

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 03.11.2023 11:21:35  
Уникальный программный ключ:  
b683afe664d7e9f64175886cf9626a198149ad36

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Стерлитамакский филиал

Колледж

**Рабочая программа дисциплины**

дисциплина

***ЕН.02 Дискретная математика с элементами  
математической логики***

***Математический и общий естественнонаучный цикл, обязательная часть***

цикл дисциплины и его часть (обязательная, вариативная)

специальность

***09.02.07***

***Информационные системы и программирование***

код

наименование специальности

квалификация

***Специалист по информационным системам***

Год начала подготовки

***2023***

Разработчик (составитель)

***Преподаватель первой категории***

***Кучер А.М.***

***Преподаватель высшей категории***

***Дмитриева С.Г.***

ученая степень, ученое звание,  
категория, Ф.И.О.

Стерлитамак 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                                                                                                                                           |                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| <b>1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>                                                                                                                                                                      | <b>3</b>                               |
| 1.1. Область применения рабочей программы .....                                                                                                                                                                           | 3                                      |
| 1.2. Место учебной дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы .....                                                                                                                       | 3                                      |
| 1.3. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины: .....                                                                                                                                                             | 3                                      |
| <b>2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>                                                                                                                                                                         | <b>4</b>                               |
| 2.1 Объем дисциплины и виды учебной работы .....                                                                                                                                                                          | 4                                      |
| 2.2. Тематический план и содержание дисциплины .....                                                                                                                                                                      | 5                                      |
| <b>3. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, ИМЕЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ОПЫТА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ...9</b>                                      | <b>9</b>                               |
| <b>4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>                                                                                                                                                                             | <b>9</b>                               |
| 4.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению .....                                                                                                                                                 | 9                                      |
| 4.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) .....                                                                                                                                           | 9                                      |
| 4.2.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) .....                                                                                                          | 9                                      |
| 4.2.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля) .....                                                                 | 9                                      |
| 4.3.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости) ..... | 10                                     |
| <b>ПРИЛОЖЕНИЕ № 1 .....</b>                                                                                                                                                                                               | <b>12</b>                              |
| <b>ПРИЛОЖЕНИЕ 2 .....</b>                                                                                                                                                                                                 | <b>Ошибка! Закладка не определена.</b> |

## 1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1. Область применения рабочей программы

Рабочая программа дисциплины является частью основной образовательной программы в соответствии с ФГОС для специальности: 09.02.07 «Информационные системы и программирование» (укрупнённая группа специальностей 09.00.00 Информатика и вычислительная техника), для обучающихся очной формы обучения.

### 1.2. Место учебной дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина изучается в математическом и общем естественнонаучном цикле учебного плана. Дисциплина реализуется в рамках обязательной части.

### 1.3. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

| Код<br>ОК, ПК                                                                                                                                                      | Умения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Знания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.                                                         | <ul style="list-style-type: none"><li>- работать с документацией, разработанной с использованием графических языков спецификаций;</li><li>- осуществлять постановку задачи по обработке информации;</li><li>- проводить анализ предметной области;</li><li>- решать прикладные вопросы программирования и языка сценариев для создания программ;</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>- основные виды работ на этапе сопровождения программного обеспечения;</li><li>- основные процессы управления проектом разработки.</li></ul>                                                                                                                                                                                                          |
| ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности | <ul style="list-style-type: none"><li>- применять основные технологии экспертных систем;</li><li>- выполнять отладку и тестирование программы на уровне модуля</li></ul>                                                                                                                                                                                   | <ul style="list-style-type: none"><li>- основные этапы разработки программного обеспечения;</li><li>- способы оптимизации и приемы рефакторикса;</li><li>- основные принципы отладки и тестирования программных продуктов;</li><li>- задачи планирования и контроля развития проекта;</li><li>- современные стандарты качества программного продукта и процессов его обеспечения;</li></ul> |
| ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде                                                                                              | <ul style="list-style-type: none"><li>- применять основные технологии экспертных систем;</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                         | <ul style="list-style-type: none"><li>- основные виды работ на этапе сопровождения программного обеспечения;</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                      |

|                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                              | - выполнять отладку и тестирование программы на уровне модуля                                                                                                                                                                                                                               | - основные процессы управления проектом разработки.                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста | - работать с документацией,                                                                                                                                                                                                                                                                 | - основные виды работ на этапе сопровождения программного обеспечения;                                                                                                                                                                                                                                                  |
| ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках                                                                   | - работать с документацией, разработанной с использованием графических языков спецификаций;<br>- осуществлять постановку задачи по обработке информации;<br>- проводить анализ предметной области;<br>- решать прикладные вопросы программирования и языка сценариев для создания программ; | - основные этапы разработки программного обеспечения;<br>- способы оптимизации и приемы рефакторикса;<br>- основные принципы отладки и тестирования программных продуктов;<br>- задачи планирования и контроля развития проекта;<br>- современные стандарты качества программного продукта и процессов его обеспечения; |

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

| <i>Вид учебной работы</i>                                                                                                          | <i>Объем часов</i> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <b>Объем образовательной программы</b>                                                                                             | <b>78</b>          |
| <b>Работа обучающихся во взаимодействии с преподавателем</b>                                                                       | <b>70</b>          |
| в том числе:                                                                                                                       |                    |
| лекции (уроки)                                                                                                                     | 26                 |
| в форме практической подготовки (если предусмотрено)                                                                               | *                  |
| практические занятия                                                                                                               | 42                 |
| в форме практической подготовки (если предусмотрено)                                                                               | *                  |
| лабораторные занятия                                                                                                               | 2                  |
| в форме практической подготовки (если предусмотрено)                                                                               | *                  |
| курсовая работа (проект) (если предусмотрена)                                                                                      |                    |
| <b>Самостоятельная работа обучающегося (всего) (если предусмотрена)</b>                                                            | <b>8</b>           |
| Промежуточная аттестация в форме <i>итоговой контрольной работы в 3 семестре и в форме дифференцированного зачета в 4 семестре</i> |                    |

## 2.2. Тематический план и содержание дисциплины

| Наименование разделов и тем                            | Содержание учебного материала, практические работы, самостоятельная работа обучающихся                                                                                                                                              | Объем часов | Осваиваемые элементы компетенций  |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-----------------------------------|
| 1                                                      | 2                                                                                                                                                                                                                                   | 3           | 4                                 |
| <b>3 семестр</b>                                       |                                                                                                                                                                                                                                     |             |                                   |
| <b>Раздел 1. Множества</b>                             |                                                                                                                                                                                                                                     | <b>18/2</b> |                                   |
| <b>Тема 1.1.<br/>Введение. Множества и их элементы</b> | <b>Содержание учебного материала</b><br>Введение в дискретную математику, предикаты, кванторы.<br>Множества и их элементы.<br>Способы задания множеств.<br>Подмножества                                                             | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 1.2.<br/>Операции над множествами</b>          | <b>Содержание учебного материала</b><br>Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, дополнение.<br>Семейство подмножеств, понятие покрытия и разбиения.                                  | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 1.3.<br/>Свойства операций над множествами</b> | <b>Практическое занятие</b><br>Основные свойства операций над множествами: идемпотентность, коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность, поглощение, законы де Моргана.<br>Решение задач с применением всех свойств множеств | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 1.4.<br/>Диаграммы Эйлера-Венна</b>            | <b>Практическое занятие</b><br>Понятие диаграмм Эйлера-Венна.<br>Изображение с помощью диаграмм основных операций над множествами.<br>Решение задач с применением диаграмм Эйлера-Венна                                             | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09 |
|                                                        | <b>Самостоятельная работа обучающегося</b><br>Подготовить доклад                                                                                                                                                                    | 2           |                                   |
| <b>Тема 1.5.<br/>Прямое произведение множеств</b>      | <b>Практическое занятие</b><br>Понятие упорядоченной пары и прямого произведения.<br>Геометрическая интерпретация прямого произведения.<br>Решение задач на нахождение прямого произведения.                                        | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 1.6.<br/>Метод математической индукции</b>     | <b>Практическое занятие</b><br>Метод математической индукции и его применение при доказательстве формул и закономерностей.                                                                                                          | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 1.7.<br/>Соответствия</b>                      | <b>Содержание учебного материала</b><br>Определение соответствия и его геометрическая интерпретация. Понятие области определения и области значений соответствия. Понятие сюръекции и биекции.                                      | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 1.8.<br/>Мощность конечного множества</b>      | <b>Практическое занятие</b><br>Решение задач, связанных с определением мощности конечного множества.                                                                                                                                | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 1.9.<br/>Контрольная работа №1</b>             | Промежуточный контроль знаний по разделу «Множества»                                                                                                                                                                                | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09 |

|                                                             |                                                                                                                                                                                                         |             |                                      |
|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|--------------------------------------|
| <b>Раздел 2. Комбинаторика</b>                              |                                                                                                                                                                                                         | <b>10/2</b> |                                      |
| <b>Тема 2.1.<br/>Размещения и сочетания</b>                 | <i>Содержание учебного материала</i><br>Основные понятия комбинаторики.<br>Правило суммы и произведения.<br>Перестановки без повторений и с повторениями.<br>Сочетания без повторений и с повторениями. | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
|                                                             | <i>Самостоятельная работа обучающегося</i><br>Подготовить доклад                                                                                                                                        | 2           |                                      |
| <b>Тема 2.2.<br/>Решение комбинаторных задач</b>            | <i>Практическое занятие</i><br>Примеры решения задач с применением правил суммы и произведения, на перестановки и сочетания.                                                                            | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 2.3.<br/>Бином Ньютона.<br/>Треугольник Паскаля</b> | <i>Содержание учебного материала</i><br>Формула бинома Ньютона.<br>Треугольник Паскаля                                                                                                                  | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 2.4.<br/>Свойства биномиальных коэффициентов</b>    | <i>Лабораторное занятие</i><br>Свойства биномиальных коэффициентов.<br>Решение задач с применением свойств биномиальных коэффициентов.                                                                  | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 2.5.<br/>Контрольная работа №2</b>                  | Промежуточный контроль знаний по разделу «Комбинаторика»                                                                                                                                                | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Раздел 3. Отношения. Отображения.</b>                    |                                                                                                                                                                                                         | <b>12</b>   |                                      |
| <b>Тема 3.1.<br/>Понятие отношения</b>                      | <i>Содержание учебного материала</i><br>Понятие отношения.<br>Способы задания бинарных отношений.                                                                                                       | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 3.2.<br/>Операции над бинарными отношениями</b>     | <i>Практическое занятие</i><br>Основные операции над бинарными отношениями.<br>Решение задач.                                                                                                           | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 3.3.<br/>Свойства бинарных отношений</b>            | <i>Содержание учебного материала</i><br>Свойство матриц бинарных отношений.<br>Свойства бинарных отношений.<br>Определение свойства бинарного отношения по его матрице.                                 | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 3.4.<br/>Отношение эквивалентности</b>              | <i>Практическое занятие</i><br>Отношение эквивалентности.<br>Счетные и несчетные множества.                                                                                                             | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 3.5.<br/>Контрольная работа №3</b>                  | Промежуточный контроль знаний по разделу «Отношения. Отображения.»                                                                                                                                      | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Итоговая контрольная работа</b>                          | Промежуточный контроль знаний по дисциплине за 3 семестр                                                                                                                                                | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Всего часов</b>                                          |                                                                                                                                                                                                         | <b>44</b>   |                                      |
| <b>4 семестр</b>                                            |                                                                                                                                                                                                         |             |                                      |
| <b>Раздел 4. Элементы математической логики</b>             |                                                                                                                                                                                                         | <b>14</b>   |                                      |
| <b>Тема 4.1.<br/>Основные понятия алгебры логики</b>        | <i>Содержание учебного материала</i><br>Основные понятия и определения. Функции алгебры логики                                                                                                          | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |

