

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 28.03.2025 17:48:46
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886cf9626a198149ad36

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Стерлитамакский филиал

Колледж

Фонд оценочных средств

по дисциплине

ОП.01 Математика

Общепрофессиональный цикл, обязательная часть

цикл дисциплины и его часть (обязательная, вариативная)

специальность

25.02.08

Эксплуатация беспилотных авиационных систем

код

наименование специальности

квалификация

Оператор беспилотных летательных аппаратов

Разработчик (составитель)

Сагадиева Э.А

ученая степень, ученое звание,
категория, Ф.И.О.

Стерлитамак 2025

I Паспорт фондов оценочных средств

1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для проверки результатов освоения дисциплины «Математика», входящей в состав программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем. **Работа обучающихся во взаимодействии с преподавателем 152**, на самостоятельную работу 56.

2. Объекты оценивания – результаты освоения дисциплины

ФОС позволяет оценить следующие результаты освоения дисциплины в соответствии с ФГОС специальности 25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем и рабочей программой дисциплины «Математика»:

умения:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.

знания:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

- основы интегрального и дифференциального исчисления

Вышеперечисленные умения, знания и *практический опыт* направлены на формирование у обучающихся следующих **общих и профессиональных компетенций**:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.

ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

3 Формы контроля и оценки результатов освоения дисциплины

Контроль и оценка результатов освоения – это выявление, измерение и оценивание знаний, умений и формирующихся общих и профессиональных компетенций в рамках освоения дисциплины.

В соответствии с учебным планом специальности 25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем, рабочей программой дисциплины «Математика» предусматривается текущий и промежуточный контроль результатов освоения.

3.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения.

Текущий контроль результатов освоения дисциплины в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании следующих обязательных форм контроля:

- *выполнение практических работ,*
- *проверка выполнения самостоятельной работы студентов,*
- *проверка выполнения контрольных работ.*

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – *устный опрос, решение задач, тестирование по темам отдельных занятий.*

Выполнение и защита практических работ. Практические работы проводятся с целью усвоения и закрепления практических умений и знаний, овладения профессиональными компетенциями. В ходе практической работы студенты приобретают умения, предусмотренные рабочей программой дисциплины, учатся *использовать формулы, и применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.*

Список практических работ:

- Практическая работа №1 «Действия над комплексными числами в алгебраической форме»
- Практическая работа №2 «Тригонометрическая формы комплексного числа»
- Практическая работа №3 «Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»
- Практическая работа №4 «Показательная формы комплексного числа»
- Практическая работа №5 «Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера»
- Практическая работа №6 «Уравнения в комплексных числах»
- Практическая работа №7 «Вычисление значений выражений с комплексными числами»
- Практическая работа №8 «Действия над матрицами»
- Практическая работа №9 «Нахождение определителей второго, третьего и четвертого порядков»
- Практическая работа №10 «Нахождение определителей n-ого порядков»
- Практическая работа №11 «Нахождение обратной матрицы»
- Практическая работа №12 «Решение матричного уравнения»
- Практическая работа №13 «Нахождение ранга матрицы»
- Практическая работа №14 «Решение СЛАУ методом Крамера»
- Практическая работа №15 «Решение СЛАУ методом Гаусса»
- Практическая работа №16 «Исследование СЛАУ на совместность. Нахождение общего и частного решения СЛАУ»
- Практическая работа №17 «Переход к новому базису»
- Практическая работа №18 «Уравнения параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой»
- Практическая работа №19 «Окружность и эллипс»
- Практическая работа №20 «Парабола и гипербола»
- Практическая работа №21 «Решение задач на составление уравнений»
- Практическая работа №22 «Операции над множествами»
- Практическая работа №23 «Элементы комбинаторики»
- Практическая работа №24 «Булевы функции»
- Практическая работа №25 «Подготовка к контрольной работе №6»
- Практическая работа №26 «Предел функции»
- Практическая работа №27 «Первый и второй замечательные пределы»
- Практическая работа №28 «Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей различных типов»
- Практическая работа №29 «Подготовка к контрольной работе №7»
- Практическая работа №30 «Применение правил дифференцирования для нахождения производных»
- Практическая работа №31 «Вычисление производных высших порядков»
- Практическая работа №32 «Исследование функции с помощью производной»
- Практическая работа №33 «Производная и ее приложения»
- Практическая работа №34 «Нахождение производной функции двух переменных»

