{2}{x^2-1} dx$ | $\int_0^2 \frac{x^2}{x^2-x-6} dx$ | $\int_1^2 \frac{x}{x^2+x-2} dx$ |
|---------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|

Задания:

|                                               |                                               |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1 вариант<br>$\int_0^1 \frac{x}{x^2+5x+4} dx$ | 2 вариант<br>$\int_0^1 \frac{x}{x^2-4} dx$    |
| 3 вариант<br>$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+4x}$     | 4 вариант<br>$\int_2^3 \frac{x dx}{x^2+4x+3}$ |

### Практическая работа №12 «Вычисление определенного интеграла»

Задание 1.

Найти интегралы: а)  $\int_0^1 x^2 dx$  ; б)  $\int_1^2 2^{3x-4} dx$  .

Задание 2.

Вычислить: а)  $\int_0^1 x(2-x^2)^5 dx$  ; б)  $\int_0^1 \ln x(1+x) dx$  .

Задание 3.

Найти интегралы: а)  $\int_1^2 \frac{3x^4-5x^2+7}{x} dx$  ; б)  $\int_0^5 \frac{xdx}{\sqrt{1+3x}}$  ; в)  $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$  .

Задание 4.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $x=\sqrt{y}$ ,  $x=0$ ,  $y=4$ .

Задание 5.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=-x^2$ ,  $y=x-2$ ,  $y=0$ .

**Проверка выполнения самостоятельной работы.** Самостоятельная работа направлена на самостоятельное освоение и закрепление обучающимися практических умений и знаний, овладение профессиональными компетенциями.

Самостоятельная подготовка обучающихся по дисциплине предполагает следующие виды и формы работы:

- Систематическая проработка конспектов занятий, учебной литературы.
- Выполнение расчетных заданий.
- Работа со справочной литературой.

#### Список задач для самостоятельного решения

1. Даны числа  $z_1=2+3i$  и  $z_2=1-2i$ . Найдите числа: а)  $z_1+z_2$ ; б)  $z_1-z_2$ .
2. Найти сумму и разность комплексных чисел  $z_1=3+2i$  и  $z_2=-1-i$ .
3. Найти произведение и частное комплексных чисел  $z$  из равенства  $z_1=3+2i$  и  $z_2=-1-i$ .

4. Даны числа  $z_1=2+3i$  и  $z_2=1-2i$ . Найдите числа: а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ .

5. Выполните действия: а)  $(2+3i)(3-2i)$ , б)  $\frac{(3-5i)(2+3i)}{1+2i}$ , в)  $\frac{2+i}{3-i} + \frac{3+i}{2-i}$ .

6. Найдите  $x, y \in \mathbb{R}$ , если а)  $(x-3iy)+(2y+3ix)=1-2i$ ,  
б)  $5x-2y+(x+y)i=4+5i$ , в)  $(x-2iy)+(y+2ix)=2-3i$ .

7. Выполните действия: а)  $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} + i^{54}$ , б)  $(i + i^{11} + i^{21})(i^{31} + i^{41} + i^{51})$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Найдите сумму матриц и .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

9. Пусть . Найдите произведения  $AB$  и  $BA$  (если это возможно).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

10. Транспонируйте матрицу .

11. Вычислить значение многочлена  $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$  от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

12. Найти матрицу  $C = A^T - 3B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

13. Найти матрицу  $A^n$  и ее след:  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ ;  $n = 3$ .

14. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

15. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

16. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

17. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

18. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

19. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

20. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

21. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

22. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

23. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

24. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

25. Найти производные заданных функций

а)  $y = 4x^3 + 3\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}$ ;      б)  $y = \sin x \cdot e^x$ ;      в)  $y = \frac{x^2}{\cos x}$ ;      г)  $y = \sin(x^2 + 3)$ ;  
д)  $y = (x^2 + e^x)^{10}$ ;      е)  $y = x^2 \cdot e^{\sin x}$ .

26. Найти производную функции  $y = f(x)$  и вычислить ее значение в точке  $x = 1$

а)  $y = x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)$ ;      б)  $y = 15 \cdot (x^4 - 1)$ ;      в)  $y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$ .

27. Найти производную функции  $f(x) = 10 - 4x + 4\cos x - 3\sin x$ .