|                                                                     |                                                                                                                                                 |             |                                      |
|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|--------------------------------------|
| <b>Тема 4.2.</b><br><b>Формулы алгебры логики</b>                   | <b>Содержание учебного материала</b><br>Формулы алгебры логики. Реализация функций формулами.                                                   | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 4.3.</b><br><b>Законы алгебры логики</b>                    | <b>Практическое занятие</b><br>Законы алгебры логики и их применение при упрощении логических функций                                           | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 4.4.</b><br><b>Разложение булевых функций по переменным</b> | <b>Практическое занятие</b><br>Разложение булевых функций по переменным. СДНФ. СКНФ                                                             | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 4.5.</b><br><b>Полином Жегалкина</b>                        | <b>Содержание учебного материала</b><br>Полином Жегалкина. Класс линейных функций. Способы определения линейности функций                       | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 4.6.</b><br><b>Диаграмма булевой функции</b>                | <b>Практическое занятие</b><br>Представление булевой функции в виде диаграммы                                                                   | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 4.7.</b><br><b>Контрольная работа №4</b>                    | Промежуточный контроль знаний по разделу «Элементы математической логики»                                                                       | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Раздел 5. Введение в теорию графов</b>                           |                                                                                                                                                 | <b>16/4</b> |                                      |
| <b>Тема 5.1.</b><br><b>Основные понятия и определения</b>           | <b>Содержание учебного материала</b><br>История теории графов. Основные определения. Смежность (инцидентность). Диаграмма.                      | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 5.2.</b><br><b>Представления графов</b>                     | <b>Содержание учебного материала</b><br>Матрица смежности. Матрица инцидентности. Матрица весов. Список ребер<br>Структура смежности            | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 5.3.</b><br><b>Метод поиска в глубину на графе</b>          | <b>Практическое занятие</b><br>Метод поиска в глубину и его программная реализация                                                              | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 5.4.</b><br><b>Отношение эквивалентности на графе</b>       | <b>Содержание учебного материала</b><br>Отношение эквивалентности. Связные компоненты. Выделение компонент связности                            | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Тема 5.5.</b><br><b>Эйлеровы графы. Остовные деревья.</b>        | <b>Практическое занятие</b><br>Жадный алгоритм построения минимального остовного дерева. Алгоритм ближайшего соседа построения остовного дерева | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
|                                                                     | <b>Самостоятельная работа обучающегося</b><br>Раскраска графов                                                                                  | 2           |                                      |
| <b>Тема 5.6.</b><br><b>Двудольные графы</b>                         | <b>Практическое занятие</b><br>Условия существования двудольных графов. Паросочетания. Задача о назначениях                                     | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
|                                                                     | <b>Самостоятельная работа обучающегося</b><br>Планарность графа                                                                                 | 2           |                                      |
| <b>Тема 5.7.</b><br><b>Контрольная работа №5</b>                    | Промежуточный контроль знаний по разделу «Введение в теорию графов»                                                                             | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Дифференцированный зачет</b>                                     | Промежуточный контроль знаний по дисциплине за 4 семестр                                                                                        | 2           | ОК 01, ОК 02, ОК 04,<br>ОК 05, ОК 09 |
| <b>Всего</b>                                                        |                                                                                                                                                 | <b>78</b>   |                                      |

Последовательное тематическое планирование содержания рабочей программы дисциплины, календарные объемы, виды занятий , формы

организации самостоятельной работы также конкретизируются в календарно-тематическом плане (Приложение № 1)

•

### **3. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, ИМЕНИА ПРАКТИЧЕСКОГО ОПЫТА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) - комплект методических и контрольных материалов, используемых при проведении текущего контроля освоения результатов обучения и промежуточной аттестации. ФОС предназначен для контроля и управления процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений и компетенций, определенных во ФГОС (Приложение № 2).

### **4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **4.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению**

Реализация программы дисциплины требует наличия аудиторий

Аудитория № 14. Учебная аудитория для проведения: лекционных, семинарских, практических занятий, уроков, для проведения групповых и индивидуальных консультаций, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ)

Учебная мебель, доска, компьютеры.

Аудитория № 144. Читальный зал. Помещение для самостоятельной работы обучающихся.

Учебная мебель, компьютеры.

#### **4.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

##### **4.2.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

###### **Основная учебная литература:**

1. Палий, И. А. Дискретная математика : учеб. пособие для СПО / И. А. Палий. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 352 с. — (Серия: Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-06292-2. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/diskretnaya-matematika-441865](http://www.biblio-online.ru/book/diskretnaya-matematika-441865).

2. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для СПО / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 193 с. — (Серия: Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07917-3. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/diskretnaya-matematika-uchebnik-i-zadachnik-433501](http://www.biblio-online.ru/book/diskretnaya-matematika-uchebnik-i-zadachnik-433501).

###### **Дополнительная учебная литература:**

1. Судоплатов, С. В. Математика: математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для СПО / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Серия: Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10930-6. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/matematika-matematicheskaya-logika-i-teoriya-algoritmov-432449](http://www.biblio-online.ru/book/matematika-matematicheskaya-logika-i-teoriya-algoritmov-432449)

##### **4.2.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

| № | Наименование электронной библиотечной системы |
|---|-----------------------------------------------|
|---|-----------------------------------------------|

|   |                                                                                                                                                         |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Договор на ЭБС «ЭБС ЮРАЙТ» (полная коллекция) между БашГУ в лице директора СФ БашГУ и ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» № 5-20 от 04.02.2022         |
| 2 | Договор на ЭБС «Университетская библиотека онлайн» между БашГУ и «Нексмедиа» № 1132 от 23.09.2022                                                       |
| 3 | Договор на ЭБС между БашГУ и издательством «Лань» № 1130 от 28.09.2022                                                                                  |
| 4 | Договор на ЭБС между БашГУ и издательством «Лань» № 1131 от 28.09.2022                                                                                  |
| 5 | Договор о подключении к НЭБ и о предоставлении доступа к объектам НЭБ между БашГУ в лице директора СФ БашГУ с ФГБУ «РГБ» № 101/НЭБ/1438-П от 11.06.2019 |

|     | Адрес (URL)                                                                                                                                                                                                       | Описание страницы         |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| 1.  | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=2a4h6dYIPbo">https://www.youtube.com/watch?v=2a4h6dYIPbo</a>                                                                                                             | Элементы комбинаторики    |
| 2.  | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=nxDHk99Fafo">https://www.youtube.com/watch?v=nxDHk99Fafo</a>                                                                                                             | Теория множеств           |
| 3.  | <a href="https://imperiya.by/video/LVBy2hL-OBC/2-diskretnaya-matematika-sootvetstvie.html">https://imperiya.by/video/LVBy2hL-OBC/2-diskretnaya-matematika-sootvetstvie.html</a>                                   | Соответствия              |
| 4.  | <a href="https://imperiya.by/video/i8npDYmmI5C/3-diskretnaya-matematika-funktsii-otnosheniya.html">https://imperiya.by/video/i8npDYmmI5C/3-diskretnaya-matematika-funktsii-otnosheniya.html</a>                   | Функции. Отношения        |
| 5.  | <a href="https://imperiya.by/video/3xdywtxyisS/4-diskretnaya-matematika-kombinatorika.html">https://imperiya.by/video/3xdywtxyisS/4-diskretnaya-matematika-kombinatorika.html</a>                                 | Комбинаторика             |
| 6.  | <a href="https://imperiya.by/video/oRmBH0nihnu/7-diskretnaya-matematika-matematicheskaya-logika.html">https://imperiya.by/video/oRmBH0nihnu/7-diskretnaya-matematika-matematicheskaya-logika.html</a>             | Математическая логика     |
| 7.  | <a href="https://imperiya.by/video/YigwcImolad/8-diskretnaya-matematika-buleva-algebra.html">https://imperiya.by/video/YigwcImolad/8-diskretnaya-matematika-buleva-algebra.html</a>                               | Булева алгебра            |
| 8.  | <a href="https://imperiya.by/video/aUOChEO5Bqd/9-diskretnaya-matematika-klassyi-logicheskikh-funktsiy.html">https://imperiya.by/video/aUOChEO5Bqd/9-diskretnaya-matematika-klassyi-logicheskikh-funktsiy.html</a> | Классы логических функций |
| 9.  | <a href="https://imperiya.by/video/CAz4--VzQ4d/polinom-jegalkina.html">https://imperiya.by/video/CAz4--VzQ4d/polinom-jegalkina.html</a>                                                                           | Полином Жигалкина         |
| 10. | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=tyQSgTyt4s&amp;t=24s">https://www.youtube.com/watch?v=tyQSgTyt4s&amp;t=24s</a>                                                                                           | алгоритм Дейкстры         |

**4.3.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

| Наименование программного обеспечения                      |
|------------------------------------------------------------|
| Office Standart 2007 Russian OpenLicensePack NoLevel Acdmс |



**ПРИЛОЖЕНИЕ № 1**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»**

Стерлитамакский филиал

Колледж

**Календарно-тематический план**

по дисциплине

***ЕН.02 Дискретная математика с элементами  
математической логики***

специальность

***09.02.07***

***Информационные системы и программирование***

код

наименование специальности

квалификация

***Специалист по информационным системам***

Разработчик (составитель)

***Преподаватель первой категории***

***Кучер А.М.***

***Преподаватель высшей категории***

***Дмитриева С.Г***

ученая степень, ученое звание,  
категория, Ф.И.О.