- первого и второго порядков»
- Практическая работа №35 «Нахождение экстремумов функции двух переменных с помощью производной»
 - Практическая работа №36 «Подготовка к контрольной работе №8»
 - Практическая работа №37 «Основные методы интегрирования. Метод подстановки.»
 - Практическая работа №38 «Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов»
 - Практическая работа №39 «Основные методы интегрирования. Метод интегрирования по частям»
 - Практическая работа №40 «Нахождение неопределенных интегралов»
 - Практическая работа №41 «Определенный интеграл и его свойства»
 - Практическая работа №42 «Вычисление определенных интегралов»
 - Практическая работа №43 «Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными»

Практическая работа №1

«Действия над комплексными числами в алгебраической форме»

Задание 1.

Найти комплексное число z из равенства $2 + 3i = z + 4 + i$.

Задание 2.

Найти произведение комплексных чисел $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = -1 - i$.

Задание 3.

Найти частное от деления комплексного числа $z_1 = \frac{1}{2} - 3i$ на число $z_2 = 2 + \frac{1}{3}i$.

Задание 4.

Найти i^{59} .

Задание 5.

Вычислите

$$а) \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)^2; \quad б) \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)^4.$$

Примерные задания для самостоятельной работы № 1

«Действия над комплексными числами»

Вариант 1.

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \pm z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$: $z_1 = 15 + 8i$, $z_2 = 4 - 3i$.
2. Представить число $z = 3 - 4i$ в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение $x^2 - x + 1 = 0$.
4. Найти действительные числа x и y из уравнения $(3 + i)x - 2(1 + 4i)y = -2 - 4i$.

Вариант 2

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \pm z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$: $z_1 = 9 - 3i$, $z_2 = 1 + 7i$.
2. Представить число $z = 2 + 3i$ в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение $2x^2 + x + 1 = 0$.
4. Найти действительные числа x и y из уравнения $(1 + 2i)x - 3(1 - 2i)y = 1 + i$.

Практическая работа №2

«Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»

Задание 1.

Дано $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ и $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$. Вычислить $z_1 \cdot z_2$.

Задание 2.

Дано $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ и $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 3.

Выразите $\sin 4\varphi$, и $\cos 4\varphi$ через $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$.

Задание 4.

Дано $z_1 = \sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ и $z_2 = \sqrt{3}\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$. Найдите а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) z_1^3 ; г) $\sqrt{z_1}$; д) $\overline{z_1 \cdot z_2}$, е) $\left(\frac{\overline{z_1}}{z_2}\right)$.

Задание 5.

Вычислите: $(1+i)^6$.

Практическая работа №3

«Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера»

Задание 1.

Переведите числа в показательную форму и выполните умножение.

Дано $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ и $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$. Вычислить $z_1 \cdot z_2$.

Задание 2.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

Дано $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ и $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 3.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

$z = 2 - 2i$, $n = 6$. Найти все значения z^n .

Практическая работа №4

«Уравнения в комплексных числах»

Задание 1.

Найдите x и y из уравнения

1) $(1+2i)x + (3-5i)y = 1-3i$, $x, y \in R$.

2) $(1-3i)x + (4+5i)y = 1+3i$, $x, y \in R$.

Задание 2.

Решите квадратные уравнения:

а) $x^2 + x + 1 = 0$; б) $x^2 - x + 1 = 0$; в) $x^2 + 1 = 0$; г) $2x^2 + 3 = 0$.

Задание 3.