28. Найти производную функции  $y = 10\cos x + 5\sin x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

29. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \sqrt{\ln+1} + \ln(\sqrt{x}+1); \quad \text{б) } y = \left( \frac{x^2-1}{x^2+1} \right)^4; \quad \text{в) } y = x^3 \sin(\cos x).$$

30. Найти производные второго порядка функций:

$$\text{а) } y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1; \quad \text{б) } y = \sin^2 3x; \quad \text{в) } y = x \ln(x+1).$$

31. Найти интегралы

$$\text{а) } \int (8x^7 + 6x^5 - 3x^2 + 4) dx. \quad \text{б) } \int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right) dx. \quad \text{в) } \int (\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x) dx.$$

$$\text{г) } \int \frac{x^2+2}{x} dx, \quad \text{д) } \int (2x + 3 \cos x) dx, \quad \text{е) } \int \frac{dx}{x^2+4}, \quad \text{ж) } \int \frac{dx}{5-x^2}.$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}, \quad \text{и) } \int (x+2)(x^2-3) dx, \quad \text{к) } \int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - \sqrt[7]{x}}{x} dx.$$

$$32. \text{ Найти интегралы: а) } \int \frac{dx}{3^x}; \text{ б) } \int 2^{3x-1} dx; \text{ в) } \int \frac{dx}{9x^2-1}; \text{ г) } \int \frac{dx}{4x^2+25}; \text{ д) } \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+1}}.$$

$$33. \text{ Найти интегралы: а) } \int_1^2 \frac{3x^4-5x^2+7}{x} dx; \text{ б) } \int_0^5 \frac{xdx}{\sqrt{1+3x}}; \text{ в) } \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$34. \text{ Вычислить определенные интегралы: а) } \int_1^5 \frac{xdx}{\sqrt{1+3x}}; \text{ б) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2+4x+5}.$$

35. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 1$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$

**Проверка выполнения контрольных работ.** Контрольная работа проводится с целью контроля усвоенных умений и знаний и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся в конце изучения темы или раздела. Согласно календарно-тематическому плану дисциплины предусмотрено проведение следующих контрольных работ:

- Контрольная работа №1 по разделу «Теория комплексных чисел»
- Контрольная работа №2 по разделу «Основы линейной алгебры»
- Контрольная работа №3 по разделу «Основы дифференциального и интегрального исчисления»

### Контрольная работа №1

#### Вариант 1

1. Даны комплексные числа  $z_1, z_2$ . Найти  $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2$ :  $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 1 - 2i$ .

2. Представить число  $z = 1 + i$  в тригонометрической форме.

3. Даны комплексные числа  $z_1, z_2$ . Найти  $z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2$ :

$$z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right), \quad z_2 = \sqrt{3} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

4. Вычислите в тригонометрической форме  $(1+i)^6$ .

#### Вариант 2

1. Даны комплексные числа  $z_1, z_2$ . Найти  $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2$ :  $z_1 = 9 - 3i, z_2 = 1 + 7i$ .

2. Представить число  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  в тригонометрической форме.

3. Даны комплексные числа  $z_1, z_2$ . Найти  $z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2$ :

$$z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right), \quad z_2 = \sqrt{3} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

$$\left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^6$$

4. Вычислите в тригонометрической форме

### Контрольная работа №2

#### Вариант 1

1. Вычислите матрицу  $D = A \cdot B + 2C^T$ , где

а)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$

б)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$

2. Вычислить определитель

а)  $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

б)

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

#### Вариант 2

1. Вычислите матрицу  $D = A \cdot B + 2C^T$ , где

а)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$

б)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$

2. Вычислить определитель

а)  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

б)

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_3 = 4 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

### Контрольная работа № 3

#### Вариант 1.

1. Найти вторую производную для функции:

а)  $y = x^2 - 6x + 9$ ; б)  $y = x^3 \cos(x^2 + 1)$

2. Найти интервалы монотонности функции  $y = x^2 - 6x + 9$ .

3. Исследовать на экстремум функцию  $y = x(x - 2)^3$ .

4. Найти интегралы:

а)  $\int \frac{dx}{3x+2}$ ; б)  $\int e^{2x-1} dx$ .

5. Вычислить определенные интегралы:

а)  $\int_{-1}^1 \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x} dx$ ; б)  $\int_0^3 \frac{2x}{\sqrt{x+1}} dx$

#### Вариант 2.

1. Найти вторую производную для функции:

а)  $y = x^2 - 4x + 4$ ; б)  $y = x^2 \sin(x^3 + 2)$

2. Найти интервалы монотонности функции  $y = x^2 - 4x + 4$ .