Стерлитамак 2023

**Очная форма обучения**

| <b>№<br/>п/п</b>                                | <b>Наименование разделов и тем</b>  | <b>Кол-во часов</b> | <b>Календарные сроки изучения (план)</b> | <b>Вид занятия</b>   | <b>Домашнее задание</b>       |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------|---------------------|------------------------------------------|----------------------|-------------------------------|
| <b>3 семестр</b>                                |                                     |                     |                                          |                      |                               |
| <b>Раздел 1. Множества</b>                      |                                     |                     |                                          |                      |                               |
| 1                                               | Введение. Множества и их элементы   | 2/2                 | сентябрь                                 | лекция               | изучить конспект лекции       |
| 2                                               | Операции над множествами            | 2/4                 | сентябрь                                 | урок                 | решить задачи                 |
| 3                                               | Свойства операций над множествами   | 2/6                 | сентябрь                                 | практическое занятие | решить задачи                 |
| 4                                               | Диаграммы Эйлера-Венна.             | 2/8                 | сентябрь                                 | практическое занятие | решить задачи                 |
| 5                                               | Прямое произведение множеств        | 2/10                | сентябрь                                 | практическое занятие | решить задачи                 |
| 6                                               | Метод математической индукции       | 2/12                | октябрь                                  | практическое занятие | решить задачи                 |
| 7                                               | Соответствия                        | 2/14                | октябрь                                  | урок                 | решить задачи                 |
| 8                                               | Мощность конечного множества        | 2/16                | октябрь                                  | практическое занятие | решить задачи                 |
| 9                                               | Контрольная работа №1               | 2/18                | октябрь                                  |                      | повторить пройденный материал |
| <b>Раздел 2. Комбинаторика</b>                  |                                     |                     |                                          |                      |                               |
| 10                                              | Размещения и сочетания              | 2/20                | октябрь                                  | урок                 | решить задачи                 |
| 11                                              | Решение комбинаторных задач         | 2/22                | ноябрь                                   | практическое занятие | решить задачи                 |
| 12                                              | Бином Ньютона. Треугольник Паскаля  | 2/22                | ноябрь                                   | урок                 | решить задачи                 |
| 13                                              | Свойства биномиальных коэффициентов | 2/26                | ноябрь                                   | лабораторное занятие | решить задачи                 |
| 14                                              | Контрольная работа №2               | 2/28                | ноябрь                                   |                      | повторить пройденный материал |
| <b>Раздел 3. Отношения. Отображения.</b>        |                                     |                     |                                          |                      |                               |
| 15                                              | Понятие отношения                   | 2/30                | ноябрь                                   | урок                 | решить задачи                 |
| 16                                              | Операции над бинарными отношениями  | 2/32                | декабрь                                  | практическое занятие | решить задачи                 |
| 17                                              | Свойства бинарных отношений         | 2/34                | декабрь                                  | урок                 | решить задачи                 |
| 18                                              | Отношение эквивалентности           | 2/36                | декабрь                                  | практическое занятие | решить задачи                 |
| 19                                              | Контрольная работа №3               | 2/38                | декабрь                                  |                      | повторить пройденный материал |
| 20                                              | Итоговая контрольная работа         | 2/40                | декабрь                                  |                      | повторить пройденный материал |
|                                                 | <b>Итого</b>                        | <b>40</b>           |                                          |                      |                               |
| <b>4 семестр</b>                                |                                     |                     |                                          |                      |                               |
| <b>Раздел 4. Элементы математической логики</b> |                                     |                     |                                          |                      |                               |

|                                           |                                          |           |         |                      |                               |
|-------------------------------------------|------------------------------------------|-----------|---------|----------------------|-------------------------------|
| 21                                        | Основные понятия алгебры логики          | 2/42      | январь  | урок                 | решить задачи                 |
| 22                                        | Формулы алгебры логики                   | 2/44      | январь  | урок                 | решить задачи                 |
| 23                                        | Законы алгебры логики                    | 2/46      | февраль | практическое занятие | решить задачи                 |
| 24                                        | Разложение булевых функций по переменным | 2/48      | февраль | практическое занятие | решить задачи                 |
| 25                                        | Полином Жегалкина                        | 2/50      | февраль | урок                 | решить задачи                 |
| 26                                        | Диаграмма булевой функции                | 2/52      | март    | практическое занятие | решить задачи                 |
| 27                                        | Контрольная работа №4                    | 2/54      | март    |                      | повторить пройденный материал |
| <b>Раздел 5. Введение в теорию графов</b> |                                          |           |         |                      |                               |
| 28                                        | Основные понятия и определения           | 2/56      | март    | урок                 | решить задачи                 |
| 29                                        | Представления графов                     | 2/58      | апрель  | урок                 | решить задачи                 |
| 30                                        | Метод поиска в глубину на графе          | 2/60      | апрель  | практическое занятие | решить задачи                 |
| 31                                        | Отношение эквивалентности на графе       | 2/62      | апрель  | урок                 | решить задачи                 |
| 32                                        | Эйлеровы графы. Остовные деревья.        | 2/64      | май     | практическое занятие | решить задачи                 |
| 33                                        | Двудольные графы                         | 2/66      | май     | практическое занятие | решить задачи                 |
| 34                                        | Контрольная работа №5                    | 2/68      | май     |                      | повторить пройденный материал |
| 35                                        | Дифференцированный зачет                 | 2/70      | июнь    |                      |                               |
| <b>Итого</b>                              |                                          | <b>30</b> |         |                      |                               |
| <b>Всего часов</b>                        |                                          | <b>70</b> |         |                      |                               |

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Стелрिताмакский филиал

Колледж

### Фонд оценочных средств

по дисциплине

***ЕН.02 Дискретная математика с элементами  
математической логики***

---

***Математический и общий естественнонаучный цикл, обязательная часть***  
цикл дисциплины и его часть (обязательная, вариативная)

---

***09.02.07***

код

специальность

***Информационные системы и программирование***

---

наименование специальности

квалификация

***Специалист по информационным системам***

---

Разработчик (составитель)

***Преподаватель первой категории***

***Кучер А.М.***

***Преподаватель высшей категории***

***Дмитриева С.Г.***

ученая степень, ученое звание,  
категория, Ф.И.О.

Стерлитамак 2023

**Фонд оценочных средств (ФОС)** предназначен для проверки результатов освоения дисциплины «Дискретная математика с элементами математической логики», входящей в состав программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование». **Работа обучающихся во взаимодействии с преподавателем** 70 часов, на самостоятельную работу 4 часа.

## **2. Объекты оценивания – результаты освоения дисциплины**

ФОС позволяет оценить следующие результаты освоения дисциплины в соответствии с ФГОС специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование и рабочей программой дисциплины «Дискретная математика и элементами математической логики»:

### **умения:**

- работать с документацией, разработанной с использованием графических языков спецификаций;
- осуществлять постановку задачи по обработке информации;
- проводить анализ предметной области;
- решать прикладные вопросы программирования и языка сценариев для создания программ;
- применять основные технологии экспертных систем;
- выполнять отладку и тестирование программы на уровне модуля;

### **знания:**

- основные этапы разработки программного обеспечения;
- способы оптимизации и приемы рефакторикса;
- основные принципы отладки и тестирования программных продуктов;
- задачи планирования и контроля развития проекта;
- современные стандарты качества программного продукта и процессов его обеспечения;
- основные виды работ на этапе сопровождения программного обеспечения;
- основные процессы управления проектом разработки.

Вышеперечисленные умения и знания направлены на формирование у обучающихся следующих **общих и профессиональных компетенций**:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

## **3 Формы контроля и оценки результатов освоения дисциплины**

Контроль и оценка результатов освоения – это выявление, измерение и оценивание знаний, умений и формирующихся общих и профессиональных компетенций в рамках освоения дисциплины.

В соответствии с учебным планом специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование, рабочей программой дисциплины «Дискретная математика и с элементами математической логики» предусматривается текущий и промежуточный контроль результатов освоения.

### **3.1 Формы текущего контроля**

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения.

Текущий контроль результатов освоения дисциплины в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании как обязательной формы контроля – выполнение практических работ и индивидуальных заданий.

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – устный опрос, решение задач, тестирование по темам отдельных занятий.

#### **Перечень вопросов к устному опросу**

1. Основные операции над множества и их свойства.
2. Отношения. Виды отображений. Функции.
3. Отношения эквивалентности и отношение порядка. Мощность множества.
4. Матрица бинарного отношения. Композиция отношений и их матрицы.
5. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения.
6. Подсчет размещений с повторениями и без повторений.
7. Сочетания без повторений и с повторениями.
8. Рекуррентные соотношения. Основные понятия и определения графа.
9. Пути, цепи, циклы.
10. Матрица смежности.
11. Связные компоненты.
12. Выделение компонент связности.
13. Расстояния на графах. Диаметр, радиус и центры графа.
14. Эйлеровы графы.
15. Остовные деревья. Жадный алгоритм.
16. Остовные деревья. Алгоритм ближайшего соседа.
17. Кратчайшие пути на графе.
18. Клики.
19. Циклы, фундаментальные множества циклов.

**Выполнение практических работ.** Практические работы проводятся с целью усвоения и закрепления практических умений и знаний, овладения профессиональными компетенциями. В ходе практической работы студенты приобретают умения, предусмотренные рабочей программой дисциплины, учатся использовать полученные знания, и применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.

Список практических работ:

#### **Тема 1.1. Множества и основные операции над ними**

1. Постройте множество точек  $M(x, y)$  плоскости, для которых:

$$\text{а) } y = \frac{x+1}{x-1}; \text{ б) } y = \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{x+1}{|x+1|} - \frac{1}{x}.$$

2. Напишите уравнение окружности:

а) если центр находится в точке  $A(3;1)$  и окружность проходит через точку  $B(7;4)$ ; б) окружность описана около треугольника  $ABC$ , где  $A(9;2)$ ,  $B(7;6)$ ,  $C(0;-1)$ .

3. Найдите уравнение множества точек  $M(x, y)$ , равноудаленных от точки  $F\left(0, -\frac{3}{4}\right)$  и от прямой  $y = -\frac{5}{4}$ .