Решите уравнения:

а) $x^3 = 8$; б) $x^4 = -16$.

Практическая работа №5

«Вычисление значений выражений с комплексными числами»

Задание 1.

Даны числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Найдите числа: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 2.

Дано: $z = 2 + i$. Найдите z^n , если $n = 2, 3, 4$.

Задание 3.

Найдите x и y из уравнения $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i$. $x, y \in R$.

Задание 4.

Найдите комплексно-сопряженные числа для следующих чисел и постройте их на комплексной плоскости:

а) $z = 3 - 2i$; б) $z = -2 - i$; в) $z = 5i$; г) $z = i$; д) $z = 6$.

Задание 5.

Вычислите

а) $\frac{(2-2i)(3+4i)-6i}{i+1}$; б) $\frac{(2+2i)(6-i)+1}{(2i+1)^3}$.

Практическая работа №6 «Действия с матрицами»

Задание 1.

Вычислить произведение матриц AB , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 2.

Найти произведения матриц AB и BA , где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 3.

Найти A^2 , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Задание 4.

Вычислить значение многочлена $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Задание 5.

Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 6.

Найти матрицу A^n и ее след: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $n = 3$.

Примерные задания для самостоятельной работы № 2 «Операции над матрицами»

Вариант 1.

1. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить матрицу $D = (A \cdot B)^T + C^2$ и найти ее след.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = x^2 - 2x + 1; \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу A из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е. $|A^3| - ?$

Вариант 2.

1. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить матрицу $D = (A \cdot B)^T + C^2$ и найти ее след.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = x^2 + 4x + 4; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу A из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е. $|A^3| - ?$

Практическая работа №7

«Нахождение определителей второго, третьего и четвертого порядков»

Вычислите определители:

$$1. \quad \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$2. \quad \begin{vmatrix} -3 & -4 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$3. \quad \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$4. \quad \begin{vmatrix} -2 & 8 & 0 \\ 7 & 1 & 9 \\ -4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$5. \quad \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

6.
$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

Примерные задания для самостоятельной работы № 3 «Вычисление определителей»

Вариант 1.

1. Вычислить произведение матриц А и В. Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Вариант 2.

1. Вычислить произведение матриц А и В. Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Практическая работа №8 «Нахождение обратной матрицы. Решение матричного уравнения»

Найти обратную матрицу к заданной по формуле

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot A_{\text{доп}}^T:$$

1 вариант

2 вариант

3 вариант

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

4 вариант

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

7 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

10 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 6 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

13 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

5 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

8 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

11 вариант

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 7 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

14 вариант

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

6 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

9 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

12 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

15 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Практическая работа №9 «Нахождение ранга матрицы»

Найти ранг матрицы:

1 вариант

1. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & -6 \\ 4 & -6 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2 вариант

1. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -6 \\ 1 & 6 & 2 & -2 \\ -2 & 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

3 вариант

1. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -6 \\ 1 & 6 & 2 & -2 \\ -2 & -4 & -6 & 12 \end{pmatrix}$$

4 вариант

1. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 & 6 \\ 4 & -6 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Практическая работа №10 «Решение СЛАУ методами Гаусса и Крамера»

Задание 1.

Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

Задание 2.

Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

Задание 3.

Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

Примерные задания для самостоятельной работы № 4

«Решение СЛАУ»

Вариант 1

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

- а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;
в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

- а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;
в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

Практическая работа №11

«Исследование СЛАУ на совместность. Нахождение общего и частного решения СЛАУ»

1 вариант

1. Исследовать систему на совместность. Если система совместна, определить количество решений системы:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_3 - x_4 = 9 \end{cases}$$

2. Исследовать на совместность и найти общее решение и два любых частных решения системы:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

3 вариант

1. Исследовать систему на совместность. Если система совместна, определить количество решений системы:

2 вариант

1. Исследовать систему на совместность. Если система совместна, определить количество решений системы:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ 4x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 9 \end{cases}$$