3. Исследовать на экстремум функцию  $y = x(x - 4)^3$ .

4. Найти интегралы:

а)  $\int \frac{dx}{2x-3}$ ; б)  $\int e^{-x+1} dx$ .

5. Вычислить определенные интегралы:

а)  $\int_1^2 \frac{x^3 + 3x - 2}{x} dx$ ; б)  $\int_0^6 \frac{3x+1}{\sqrt{2x+4}} dx$ .

**Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения**

| Результаты обучения<br>(освоенные умения, усвоенные знания)                                                                   | Формы и методы контроля и оценки результатов обучения                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| <b>Освоенные умения:</b>                                                                                                      |                                                                         |
| решать задачи на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков                                 | Выполнение практических работ № 7-9<br>Решение задач во время занятия   |
| применять основные методы интегрирования при решении задач                                                                    | Выполнение практических работ № 10-12<br>Решение задач во время занятия |
| применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности | Решение задач во время занятия                                          |

|                                                    |                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Усвоенные знания:</b>                           |                                                                                                                                                                           |
| основные понятия и методы математического анализа  | Контрольная работа №3<br>Выполнение практической работы № 7-12<br>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы<br>Устный опрос во время занятия<br>Решение задач |
| основные численные методы решения прикладных задач | Контрольная работа №2<br>Выполнение практической работы № 5, 6<br>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы<br>Устный опрос во время занятия<br>Решение задач |

### 3.2 Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» – итоговая контрольная работа.

Итоговая контрольная работа проводится за счет времени отведенного на изучение дисциплины. При условии своевременного и качественного выполнения обучающимся всех видов работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины.

Итоговая контрольная работа проводится в форме решения задач.

Выполнение заданий рассчитано на два академических часа (90) минут.

#### Задания к итоговой контрольной работе

##### Вариант 1

1. Найти действительные числа  $x$  и  $y$  из уравнения  $(1+2i)x + (3-5i)y = 1-3i$ .

2. Найти матрицу  $C = -2A + 3B$ .

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

4. Найдите производную функции:

$$\text{а) } y = \frac{5x}{x^2-1}; \quad \text{б) } y = \sqrt{2x^2+1}; \quad \text{в) } y = \cos 2x - 3\sin^2 x;$$

5. Найти интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{7x-12}; \quad \text{б) } \int_1^3 \frac{x^4+3x^3-1}{x} dx$$

##### Вариант 2.

1. Найти действительные числа  $x$  и  $y$  из уравнения  $(3+i)x - 2(1+4i)y = -2-4i$ .

2. Найти матрицу  $C = -2A + 3B$ .

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

4. Найдите производную функции:

а)  $y = \frac{3x}{x^3 + 5}$ ; б)  $y = \sqrt{2x^2 - 3}$ ; в)  $y = 2\sin x + 5\cos^2 2x$ .

5. Найти интегралы:

а)  $\int \frac{dx}{3x+2}$ ; б)  $\int_1^2 \frac{4x^5 + 2x^2 - 6}{2x} dx$ .

#### **4 Система оценивания комплекта ФОС текущего контроля и промежуточной аттестации**

При оценивании практической и самостоятельной работы и форм промежуточной аттестации студента учитывается следующее:

- качество выполнения практической части работы;
- качество оформления отчета по работе;
- качество устных ответов на контрольные вопросы при защите работы.

Каждый вид работы оценивается по пяти бальной шкале.

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

##### **Критерии оценивания практических работ.**

Практическая работа оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Каждое задание оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех заданий оценка соответствует средней.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

##### **Критерии оценивания самостоятельных работ.**

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

#### **Критерии оценивания контрольных работ.**

«5» (отлично) – решено 81-100% заданий.

«4» (хорошо) – решено 61 – 80% заданий.

«3» (удовлетворительно) – решено 41 – 60% заданий.

«2» (неудовлетворительно) – решено менее 40% заданий.

#### **Критерии оценивания итоговой контрольной работы.**

- выполнены правильно 80 – 100% заданий – оценка «отлично» (5);
- выполнены правильно 60 – 79% заданий – оценка «хорошо» (4);
- выполнены правильно 45 – 59% заданий – оценка «удовлетворительно» (3);
- выполнены правильно 35 – 44% заданий – оценка «неудовлетворительно» (2).