4. Постройте множество точек  $M(x, y)$  плоскости, для которых:

а)  $x^2 + y^2 - 6x + 4y \geq 3$ ;

б)  $\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 \leq 4, \\ y+2 \geq x, \\ x^2 - 8x + 12 \leq 0; \end{cases}$

в)  $|x-1| + |y+1| \leq 2$ .

5. Найдите область определения функции:

а)  $y = (x-2)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ .

б)  $y = \cos(\arccos x)$ .

в)  $y = \arccos(\cos x)$ ,

г)  $y = \sqrt{\sin x}$ ,

д)  $y = \lg(\operatorname{tg}(x - \sqrt{3}))$ .

6. Даны множества  $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  $A = \{a, b, c\}$ ,  $C = \{a, c, e\}$ ,  $D = \{c, d, e, f\}$ . Задайте перечислением множества: 1)  $A \cap B$ , 2)  $A \cup C$ , 3)  $\bar{D}$ , 4)  $C - A$ , 5)  $A - C$ , 6)  $B \oplus D$ , 7)  $(A \cup \bar{C}) - B$ , 8)  $(B - C) \cap \bar{D}$ , 9)  $(\bar{A} \cap B) \oplus (\bar{D} \cup C)$ .

7. Постройте на диаграмме Эйлера-Венна множества:

1)  $\bar{A} \cup B$ , 2)  $A \cap (B \cup C)$ , 3)  $(A \cup B) - C$ , 4)  $(A - B) - (A - C)$ , 5)  $(A \oplus C) \cup (A \oplus B)$ , 6)  $(A \cup \bar{B}) - (\bar{C} \oplus A)$ .

8. Путем алгебраических преобразований упростить выражение:

а)  $\overline{AB} = B$ , б)  $\overline{(\bar{A} \cup \bar{B})B}$ , в)  $\overline{A \cup B \cup \bar{A}}$ , г)  $A \otimes B \otimes AB$ .

9. Решить уравнение:

а)  $AX = B$ , б)  $A \cup X = B$ , в)  $A \otimes X = B$ , г)  $X \cup A = (B - X) \otimes A$ .

## Тема 1.2. Отношения. Мощность множества

1. Даны множества  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ . Задайте следующие множества: а)  $A \times B$ , б)  $B \times A$ , в)  $A^2$ , г)  $A \times B \times A$ . Приведите пример бинарного отношения на множестве  $A$ . Сколько всего можно определить различных отношений?

2. Дайте геометрическую интерпретацию множеств:

а)  $[0, 1] \times [0, 3]$ , б)  $[0, 1] \times (0, 1)$ , в)  $[0, 1]^3$ .

3. Задайте перечислением пар следующие бинарные отношения. Постройте матрицы этих отношений:

а)  $R = \{(x, y) | x, y \in \{1, 2, 3, 4\}, x < y\}$ ;

б)  $R = \{(x, y) | x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}, y \in \{12, 16\}, x \text{ делит } y\}$ ;

в)  $R = \{(x, y) | x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5\}, (x + y) - \text{четно}\}$ .

4. Определите область определения, область значений, дополнение до отношения, обратное отношение для следующих бинарных отношений:

а)  $R = \{(x, y) | x, y \in \{1, 2, 3, 4\}, x \geq y\}$ ;

б)  $R = \{(x, y) | x \in [0, 3], y \in [-1, 3], x^2 + 4y^2 \leq 4\}$ ;

в)  $R = \{(x, y) | x \in [0, 3], y \in [0, 9], x^2 = y\}$ .

5. Выполняются ли для следующих отношений свойства рефлексивности, симметричности и транзитивности:

а) отношения «быть знакомым», «жить в одном городе», «быть моложе» на множестве всех людей?

б) отношение  $R = \{(m, n) | m, n \in N, m - n = 2\}$ ?

- в) отношение  $R = \{(m, n) \mid m, n \in \mathbb{Z}, 2m + n \text{ делится на } 3\}$ ?
- г) соответствие  $\Gamma = (X, Y, R)$ , если  $X = \mathbb{N}$ ,  $Y$  – множество непрерывных на  $[a, b]$  функций,
- а) отношение  $R = \left\{ (J, f(x)) \mid J = \int_a^b f(x) dx \right\}$ ,
- д) отношение строгого включения на булеане множества  $A = \{1, 2, \dots, n\}$ .
6. Для отношения  $R = \{(x, y) \mid x, y \in M, x, y \text{ имеют один и тот же остаток от деления на } 3\}$ ,  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ :
- а) постройте матрицу отношения  $R$ ;
- б) докажите, что  $R$  является отношением эквивалентности на  $M$ ;
- в) разбейте множество  $M$  на классы эквивалентности по отношению  $R$ .
7. Докажите, что отношение  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2) \mid x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2\}$  является отношением эквивалентности на  $\mathbb{R}^2$ . Определите классы этой эквивалентности.
8. Выясните, какие из бинарных отношений являются функциями на  $\mathbb{Z}$ : а)  $R = \{(n, 2n) \mid n \in \mathbb{Z}\}$ , б)  $R = \{(2n, n) \mid n \in \mathbb{Z}\}$ , в)  $R = \{(n^2, n) \mid n \in \mathbb{Z}\}$ .
9. Установить биекцию между множествами: а)  $[0, 1]$  и  $\mathbb{R}$ ; б)  $\mathbb{R}$  и  $[0, +\infty)$ ; г)  $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$  и  $[0, 1)$ .
10. Доказать, что множество всех конечных последовательностей, составленных из элементов некоторого счетного множества, счетно.
11. Пусть на множестве  $\mathbb{N}$  задано отношение  $\Delta$ , задаваемое следующим правилом:  $m \Delta n \Leftrightarrow m \text{ делит } n$ .
- Считая, что  $0$  делит  $0$ , доказать, что  $\Delta$  – частичный порядок. Для произвольных натуральных чисел  $m$  и  $n$  найти  $\inf\{m, n\}$ ,  $\sup\{m, n\}$  относительно указанного порядка.

## Раздел 2. Комбинаторика

### Тема 2.1. Комбинаторные задачи

1. Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова:
- «ворон», чтобы две буквы «о» не стояли рядом,
- «атаман» – согласные идут в алфавитном порядке, но буквы «а» не стоят рядом,
- «интернирование» – согласные и гласные чередуются, гласные идут в алфавитном порядке,
- «взбрыкнул» – между двумя гласными находятся 3 согласные,
- «пастух» – между двумя гласными расположены 2 согласные,
- «околоток» – три буквы «о» не идут рядом,
- «криминал» – пятое и седьмое место заняты согласными,
- «переходим» – согласные и гласные чередуются,
- «диктатура» – как гласные, так и согласные идут в алфавитном порядке,
- «катастрофа» – не меняется порядок согласных букв,
- «танкетка» – запрещено буквосочетание «ант»,
- «комитет» – гласные не стоят рядом и разделяются буквами «т»,
- «парламент» – согласные идут в алфавитном, гласные – в порядке, обратном алфавитному,
- «диссидент» – гласные чередуются с парами согласных,
- «полумера» – не встречается буквосочетание «мурло»,
- «предел» – в начале и в конце слова стоит согласная буква,

- «приватизация» – чередуются пары гласных и согласных букв,  
 «салага» – буква «а» идет сразу после «с»,  
 «переворот» – не больше одной пары одинаковых букв стоят рядом.  
 «капитуляция» – слово начинается с буквы «а», чередуются гласные и согласные буквы,  
 «легитимность» – не присутствуют буквосочетания «гимн» и «тост»,  
 «белиерда» – между буквами «б» стоит блок из четырех гласных,  
 «коммунизм» – не встречается сочетание букв «муки».
2. Сколько диагоналей в выпуклом  $n$  угольнике?
  3. Сколько существует целых чисел от 0 до 999999, в десятичной записи которых нет стоящих рядом одинаковых цифр?
  4. Сколько точек пересечения диагоналей внутри выпуклого  $n$ -угольника, если никакие 3 из них не пересекаются в одной точке?
  5. Сколько чисел, не делящихся на 3, 5, 7 в первой тысяче?
  6. На каждой стороне треугольника  $ABC$  отмечены по 9 точек, разбивающих ее на 10 равных частей. Рассмотрим всевозможные треугольники с вершинами в отмеченных точках, по одной на каждой стороне. Сколько среди этих треугольников таких, у которых ни одна из сторон не параллельна сторонам треугольника  $ABC$ ?
  7. У Сережи больше 50 черных и белых шаров, причем белых больше, чем черных. Оказалось, что он может выложить шары 2016 способами в ряд так, что никакие два черных не лежали рядом. Сколько шаров у Сергея? (Республ. матем. олимпиада 2016 г.).

## Тема 2.2. Бином Ньютона и полиномиальная формула. Производящие функции

1. Сколькими способами можно выбрать из колоды в 36 карт следующие:
  - 1) 1 король, 2 дамы, 1 пиковая карта;
  - 2) 1 крестовая карта, 2 дамы, нет червей;
  - 3) хотя бы 4 крестовые карты, 1 туз;
  - 4) 3 дамы, 2 крестовые карты;
  - 5) 1 бубновая карта, 2 крестовых, 1 дама;
  - 6) 2 бубновые, 2 крестовые, 1 туз;
  - 7) по крайней мере 4 пиковые карты, 1 дама;
  - 8) 2 карты черной масти, 2 дамы;
  - 9) 1 туз, 1 валет, 1 карта красной масти;
  - 10) 3 туза, 3 карты черной масти;
  - 11) 1 дама, 1 карта пик, 2 красные карты;
  - 12) 2 туза, не меньше 3 пиковых карт.
2. Найти наибольший член разложения бинома  $(a + b)^n$ , если  $a = \sqrt{5}$ ,  $b = 3$ ,  $n = 100$ .
3. В отряде из 40 ребят 30 умеют плавать, 27 умеют играть в шахматы и только пятеро не умеют ни того, ни другого. Сколько ребят умеют и плавать и играть в шахматы?
4. Среди абитуриентов оценку «отлично» получили по математике 48 человек, по физике – 37, по математике и физике – 75, по математике и русскому языку – 76, по физике и русскому языку – 66, по всем трем предметам – 4. Сколько абитуриентов получили хотя бы одну пятерку? Сколько среди них получили только одну пятерку?
5. В классе обучаются 42 ученика. Из них 16 участвуют в секции по легкой атлетике, 24 – в футбольной секции, 15 – в шахматной секции, 11 – и в секции по легкой атлетике, и в футбольной секции, 12 – и в футбольной, и в шахматной, а 6 – во всех трех секциях. Остальные школьники увлекаются туризмом. Сколько школьников являются туристами?