2. Исследовать на совместность и найти общее решение и два любых частных решения системы:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

4 вариант

1. Исследовать систему на совместность. Если система совместна, определить количество решений системы:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ -4x_1 - 4x_3 + 6x_3 - 4x_4 = -4 \end{cases}$$

2. Исследовать на совместность и найти общее решение и два любых частных решения системы:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ x_1 - x_3 + 2x_3 - 3x_4 = -4 \end{cases}$$

2. Исследовать на совместность и найти общее решение и два любых частных решения системы:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \end{cases}$$

Практическая работа №12

«Применение правил дифференцирования для нахождения производных»

Задание 1.

Найти производные функций:

а) $y = x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}$; б) $y = \frac{3}{x^2 + 1}$; в) $y = e^{4x}$; г) $y = \sqrt{1 + 2x}$

Задание 2.

Найти производную функции $y = f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x = 1$

а) $y = x^3 \cdot (\sqrt{x} + 1)$; б) $y = 15 \cdot (x^4 - 1)$; в) $y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$.

Задание 3.

Найти производные функций:

а) $y = (\sqrt{x} + 5)^3$; б) $y = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$; в) $y = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x}}$.

Задание 4.

Найти производные функций:

а) $y = \sqrt{\ln + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$; б) $y = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)^4$; в) $y = x^3 \sin(\cos x)$.

Задание 5.

Найти производные второго порядка функций:

а) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$; б) $y = \sin^2 3x$; в) $y = x \ln(x + 1)$.

Примерные задания для самостоятельной работы №5

«Нахождение производных»

Вариант 1.

1. Найти производные функций:

а) $y = 5x^2 - 3x + 2$; б) $y = \frac{2}{x^3 - 1}$; в) $y = e^{3x}$; г) $y = \sqrt{2 - 3x}$

2. Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:

а) $y = x^2 \cdot \ln 3x$; б) $y = \frac{3x}{x^2 + 1}$.

3. Вычислить:

а) $y = \cos 3x + 2 \sin^2 x$; б) $y = 5^{3x} + \log_2 x$.

4. Найти третью производную функций ($y''' = ?$):

а) $y = \sin 2x$; б) $y = e^{2x}$

Вариант 2.

1. Найти производные функций:

а) $y = 3x^2 + 5x - 1$; б) $y = \frac{5}{x^2 + 1}$; в) $y = e^{4x}$; г) $y = \sqrt{1 + 7x}$

2. Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:

а) $y = x^3 \cdot \ln 2x$; б) $y = \frac{2x}{x^3 + 1}$.

3. Вычислить:

а) $y = \sin 2x - 3 \cos^2 x$; б) $y = 2^{5x} + \log_3 x$.

4. Найти третью производную функций (y''' - ?):

а) $y = \cos 3x$; б) $y = e^{3x}$

Практическая работа №13 «Исследование функции с помощью производной»

Исследовать функцию с помощью производной

$$y = \frac{4x^2 - 2}{x - 3}.$$

1. Найдем область определения функции. Так как функция представляет собой дробь, а как, известно на ноль делить нельзя, то знаменатель не должен равняться 0.

Таким образом, x не равен 3.

Область определения $D(y) = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.

2. Найдем точки пересечения графика функции с осями координат.

С осью Оу при этом $x=0$, тогда $y=2/3$. Таким образом, $(0; 2/3)$ – точка пересечения с осью Оу.

С осью Ох при этом $y=0$, тогда $\frac{4x^2 - 2}{x - 3} = 0$, откуда $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. Самостоятельно

выпишите две точки пересечения с осью Ох.

3. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции. Для этого вычислим производную

$$y' = \frac{4x^2 - 24x + 2}{(x - 3)^2}.$$

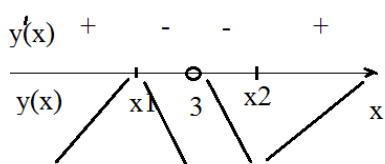
Решая уравнение $y' = 0$, находим точки подозрительные на экстремум

$$\frac{6 \pm \sqrt{14}}{2}.$$

Пользуясь разложением квадратного трехчлена можно записать

$$y' = \frac{4 \left(x - \frac{6 - \sqrt{14}}{2} \right) \left(x - \frac{6 + \sqrt{14}}{2} \right)}{(x - 3)^2} = \frac{4(x - x_1)(x - x_2)}{(x - 3)^2}.$$

Сделаем следующий рисунок. На рисунке отметим точки подозрительные на экстремум, выколем точки, не вошедшие в область определения функции. Обратите внимание, что $x_1 < x_2$.



Таким образом, функция возрастает на промежутках $\left(-\infty; \frac{6-\sqrt{14}}{2}\right)$ и $\left(\frac{6+\sqrt{14}}{2}; +\infty\right)$, а

убывает на промежутках $\left(\frac{6-\sqrt{14}}{2}; 3\right)$ и $\left(3; \frac{6+\sqrt{14}}{2}\right)$.

Экстремумы

$$\max(y) = y\left(\frac{6-\sqrt{14}}{2}\right) \text{ и } \min(y) = y\left(\frac{6+\sqrt{14}}{2}\right)$$

Значения функций вычислить самостоятельно.

4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба. Для этого вычислим y'' и приравняем к нулю. Найденные точки – точки перегиба графика функции. При $f'' > 0$ функция выпукла вниз (или вогнута). При $f'' < 0$ функция выпукла вверх.

Вычисления провести самостоятельно.

5. Построим схематично график функции

Построение провести самостоятельно. Сначала проведем вертикальную асимптоту $x=3$ пунктирной линией. Затем отметим точки пересечения с осями координат, экстремумы функции и точки перегиба. Далее последовательно плавной линией соединяем все точки в направлении слева - направо. Теперь можно проверить построенный график функции с учетом промежутков возрастания/убывания, выпуклости/вогнутости графика функции.

1. Найти область определения функции
2. Найти точки пересечения графика функции с осями координат
3. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции
4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба
5. Построить схематичный график функции

1 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$$

2 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$$

3 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$$

7 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 72x$$

8 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x$$

9 вариант

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$$

10 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 36x$$

4 вариант

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$$

5 вариант

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

6 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$$

12 вариант

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$$

13 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$$

14 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$$

15 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$$

11 вариант

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

Практическая работа №14
«Производная и ее приложения»

Пример 1. Тело движется прямолинейно по заданному закону $S(t) = 3t^3 + 2t^2 + 5$.

- a. Найти мгновенную скорость тела в момент времени $t_0 = 1$ секунду.
- b. Найти ускорение тела в момент времени $t_1 = 2$ секунды.
- c. Найти, через сколько секунд от начала отсчета мгновенная скорость тела будет равна $v_0 = 44$ м/с.
- d. Найти, через сколько секунд от начала отсчета ускорение тела будет равно a_0 .

Решение:

a) Для нахождения скорости вычислим производную первого порядка $v(t) = S'(t) = 9t^2 + 4t$. Тогда мгновенная скорость через 1 секунду $v(1) = 13$ м/с.

b) Для нахождения ускорения вычислим вторую производную $a(t) = v'(t) = S''(t) = (S'(t))' = (9t^2 + 4t)' = 18t + 4$. Тогда через 2 секунды ускорение будет $a(2) = 40$ м/с².

c) Для определения времени, по истечении которого скорость тела будет равна 44 м/с необходимо решить уравнение $v(t) = 9t^2 + 4t = 44$. Получаем $t = 2$ секунды.

d) Для определения времени, по истечении которого ускорение тела будет равно 22 м/с² необходимо решить уравнение $a(t) = 18t + 4 = 22$. Остается найти t .

Пример 2. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{5x-1}{3x+1}$ в точке (1;1).

Решение:

По условию задачи $x_0 = 1$ и $f(x_0) = f_0 = 1$. Уравнение касательной имеет вид $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Таким образом, остается найти

$$f'(x) = \frac{8}{(3x+1)^2}$$

$$f'(1) = 0,5$$

Тогда уравнение касательной примет вид

$$y = 1 + 0,5(x - 1)$$

Умножим равенство на 2

$$2y = 2 + x - 1, \text{ откуда получим } 2y = x + 1.$$

Задание 1.

Дана кривая $y = \frac{x^2}{4} - x$. Составить уравнения касательных: а) в точках пересечения кривой с прямой $3x + 2y - 4 = 0$; б) параллельной и перпендикулярной этой прямой; в) проходящих через точку (2;-5).

Задание 2.

Найти производную функции $y' = \frac{1}{2}x - 1$. Значения производной в найденных точках

$$y'(2) = 0, \quad y'(-4) = -3.$$

Задание 3.

Тело, выпущенное вертикально вверх, движется по закону $s(t) = 4 + 8t - 5t^2$, где высота $s(t)$ измеряется в метрах, а время t – в секундах. Найти: а) скорость тела в начальный момент; б) скорость тела в момент соприкосновения с землей; в) наибольшую высоту подъема тела.

Задание 4.

Тело движется прямолинейно по закону $s(t)$. Определить скорость и ускорение тела в указанный момент времени t_0 : а) $s(t) = t^3 - 2t - t$; $t_0 = 2$; б) $s(t) = \frac{2t+1}{t+3}$; $t_0 = 7$.

Задание 5.

Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону: $h(t) = 9t - 2t^2$. Найти начальную скорость и ускорение тела ($t_0 = 2$) и максимальную высоту подъема, при которой скорость $v(t) = 0$.

Практическая работа №15

«Нахождение производной функции двух переменных первого и второго порядков»

Найти производные $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}$:

1 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 + 3y^3 + 6xy + 8xy^2 \\ 2. z &= 2x^3 - 3xy + 6y^2 + 8x \end{aligned}$$

3 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= 3x^3 + 5xy^2 - 4xy - xy^2 \\ 2. z &= 2x^3 + 3xy^2 + 6yx^2 + 7y \end{aligned}$$

2 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 + 5xy^2 - 4xy + 8xy^2 \\ 2. z &= x^3 + 8x^2y + 6y^2 + 8x \end{aligned}$$

4 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2y - 3xy^3 + 2xy^2 + 4xy^2 \\ 2. z &= 5x^3 - xy + 6xy^2 + 9y \end{aligned}$$

Практическая работа №16 «Нахождение экстремумов функции двух переменных с помощью производной»

Найти максимумы и минимумы функции двух переменных:

1 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 + 3y^2 + 6xy \\ 2. z &= 2x^2 - 3xy + 6y^2 \end{aligned}$$

3 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= 3x^2 - 4xy - y^2 \\ 2. z &= 2x^2 + 3xy + 6x^2 \end{aligned}$$

2 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 + 5xy + 8y^2 \\ 2. z &= x^2 + 8xy + 6y^2 \end{aligned}$$

4 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 - 3xy + 2y^2 \\ 2. z &= 5x^2 - xy + 9y^2 \end{aligned}$$

Практическая работа №17

«Основные методы интегрирования. Метод подстановки»

1. Вычислим определенный интеграл непосредственным интегрированием

$$\int_{\pi/2}^{\pi} (\cos(2x) - \sin(4x - \pi/2)) dx = \int_{\pi/2}^{\pi} \cos(2x) dx - \int_{\pi/2}^{\pi} \sin(4x - \pi/2) dx =$$

$$= \frac{1}{2} \sin(2x) \Big|_{\pi/2}^{\pi} + \frac{1}{4} \cos(4x - \pi/2) \Big|_{\pi/2}^{\pi} = \frac{1}{2} (\sin(2\pi) - \sin(\pi)) + \frac{1}{4} \left(\cos\left(\frac{7\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) \right) = 0$$