6. Сколько положительных чисел от 1 до 500 делятся ровно на одно из чисел 3, 5, и 7?

7. Найти производящую последовательность чисел Фибоначчи функцию.

### Тема 2.3. Рекуррентные соотношения.

#### Возвратные последовательности

1. Найти решение уравнения  $a_{n+1} + 2a_n = n + 1$ , если  $a_0 = 1$ .

2. Найти решение уравнения  $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 3^n$ , если  $a_0 = 5, a_1 = 7$ .

3. Найти общее решение уравнения  $a_{n+2} + 4a_{n+1} + 4a_n = n^2 - 3n + 1$ .

4. Найти коэффициент при  $x^k$  в разложении данного выражения  $P(x)$  по полиномиальной формуле, полученной после раскрытия скобок и приведения подобных членов:

1)  $P(x) = (2 + x^2 - x^3)^{13}$ ,  $k = 20$ .

2)  $P(x) = (1 + x^6 - x^{10})^{17}$ ,  $k = 96$ .

3)  $P(x) = (2 + 25x^2 - 27x^3)^{13}$ ,  $k = 15$ .

### Индивидуальное задание №1

**Задание 1.** Проверить, что для любых множеств  $A, B, C$  если верно включение (1), то верно и включение (2)

| Вариант | Условие (1)            | Условие (2)                                                                           |
|---------|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.      | $A \cap B \subseteq C$ | $A \cup B \subseteq (A \setminus B) \cup C$                                           |
| 2.      | $A \cap B \subseteq C$ | $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \subseteq (A \setminus B) \cup C$               |
| 3.      | $A \cap B \subseteq C$ | $(B \setminus C) \cup (A \setminus C) \subseteq (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ |
| 4.      | $A \cap B \subseteq C$ | $B \subseteq (B \setminus A) \cup C$                                                  |
| 5.      | $A \cap B \subseteq C$ | $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \subseteq (A \cap B) \cup C$                    |
| 6.      | $A \cap B \subseteq C$ | $A \setminus C \subseteq A \cap C$                                                    |
| 7.      | $A \cap B \subseteq C$ | $A \cup B \subseteq B \cup C$                                                         |
| 8.      | $A \cap B \subseteq C$ | $(A \setminus B) \cup (A \cap C) \subseteq C$                                         |
| 9.      | $A \cap B \subseteq C$ | $(A \setminus C) \cup (B \setminus C) \subseteq B$                                    |
| 10.     | $A \cap B \subseteq C$ | $(A \setminus C) \setminus C \subseteq C \setminus A$                                 |

**Задание 2.** Верно ли равенство (1) для произвольных множеств  $A, B, C$

| Вариант | Равенство (1)                                                                                             |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.      | $A \times B = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times (C \cap B))$                                      |
| 2.      | $A \times C = (A \times (C \cap B)) \cup (A \times C)$                                                    |
| 3.      | $A \times ((B \setminus C) \cup (C \setminus B)) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times (C \cap B))$ |
| 4.      | $A \times C = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times C)$                                               |
| 5.      | $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times (C \setminus B))$                                      |

|     |                                                                           |
|-----|---------------------------------------------------------------------------|
| 6.  | $A \times C = (A \times (C \cup B)) \cap (A \times C)$                    |
| 7.  | $A \times (C \setminus B) = (A \times C) \setminus (A \times (C \cap B))$ |
| 8.  | $A \times C = (A \times (C \cup B)) \setminus (A \times (B \setminus C))$ |
| 9.  | $A \times (B \cap C) = (A \times C) \cap (A \times (C \setminus B))$      |
| 10. | $A \times (C \setminus B) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times B)$ |

**Задание 3.** Сколькими способами можно выбрать из колоды в 36 карт следующие:

| Вариант | Равенство (1)                                  |
|---------|------------------------------------------------|
| 1.      | 2 дамы, нет червей.                            |
| 2.      | 2 крестовые карты, хотя бы 2 туза.             |
| 3.      | 1 туз, 3 дамы, не больше 2 карт красной масти. |
| 4.      | валет и дама черной масти, не более 1 туза.    |
| 5.      | 2 туза, по крайней мере 4 красные карты.       |
| 6.      | 1 валет, нет дам, 3 черные карты.              |
| 7.      | 2 дамы, 1 бубновая карта, 1 пиковая карта.     |
| 8.      | 2 карты красной масти, 3 туза.                 |
| 9.      | 2 красные карты, 1 бубновая, 1 дама.           |
| 10.     | 3 бубновых карты, 2 дамы, нет червей.          |

**Задание 4.** Найти коэффициент при  $x^k$  в разложении данного выражения  $P(x)$  по полиномиальной формуле, полученной после раскрытия скобок и приведения подобных членов:

| Вариант | $P(x)$                                   |
|---------|------------------------------------------|
| 1.      | $P(x) = (2 + 3x^2 - x^3)^{15}, k = 20.$  |
| 2.      | $P(x) = (2 + x^2 - 3x^4)^{15}, k = 25.$  |
| 3.      | $P(x) = (1 + x^7 - 3x^3)^{15}, k = 25.$  |
| 4.      | $P(x) = (1 + x^7 - 3x^3)^{15}, k = 25.$  |
| 5.      | $P(x) = (5 + 2x^7 - 3x^3)^{15}, k = 25.$ |
| 6.      | $P(x) = (-4 + x^7 - 3x^3)^{20}, k = 25.$ |
| 7.      | $P(x) = (-4 + x^7 - 5x^3)^{20}, k = 35.$ |
| 8.      | $P(x) = (1 + x^7 - 3x^3)^{15}, k = 35.$  |
| 9.      | $P(x) = (8 + x^7 - 3x^3)^{15}, k = 20.$  |
| 10.     | $P(x) = (6 + x^7 - 5x^3)^{17}, k = 25.$  |

**Задание 5.** Установить взаимно-однозначное соответствие между множествами  $A$  и  $B$ :

| Вариант | $A$      | $B$      |
|---------|----------|----------|
| 1.      | $[0, 1]$ | $(a, b)$ |

|     |         |                                 |
|-----|---------|---------------------------------|
| 2.  | $[0,1]$ | $[0,1]$                         |
| 3.  | $[0,1]$ | $(a,b]$                         |
| 4.  | $[0,1]$ | Вся числовая прямая             |
| 5.  | $[0,1]$ | Множество неотрицательных чисел |
| 6.  | $(0,1)$ | $[0,1]$                         |
| 7.  | $(0,1)$ | Вся числовая прямая             |
| 8.  | $[0,1]$ | $(0,1]$                         |
| 9.  | $(0,1)$ | $(0,1]$                         |
| 10. | $(0,1)$ | $[0,1)$                         |

### Задание 6.

Найдите область определения, область значений отношения  $P$ . Является ли отношение  $P$  рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?

| <b>В</b> | $P \subseteq R^2$                                | <b>В</b> | $P \subseteq R^2$                                      |
|----------|--------------------------------------------------|----------|--------------------------------------------------------|
| 1.       | $(x, y) \in P \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$     | 6.       | $(x, y) \in P \Leftrightarrow x + y = -2$              |
| 2.       | $(x, y) \in P \Leftrightarrow x \cdot y > 1$     | 7.       | $(x, y) \in P \Leftrightarrow y < x - 1$               |
| 3.       | $(x, y) \in P \Leftrightarrow y =  x $           | 8.       | $(x, y) \in P \Leftrightarrow x^2 = y$                 |
| 4.       | $(x, y) \in P \Leftrightarrow x^2 + x = y^2 + y$ | 9.       | $(x, y) \in P \Leftrightarrow x^2 \geq y$              |
| 5.       | $(x, y) \in P \Leftrightarrow x - y \in Z$       | 10.      | $(x, y) \in P \Leftrightarrow x + y \text{ кратно } 3$ |

### Задание 7.

*Вариант 1.* Выяснить, какие из следующих утверждений верны:

- 1) всякое отношение на множестве либо симметрично, либо антисимметрично;
- 2) никакое отношение не может быть одновременно симметричным и антисимметричным;
- 3) для любого отношения  $R$  отношение  $R \circ R^{-1}$  симметрично.

*Вариант 2.* Выяснить, какие из следующих утверждений верны:

- 1) для любого отношения  $R$  отношение  $R \circ R^{-1}$  рефлексивно;
- 2) для любого отношения  $R$  отношение  $R \cup R^{-1}$  и  $R \cap R^{-1}$  симметричны;
- 3) если  $R$  рефлексивно и симметрично, то  $R^{-1}$  также рефлексивно и симметрично.

*Вариант 3.* Выяснить, какие из следующих утверждений верны:

- 1) если  $R_1$  и  $R_2$  отношения эквивалентности, то  $R_1 \circ R_2$  тоже отношение эквивалентности;
- 2) если  $R_1$  и  $R_2$  отношения эквивалентности, то  $R_1 \cap R_2$  тоже отношение эквивалентности;
- 3) если  $R_1$  и  $R_2$  отношения эквивалентности, то  $R_1 \cup R_2$  тоже отношение эквивалентности.

*Вариант 4.* Укажите на двухэлементном множестве  $\{a, b\}$  все отношения, которые:

- 1) рефлексивны;
- 2) симметричны;
- 3) антисимметричны.

**Вариант 5.** Укажите на двухэлементном множестве  $\{a, b\}$  все отношения, которые:

- 1) транзитивны;
- 2) являются отношениями эквивалентности;
- 3) являются отношениями порядка.

**Вариант 6.** Выясните, является ли отношение  $R$  на множестве  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  отношением эквивалентности, если

$$R: aRb \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{3}.$$

**Вариант 7.** Выясните, является ли отношение  $R$  на множестве  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  отношением эквивалентности, если

$$R: aRb \Leftrightarrow a^2 \equiv b^2 \pmod{10}.$$

**Вариант 8.** Выясните, является ли отношение  $R$  на множестве  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  отношением эквивалентности, если

$$R: aRb \Leftrightarrow ab \equiv 2 \pmod{2}.$$

**Вариант 9.** Выясните, является ли отношение  $R$  на множестве  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  отношением эквивалентности, если

$$R: aRb \Leftrightarrow \text{НОД}(a, b) = 1.$$

**Вариант 10.** Сколько различных отношений порядка можно определить на множестве из трех элементов? Сколько среди них линейных?

### Раздел 3. Булева алгебра

#### Тема 3.1. Функции алгебры логики

1. Построить таблицу для данной булевой функции  $f(x, y, z)$

|    | $f(x, y, z)$                         |    | $f(x, y, z)$                                                   |
|----|--------------------------------------|----|----------------------------------------------------------------|
| 1. | $(x \downarrow y) + z \vee \bar{x}$  | 3. | $y + z \leftrightarrow z \wedge x \vee x$                      |
| 2. | $(x \vee y \rightarrow \bar{z}) + y$ | 4. | $\frac{x \wedge}{y \rightarrow z \leftrightarrow \bar{y} + z}$ |

2. Какие из перечисленных формул являются тождественно истинными или тождественно ложными:

- 1)  $(x \rightarrow y) \rightarrow ((x \vee z) \rightarrow (y \vee z))$ ,
- 2)  $((x + y) \leftrightarrow z)(x \rightarrow yz)$ ,
- 3)  $((x \vee \bar{y})z \rightarrow ((x \leftrightarrow z) + y)(x(yz)))$ .

3. Для данной функции  $f(x, y, z)$ :

- 1) выяснить, какие ее переменные являются существенными, а какие – фиктивными;
- 2) выразить  $f(x, y, z)$  формулой, содержащей только существенные переменные.

|    | $f(x, y, z)$ |    | $f(x, y, z)$ |
|----|--------------|----|--------------|
| 1. | 10111011     | 3. | 0101111<br>1 |

|    |              |    |              |
|----|--------------|----|--------------|
| 2. | 0011<br>1100 | 4. | 1000100<br>0 |
|----|--------------|----|--------------|

4. Написать таблицу функции  $h(x,y)$ , являющейся суперпозицией функций  $f_1$  и  $f_2$ , если:

- 1)  $f_1 = (10010111), f_2 = (01101011)$ ;
- 2)  $f_1 = (111001010), f_2 = (011110011)$ .

5. По обвинению в ограблении перед судом представлены  $A, B$  и  $C$ . Установлено следующее:

- 1) если  $A$  не виновен или  $B$  виновен, то  $C$  виновен;
- 2) если  $A$  не виновен, то  $C$  не виновен.

Виновен ли  $A$ ?

6. Определить, кто из четырех подозреваемых участвовал в ограблении банка, если известно:

- 1) если участвовал  $A$ , то участвовал  $B$ ;
- 2) если  $B$  участвовал, то или  $C$  участвовал, или  $A$  не участвовал;
- 3) если  $D$  не участвовал, то  $A$  участвовал, а  $C$  не участвовал;
- 4) если  $D$  не участвовал, то и  $A$  участвовал.

7. Построить контактную схему, реализующую схему голосования жюри из четырех человек (каждый член жюри голосует «за», нажимая свою кнопку, и «против» – не нажимая ее; лампочка загорается лишь в том случае, когда большинство жюри голосуют «за» или в случае, если же голоса разделились поровну, и за предложение подан голос председателя жюри).

8. Спроектировать контактную схему, реализующую схему, позволяющую зажигать и тушить лампочку с помощью трех независимых переключателей. Существует ли решение аналогичной задачи для любого  $n$  переключателей?

9. Множество  $f$  состоит из булевых функций, каждая из которых существенно зависит от всех своих переменных. Доказать. Что всякая формула над функциями из множества  $f$ , содержащая попарно различные переменные, каждая из которых входит в формулу ровно один раз, реализует булеву функцию, существенно зависящую от всех своих переменных.

### Тема 3.2. Разложение булевых функций по переменным. СДНФ. СКНФ. Полином Жигалкина

1. Построить дизъюнктивное и конъюнктивное разложение функции  $f(x_1, x_2, x_3) = (10010111)$  по переменным  $x_i, x_k$ :

- 1)  $t=1, k=2$ , 2)  $t=1, k=3$ , 3)  $t=2, k=3$ .

2. Выяснить, является ли линейной функция, заданная векторно:

- 1)  $f = (1001)$ , 2)  $f = (10010110)$ , 3)  $f = (01101001)$ .

3. Доказать, что функция  $f$  является линейной:

- 1)  $f = (x+y)(x \leftrightarrow y)$ , 2)  $f = x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz$ ,
- 3)  $f = (x+y)xy$ , 4)  $f = xy + yz + zx$ .

4. Найти число линейных самодвойственных функций.

5. С помощью алгебры логики проверить истинность соотношения для произвольных множеств:

- 1)  $(A \cup B) - (C \cap A) = (B - C) - (A \cup C)$ ;
- 2)  $(A \cap B) \cup (A - C) = A - (B \cup C)$ .

6. Выяснить, можно ли путем соответствующей замены переменных получить 0:

- 1)  $x \rightarrow y$ ; 2)  $f = x \cdot y \vee y \cdot \bar{z} \vee \bar{z} \cdot x$ ; 3)  $f = (11101000)$ .

7. Выяснить вопрос о равносильности ДНФ  $f_1, f_2, f_3$  сведением их к СДНФ

| $N_i$ | $f_1$                                        | $f_2$                                        | $f_3$                      |
|-------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------|
| 1     | $\bar{x}\bar{y} \vee x\bar{y} \vee y$        | $x\bar{y} \vee xz$                           | $\bar{y} \vee z$           |
| 2     | $\bar{z}\bar{y} \vee xz \vee \bar{x}$        | $y\bar{z} \vee \bar{x}y \vee \bar{x}\bar{y}$ | $x\bar{y}z \vee xy\bar{z}$ |
| 3     | $\bar{z}\bar{y} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}$ | $x\bar{z} \vee \bar{x}y$                     | $x \vee \bar{x}yz$         |

8. Выяснить, является ли линейной функция  $f$ , заданная векторно:

1)  $f = (1001)$ ; 2)  $f = (1101)$ ; 3)  $f = (10010110)$ .

### Тема 3.3. Полнота системы функций. Замкнутые классы

1. Выясните, принадлежат ли заданные функции классам  $T_1$  и  $T_0$ :

| $N_i$ | $f$                                          | $f_2$                                        | $f_3$                      |
|-------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------|
| 1     | $\bar{x}\bar{y} \vee x\bar{y} \vee y$        | $x\bar{y} \vee xz$                           | $\bar{y} \vee z$           |
| 2     | $\bar{z}\bar{y} \vee xz \vee \bar{x}$        | $y\bar{z} \vee \bar{x}y \vee \bar{x}\bar{y}$ | $x\bar{y}z \vee xy\bar{z}$ |
| 3     | $\bar{z}\bar{y} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}$ | $x\bar{z} \vee \bar{x}y$                     | $x \vee \bar{x}yz$         |

2. Заменить прочерки в векторе значений функции символами 0 или 1 так, чтобы получился вектор самодвойственной функции:

1)  $f = (01-0-0--11-0-1--)$ ,

2)  $f = (-01--11--01--10)$ ,

3)  $f = (11--00--01--10--)$ .

3. Выяснить, является ли самодвойственной функция, заданная векторно. Для несамодвойственной функции определить, какие переменные следует заменить  $x$ , а какие на  $\bar{x}$ , чтобы получить константу:

1)  $f = (01101001)$ , 2)  $f = (01111001)$ , 3)  $f = (10101000)$ .

4. Выяснить, является ли монотонной функция  $f$ . Для немонотонной функции подобрать соответствующую замену переменных, чтобы получить  $\bar{x}$ :

1)  $f = x + y + z$ ; 2)  $f = x\bar{y} \vee z$ ; 3)  $f = (x \rightarrow y) + x\bar{z}$ .

5. Каким классам Поста принадлежит булева функция, если:

1)  $f(0,1,0) = f(1,0,0) = f(1,0,1) = 0$ ; 2)  $f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = 0$ .

6. Доказать, что если  $f$  тождественно не равна константе, а  $f \vee f^*$  – константа, то  $f \notin M \cup S$ .

7. Найти число функций, принадлежащих множеству  $A$ :

1)  $A = T_0 \cup T_1$ ; 2)  $A = (T_0 \cup T_1) \cap L$ ; 3)  $A = L - T_1$ ;

4)  $A = S \cap T_1$ ; 5)  $A = S \cap T_1 \cap L$ .

8. Доказать, что  $L \cap T_0 \cap T_1 = L \cap S \cap T_0$ .

### Тема 3.4. Критерий полноты системы функций

1. Выяснить, полна ли система функций. Если полна, то проиллюстрировать поэтапное доказательство теоремы Поста, то есть, получить через суперпозицию функций

из этой системы константы, отрицание и конъюнкцию:

- 1)  $\{x \rightarrow yz, x(y \leftrightarrow z), xy + yz\}$ ; 2)  $\{x \vee y, x + y, x \rightarrow y, 0\}$ .

2. Выяснить, полна ли система  $A$  функций, заданных векторами своих значений:

- 1)  $A = \{f_1 = (0110), f_2 = (01011010), f_3 = (01111111)\}$ ;

- 2)  $A = \{f_1 = (01110), f_2 = (11000011), f_3 = (10010110)\}$ ;

- 3)  $A = \{f_1 = (0111), f_2 = (10010110)\}$ .

3. Является ли полной система функций? Образует ли она базис?

- 1)  $\{x \vee \bar{y}, \bar{x} \leftrightarrow y\}$ ; 2)  $\{\bar{x} \downarrow \bar{y}, x \leftrightarrow y\}$ .

3. Из полной системы функций  $A$  выделить всевозможные базисы:

- 1)  $A = \{1, \bar{x}, xy(x+y), x+y+xy+yz+xz\}$ ;

- 2)  $A = \{0, x+y, x \rightarrow y, xy \leftrightarrow xz\}$ ;

- 3)  $A = \{xy \vee \bar{x}z, \bar{x}, x \rightarrow y, x+yz\}$ .

4. Полна ли система булевых функций от  $n$  переменных  $F = \{f, g\}$ , если

- 1)  $f \in S - M, g \notin L \cup S, f \rightarrow g \equiv 1$ ?

- 2)  $f \notin T_0 \cup L, g \notin S, f \rightarrow g \equiv 1$ ?

- 3)  $f \in SL - T_0, g \in M - T_0, f \rightarrow g \equiv 1$ ?

5. Верно ли, что  $f \in [g]$  или  $g \in [f]$ , если

- 1)  $f = x + y, g = xy$ ? 2)  $f = x \rightarrow y, g = xy$ ? 3)  $f = x + y, g = x \rightarrow y$ ?

6. Опровергнуть, что если

- 1)  $f \notin (T_0 \cup T_1) - S$ , то  $f \in L \cup M$ ;

- 2)  $f \in \bar{T}_0, f \in \bar{T}_1, f \in \bar{M}$ , то  $f$  – функция Шеффера.