2. Вычислим определенный интеграл способом подстановки

$$\int_1^3 e^{x^3+x} \cdot (3x^2+1) dx = \left| \begin{array}{l} t = x^3 + x, \quad x=1, \quad t=2, \quad x=3, \quad t=30 \\ dt = (x^3+x)' dx = (3x^2+1) dx \end{array} \right| = \int_2^{30} e^t dt = e^{30} - e^2$$

Вычислить интегралы:

$$1. \quad \int_0^{\pi} (\sin x - 2 \cos x) dx$$

$$2. \quad \int_0^{\sqrt{\pi/2}} 2x \sin(x^2) dx$$

$$3. \quad \int_{\pi/6}^{\pi/4} (3 \operatorname{tg} x - \cos x) dx$$

$$4. \quad \int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \cos(x^2 + \pi) dx$$

$$5. \quad \int_{\pi/6}^{\pi/4} (6 \sin(x+5) - 2 \operatorname{ctg}(x)) dx$$

$$6. \quad \int_2^3 \frac{2x+1}{x^2+x} dx$$

$$7. \quad \int_0^1 (e^{x+1} - 2 \cos(x-1)) dx$$

$$8. \quad \int_0^1 x e^{3x^2} dx$$

$$9. \quad \int_2^3 (3e^{x+5} - 2 \ln(x-1)) dx$$

$$10. \quad \int_1^2 x e^{2x^2+2} dx$$

$$11. \quad \int_0^{\pi/2} (2 \sin x - 3 \cos(x - \pi/2)) dx$$

$$12. \quad \int_{\sqrt{\pi/6}}^{\sqrt{\pi/4}} x \operatorname{tg}(x^2) dx$$

$$13. \quad \int_{\pi/4}^{\pi/3} (\sin(x) - \operatorname{tg}(x - \pi/2)) dx$$

$$14. \int_2^3 \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x} dx$$

$$15. \int_{-\pi/4}^{\pi/4} (tgx - 2 \cos x) dx$$

$$16. \int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/3}} x ctg(x^2) dx$$

$$17. \int_1^2 (e^{x+5} - 2 \ln(x)) dx$$

$$18. \int_0^1 x^2 e^{x^3+1} dx$$

$$19. \int_0^1 (x^3 - \ln(x+1)) dx$$

$$20. \int_0^1 x e^{x^2} dx$$

Практическая работа №18

«Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов»

Пример. Вычислим определенный интеграл методом неопределенных коэффициентов

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x}$$

Подынтегральное выражение имеет вид

$$\frac{1}{x^2 + x}$$

Знаменатель дроби можно разложить на множители

$$x^2 + x = x(x+1)$$

Тогда подынтегральное выражение можно представить в виде суммы двух простых дробей

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1},$$

где А и В - неизвестные коэффициенты.

Найдем их, для это сумму простых дробей приведем к общему знаменателю

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)}$$

Так как знаменатели дробей одинаковые, то и числители должны быть равны, то есть

$$A(x+1) + Bx = 1$$

Положим $x = -1$, чтобы приравнять к нулю скобку умножаемую на А, тогда

$$-B = 1, \text{ откуда } B = -1.$$

Положим $x = 0$, тогда пропадет слагаемое с В, откуда $A = 1$.

Значит

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

Тогда

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+x} = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx = \ln|x| \Big|_1^2 - \ln|x+1| \Big|_1^2 = 2\ln 2 - \ln 3 = \ln \frac{4}{3}$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+7x+12}$$

$$\int_2^3 \frac{2}{x^2-1} dx$$

$$\int_0^2 \frac{x^2}{x^2-x-6} dx$$

$$\int_1^2 \frac{x}{x^2+x-2} dx$$

Задания:

1 вариант $\int_0^1 \frac{x}{x^2+5x+4} dx$	2 вариант $\int_0^1 \frac{x}{x^2-4} dx$
3 вариант $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+4x}$	4 вариант $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2+4x+3}$