7. С помощью алгебры логики проверьте истинность соотношения для любых множеств  $A, B, C$ . Если соотношение не верно, то постройте контрпример  $(A \cup B) - (C \cap B) = (A - C) \cup (A - B)$ .

## Индивидуальное задание №2

1. Построить таблицу для данной булевой функции  $f(x, y, z)$

| Вариант | $f(x, y, z)$                                      | Вариант | $f(x, y, z)$                           |
|---------|---------------------------------------------------|---------|----------------------------------------|
| 1.      | $x + y \wedge z \rightarrow \bar{x} \vee \bar{y}$ | 6.      | $x \leftrightarrow y + z \vee \bar{y}$ |
| 2.      | $(x   y) \rightarrow \bar{z} \wedge y + x$        | 7.      | $x \vee y \wedge \bar{z} + y$          |
| 3.      | $(x \rightarrow \bar{y}) + z \vee x$              | 8.      | $(x + y) \wedge z \vee \bar{x}$        |
| 4.      | $x \vee y + \bar{z} \leftrightarrow y$            | 9.      | $(x \rightarrow \bar{y}) + z \vee y$   |
| 5.      | $(x   y) \wedge z \rightarrow \bar{y} \vee x$     | 10.     | $x \wedge y + z \rightarrow \bar{x}$   |

2. Найти функции, двойственные данным функциям. Выяснить, является ли функция монотонной? Построить полином Жигалкина данной функции.

| Вариант | $f$ | Вариант | $f$ |
|---------|-----|---------|-----|
|---------|-----|---------|-----|

| ант |                                                               |     |                                                               |
|-----|---------------------------------------------------------------|-----|---------------------------------------------------------------|
| 1.  | $(x \rightarrow \bar{y}) + z$                                 | 6.  | $(x   y) \rightarrow (x \downarrow y)$                        |
| 2.  | $(z \rightarrow x) \rightarrow \bar{y}$                       | 7.  | $(\bar{x} \rightarrow y) \rightarrow (z \rightarrow \bar{x})$ |
| 3.  | $(x + y) \rightarrow (z \rightarrow \bar{x})$                 | 8.  | $((x   y) \downarrow z) \rightarrow y$                        |
| 4.  | $((x \leftrightarrow y) \vee z) \rightarrow \bar{y}$          | 9.  | $(x \leftrightarrow \bar{z}) \vee (\bar{x} + y)$              |
| 5.  | $(\bar{x} \rightarrow y) \rightarrow (z \rightarrow \bar{x})$ | 10. | $((x \vee y) + (x   z))$                                      |

3. Найти СДНФ и СКНФ для функции, заданной векторно. Выяснить принадлежность функции  $f$  классам  $T_0, T_1, S, L, M$ .

| Вариант ант | $f$              | Вариант | $f$              |
|-------------|------------------|---------|------------------|
| 1.          | 1111010100111101 | 6.      | 1111111010100011 |
| 2.          | 0100111011011111 | 7.      | 1111001001111110 |
| 3.          | 1101111010101110 | 8.      | 1100111011111011 |
| 4.          | 0111000111111101 | 9.      | 1100011011110111 |
| 5.          | 1101010111011111 | 10.     | 1011111111100010 |

4. Подсчитать число булевых функций от  $n$  переменных, принадлежащих множеству  $A$ :

| Вариант ант | $A$                  | Вариант | $A$                     |
|-------------|----------------------|---------|-------------------------|
| 1.          | $(T_0 - S) - T_1$    | 6.      | $(S \cup L) - T_0 -$    |
| 2.          | $T_0 - (S \cup L)$   | 7.      | $(S \cup L) \cap T_0$   |
| 3.          | $(L \cup T_0) - S$   | 8.      | $(T_1 \cup T_0) \cap L$ |
| 4.          | $(T_1 \cup T_0) - L$ | 9.      | $(L \cup T_0) \cap S$   |
| 5.          | $(T_1 \cup T_0) - S$ | 10.     | $(L \cap T_0) \cup S$   |

5. Является ли система функций полной? Образуется ли она базис?

| Вариант ант | Система функ.                                 | Вариант | Система функ.                                 |
|-------------|-----------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------|
| 1.          | $\{x \vee y, \bar{x} + y\}$                   | 6.      | $\{\bar{x} \rightarrow y, x   \bar{y}\}$      |
| 2.          | $\{x \rightarrow y, \bar{x} \wedge \bar{y}\}$ | 7.      | $\{x \rightarrow \bar{y}, \bar{x} \wedge y\}$ |
| 3.          | $\{x \leftrightarrow y, \bar{x}   \bar{y}\}$  | 8.      | $\{x \leftrightarrow y, \bar{x}   y\}$        |
| 4.          | $\{x + y, \bar{x} \vee y\}$                   | 9.      | $\{\bar{x} + \bar{y}, x \vee \bar{y}\}$       |
| 5.          | $\{\bar{x} \rightarrow y, x \wedge \bar{y}\}$ | 10.     | $\{\bar{x} + y, \bar{x} \vee \bar{y}\}$       |

## Раздел 4. Элементы теории графов

### Тема 4.1. Графы. Визуализация графа. Простейшие свойства

1. В шахматном турнире по круговой системе, в которой участвуют 5 школьников, сыграно 6 партий. Больше всех встреч провели Ваня и Миша – по 3. Какое число партий

сыграл участник, проводший наименьшее число встреч?

2. Спортивный турнир проводится по круговой системе. Докажите, что в любой момент встречи найдутся хотя бы два игрока, проводшие одинаковое число встреч. Задача равносильна *утверждению*: в графе обязательно найдутся две вершины, степени которых одинаковы.

3. В шахматном турнире, в котором каждый участник должен был встретиться с каждым, один шахматист заболел и не доиграл свои партии. Всего в турнире проведено 24 встречи. Сколько шахматистов участвовало в турнире, и сколько партий сыграл выбывший участник?

4. В компании из пяти человек, среди любых трех человек найдутся двое знакомых и двое незнакомых друг с другом. Докажите, что компанию можно рассадить за круглым столом так, чтобы по обе стороны от каждого человека сидели его знакомые.

5. В некотором государстве система авиалиний устроена так, что любой город соединен авиалиниями не более чем с тремя другими, и из любого города в любой другой можно перелететь, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее число городов может быть в этом государстве?

6. В некоторой компании любые два знакомых не имеют общих знакомых, а любые два незнакомых имеют ровно двух общих знакомых. Докажите, что в этой компании все имеют одинаковое число знакомых.

7. Доказать, что в каждом графе с не менее чем с двумя вершинами найдутся две вершины с одинаковыми степенями.

8. В классе 30 человек. Каждому нравятся ровно  $k$  учеников из класса. При каком минимальном  $k$  можно утверждать, что обязательно найдутся два человека, которые нравятся друг другу.

9. Изобразить граф, если дана матрица смежности графа; является ли граф регулярным? Двудольным? Составьте для графа матрицу инцидентности.

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} ; \text{ б) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} .$$

## Тема 4.2. Маршруты. Достижимость. Связность

1. У каждого депутата парламента не более трех противников (если депутат  $A$  – противник депутата  $B$ , то  $B$  – противник депутата  $A$ ). Докажите, что депутатов можно разбить на две палаты так, что каждый депутат будет иметь не более одного противника в своей палате.

2. В море живут осьминожки. У каждого из них или один, или два друга. Когда взошло солнце, те у которых было двое друзей, посинели, а те у кого один друг, – покраснели, и оказалось, что любые два друга разноцветные. Однако друзья должны иметь одинаковый цвет, и поэтому 10 осьминожек перекрасились в красный цвет, а 12 красных – в синий. Сколько осьминожек живет в море?

3. В информационной сети каждый центр соединен каналами связи с четным числом центром. Докажите, что после уничтожения любого канала сеть не выйдет из строя.

4. В стране 101 город. Города соединены дорогами с односторонним движением так, что два города соединены не более чем одной дорогой. Из любого города выходит ровно

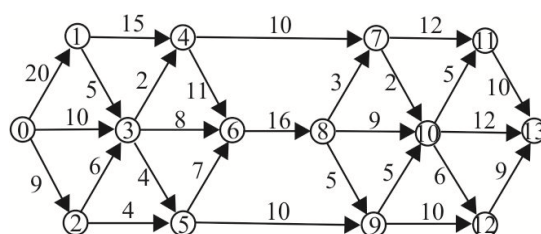
40 дорог, и в любой город входит ровно 40 дорог. Докажите, что из любого города в любой другой можно попасть, проехав не более трех дорог.

5. В классе 30 человек. Каждому нравятся ровно  $k$  учеников из класса. При каком минимальном  $k$  можно утверждать, что обязательно найдутся два человека, которые нравятся друг другу?

6. Найти радиус, диаметр, центр графа, заданного матрицей смежности:

$$1) \begin{pmatrix} 01010001 \\ 10100011 \\ 01010100 \\ 10101000 \\ 00100010 \\ 00100000 \\ 01001000 \\ 11000100 \end{pmatrix} ; 2) \begin{pmatrix} 01101001 \\ 10100011 \\ 11011011 \\ 00101000 \\ 10110111 \\ 00001001 \\ 11101100 \\ 11101100 \end{pmatrix} ; 3) \begin{pmatrix} 00110100 \\ 00111000 \\ 11000001 \\ 11000010 \\ 01000010 \\ 10000001 \\ 00011000 \\ 00100100 \end{pmatrix}.$$

7. Найти кратчайший маршрут во вешанном графе



### Тема 4.3. Деревья. Минимальные остовы

1. По дорожкам парка можно зайти в любой его уголок, но нельзя найти такой маршрут для прогулок, который начинается и оканчивается в одной и той же точке и каждую часть дорожки между двумя перекрестками парка содержит не более раза. Администрация парка решила провести реконструкцию освещения парка. По новому проекту каждый перекресток и тупик должен будет освещаться четырьмя светильниками, а аллея, соединяющая два перекрестка или перекресток и тупик – шестью. Сколько светильников будет установлено, если в парке 18 перекрестков и тупиков?

2. В парке число перекрестков и тупиков на единицу больше, чем число отрезков дорожек между перекрестками и тупиками. Кроме того, по дорожкам парка можно зайти в любой его уголок. Докажите, что в парке нельзя найти такой маршрут для прогулок, который начинается и оканчивается в одной и той же точке и каждую дорожку парка содержит не более раза.

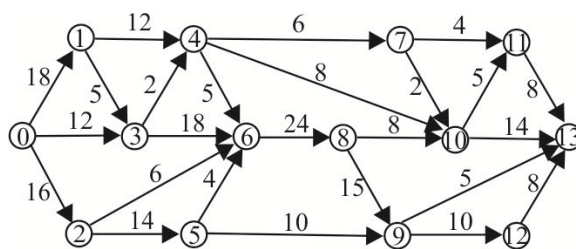
3. Какое наибольшее количество разрезов можно сделать в волейбольной сетке  $5 \times 10$  так, чтобы она не распалась?

4. Андрей пошел с отцом в тир. Уговор был такой: Алексей делает пять выстрелов и за каждое попадание получает право еще на два выстрела. Алексей выстрелил 25 раз. Сколько раз он попал?

5. Дан массив чисел 11, 6, 2, 4, 12, 5, 4, 7, 8, 1, 3, 5, 9, 10. Изобразите дерево поиска числа 3.

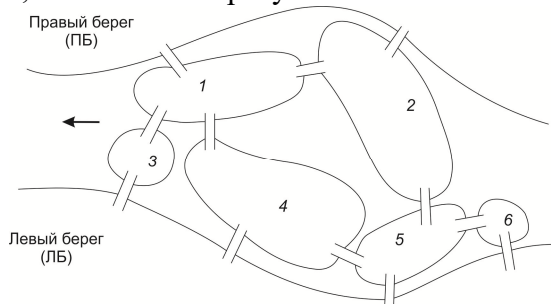
6. Однажды ковбои устроили перестрелку, в результате которой остался в живых только один ковбой. Некоторые были убиты, так и не сделав ни одного выстрела. Каждый из остальных ковбоев застрелил ровно трех других (никакие два ковбоя не застрелили друг друга). Перестрелку начало 28 ковбоев. Сколько из них не сдали ни одного выстрела?

7. Найти минимальный остов графа



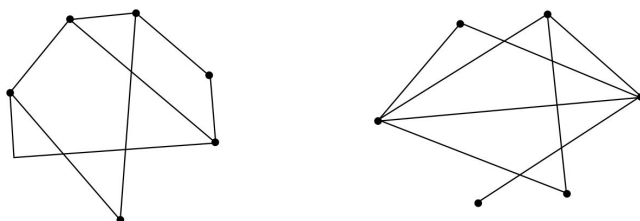
#### Тема 4.4. Обходы графов. Раскраска графов. Планарные графы

1. Шесть островов на реке в парке соединены мостами. Можно ли, начав прогулку на одном из островов, пройти по каждому из мостиков ровно один раз и вернуться на тот же остров? В случае отрицательного ответа определите, сколько мостиков и между какими островами нужно построить, чтобы такая прогулка стала возможной.

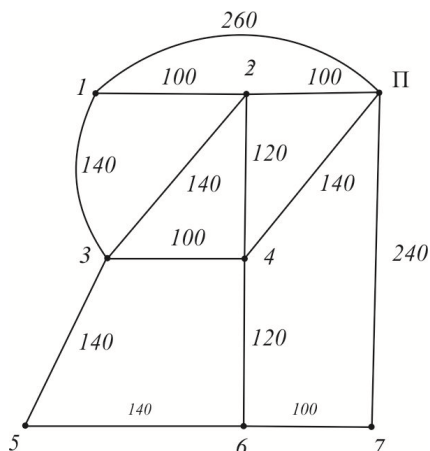


2. Найдите маршрут прогулки, который начинается и оканчивается в одном и том же месте и проходит каждый мостик из предыдущей задачи ровно один раз.

3. Найти хроматические числа и толщину графов:



4. Почтальон должен разнести почту по всем улицам своего участка (см. схему). На схеме указаны расстояния между перекрестками. Найдите кратчайший маршрут почтальона



5. Можно ли перевести шахматного коня с клетки a1 на клетку h8 (это крайние клетки большой диагонали шахматной доски) побывав при этом на каждой клетке шахматной доски ровно один раз.

6. Мышка грызет куб сыра с ребром 3, разбитый на 27 единичных кубиков. Когда мышка съедает какой-либо кубик, она переходит к другому кубику, имеющую общую грань с предыдущим. Может ли мышка съесть весь куб, кроме центрального кубика?

**Проверка выполнения самостоятельной работы.** Самостоятельная работа направлена на самостоятельное освоение и закрепление обучающимися практических умений и знаний, овладение профессиональными компетенциями.

Самостоятельная подготовка обучающихся по дисциплине предполагает следующие виды и формы работ:

- Систематическая проработка конспектов занятий, учебной и специальной технической литературы.
- Самостоятельное изучение материала и конспектирование лекций по учебной и специальной технической литературе.

#### **Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения**

| <b>Результаты обучения</b>                                                                | <b>Формы и методы контроля и оценки результатов обучения</b>    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <b>Освоенные умения:</b>                                                                  |                                                                 |
| работать с документацией, разработанной с использованием графических языков спецификаций; | Оценка правильности выполнения самостоятельной работы.          |
| осуществлять постановку задачи по обработке информации;-                                  | Оценка правильности выполнения практических работ.              |
| проводить анализ предметной области;                                                      | Оценка правильности выполнения практических работ.              |
| <b>Усвоенные знания:</b>                                                                  |                                                                 |
| основные этапы разработки программного обеспечения;                                       | Оценка правильности выполнения правильности практических работ. |
| основные виды работ на этапе сопровождения программного обеспечения;                      | Оценка правильности выполнения правильности практических работ. |
| основные процессы управления проектом разработки.                                         | Оценка правильности выполнения правильности практических работ. |

### **3.2 Форма промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация по дисциплине в форме итоговой контрольной работы в 1 семестре и в форме дифференцированного зачета во 2 семестре.

#### **Задания к итоговой контрольной работе**

##### **Вариант 1**

1. Проверьте равенство множеств, используя круги Эйлера:  $A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$ .
2. Из 170 спортсменов 70 занимаются футболом, 95 – хоккеем и 80 – теннисом. 30 занимаются и футболом, и хоккеем, 35 – и футболом, и теннисом, 15 – и хоккеем, и теннисом. 5 занимаются всеми 3 видами спорта. Сколько занимаются ровно 2 видами спорта?
3. Установите отношения между множествами A, B, C и изобразите их при помощи кругов Эйлера. Укажите характеристическое свойство элементов множества:  $X = A \setminus (B \cup C)$ . Выделите на чертеже область, изображающую множество X, если: A – множество трапеций; B – множество четырехугольников, имеющих прямой угол; C – множество квадратов.

4. В спортивной секции занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть организовано тренером разных стартовых пятерок?
5. Сколько существует различных кодов, состоящих из двузначного числа, цифры которого выбираются из цифр 1,2,3, и следующего за ним трехбуквенного слова, буквы которого выбираются из гласных букв русского алфавита? (Цифры и буквы в коде могут повторяться)

### Вариант 2

1. Проверьте равенство множеств, используя круги Эйлера:  $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$ .
2. Из 1000 студентов, занимающихся естественными науками, 630 посещают спецкурс по биологии, 390 – по химии и 720 – по математике. 440 посещают и математику, и биологию, 250 – и математику, и химию, и 200 – и биологию, и химию. 130 студентов посещают лекции по всем предметам. Сколько из 1000 студентов не посещают ни математики, ни биологии, ни химии?
3. Установите отношения между множествами A, B, C и изобразите их при помощи кругов Эйлера. Укажите характеристическое свойство элементов множества:  $X = A \setminus (B \cup C)$ . Выделите на чертеже область, изображающую множество X, если: A – множество прямоугольников; B – множество квадратов; C – множество трапеций.
4. Из группы, насчитывающей 25 человек, выбирают троих для поездки на соревнование. Сколькими способами это может быть сделано?
5. Шифр сейфа образуется из двух чисел. Первое, двузначное число, образуется из цифр 1,2,3,4 (цифры в числе могут повторяться). Второе, трехзначное число, образуется из цифр 7 и 6. Сколько различных шифров можно использовать в таком сейфе?

### Перечень вопросов к дифференцированному зачету

1. Основные операции над множества и их свойства.
2. Отношения. Виды отображений. Функции.
3. Отношения эквивалентности и отношение порядка. Мощность множества.
4. Матрица бинарного отношения. Композиция отношений и их матрицы.
5. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения.
6. Подсчет размещений с повторениями и без повторений.
7. Сочетания без повторений и с повторениями.
8. Рекуррентные соотношения. Основные понятия и определения графа.
9. Пути, цепи, циклы.
10. Матрица смежности.
11. Связные компоненты.
12. Выделение компонент связности.
13. Расстояния на графах. Диаметр, радиус и центры графа.
14. Эйлеровы графы.
15. Остовные деревья. Жадный алгоритм.
16. Остовные деревья. Алгоритм ближайшего соседа.
17. Кратчайшие пути на графе.
18. Клики.
19. Циклы, фундаментальные множества циклов.

### 4 Система оценивания комплекта ФОС текущего контроля и промежуточной аттестации

При оценивании практической работы студента учитывается следующее:

- качество выполнения практической части работы;
- качество оформления отчета по работе.

**Каждый вид работы оценивается по пяти бальной шкале.**

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

**Критерии оценивания ответа по устному опросу.**

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения; за грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

**Критерии оценивания опорных конспектов.**

«5» (отлично) – аккуратность выполнения, читаемость текста, грамотность (терминологическая и орфографическая), полное раскрытие темы конспекта.

«4» (хорошо) – тема конспекта раскрыта, однако материал изложен недостаточно логично; аккуратность выполнения, читаемость конспекта, грамотность (терминологическая и орфографическая).

«3» (удовлетворительно) – материал изложен недостаточно логично, неаккуратное выполнение, читаемость конспекта, грамотность (терминологическая и орфографическая), тема конспекта раскрыта не в полной мере.

«2» (неудовлетворительно) – материал изложен нелогично, допущены терминологические и орфографические ошибки, неразборчивый почерк, тема конспекта не раскрыта.

**Критерии оценивания заданий практических работ.**

Практическая работа оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Каждое задание оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех заданий оценка соответствует средней.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный

ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.\

**Критерии оценивания контрольных работ.**

Контрольная работа оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Каждое задание оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех заданий оценка соответствует средней.

**Критерии оценивания ответов по дифференцированному зачету.**

Экзаменационный билет оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

В экзаменационном билете два вопроса.

Первый вопрос максимально оценивается оценкой «5» (отлично).

Второй вопрос максимально оценивается оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания двух вопросов оценка соответствует средней.

Оценка «5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

Оценка «4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

Оценка «3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

Оценка «2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.