Практическая работа №19

«Основные методы интегрирования. Метод интегрирования по частям»

Пример. Вычислим определенный интеграл методом интегрирования по частям
Приведем формулу интегрирования по частям для определенного интеграла

$$\int_a^b v du = (u \cdot v) \Big|_a^b - \int_a^b u dv$$

$$\int_0^1 e^x \cdot (2x+5) dx = \left| \begin{array}{l} v = 2x+5, dv = (2x+5)' dx = 2dx \\ du = e^x dx, u = \int e^x dx = e^x \end{array} \right| = ((2x+5)e^x) \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx =$$

$$= 7e - 5 - 2(e - 1) = 5e - 3$$

Задания:

$$\int_0^2 (3x-1)e^{x+1} dx$$

$$\int_1^2 (2x+3) \ln x dx$$

$$\int_0^2 (3x-1)e^{x+1} dx$$

$$\int_1^2 (2x+3) \ln x dx$$

$$\int_0^\pi (3x-6) \sin x dx$$

$$\int_0^2 (3x+5)e^x dx$$

$$\int_1^2 x \ln x dx$$

$$\int_2^3 (x+1)e^x dx$$

1 вариант $\int_1^2 (x-2) \ln x dx$	2 вариант $\int_0^\pi (2x-3) \cos x dx$
--	--

3 вариант $\int_0^{\pi/2} (3x+2)\cos x \, dx$	4 вариант $\int_0^2 (x+5)e^{x+1} \, dx$
--	--

Практическая работа №20
«Нахождение неопределенных интегралов»

Вариант 1.

1. Найти интегралы:

а) $\int \frac{dx}{2x^3}$; б) $\int \sqrt[3]{x^2} \, dx$; в) $\int \frac{dx}{5^x}$; г) $\int 3^{2x+1} \, dx$

2. Найти интегралы методом замены переменной:

а) $\int \sqrt[3]{2+x} \, dx$; б) $\int \frac{dx}{2x-1}$; в) $\int e^{-3x+5} \, dx$.

3. Найти интегралы, используя метод интегрирования по частям:

а) $\int 2xe^{-3x} \, dx$; б) $\int 2x \ln x \, dx$.

Вариант 2.

1. Найти интегралы:

а) $\int \frac{dx}{5x^2}$; б) $\int \sqrt{x^3} \, dx$; в) $\int \frac{dx}{2^x}$; г) $\int 5^{2x-1} \, dx$

2. Найти интегралы методом замены переменной:

а) $\int \sqrt[3]{1-x} \, dx$; б) $\int \frac{dx}{5x+4}$; в) $\int e^{5x+3} \, dx$.

3. Найти интегралы, используя метод интегрирования по частям:

а) $\int xe^{5x} \, dx$; б) $\int 4x \ln x \, dx$.

Практическая работа №21
«Определенный интеграл и его свойства»

Вариант 1.

Задание 1.

Найти интегралы: а) $\int_0^1 x^2 \, dx$; б) $\int_1^2 2^{3x-4} \, dx$.

Задание 2.

Вычислить: а) $\int_0^1 x(2-x^2)^5 \, dx$; б) $\int_0^1 \ln x(1+x) \, dx$.

Задание 3.

Найти интегралы: а) $\int_1^2 \frac{3x^4 - 5x^2 + 7}{x} \, dx$; б) $\int_0^5 \frac{x \, dx}{\sqrt{1+3x}}$; в) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \, dx$.

Вариант 2.

Задание 1.

Найти интегралы: а) $\int_0^1 (x^2 + 1) \, dx$; б) $\int_1^3 2^{2x-5} \, dx$.

Задание 2.

Вычислить: а) $\int_0^1 x(2-x)^3 dx$; б) $\int_0^1 \ln x(1+x^2) dx$.

Задание 3.

Найти интегралы: а) $\int_1^2 \frac{3x^5 - 3x + 3}{x} dx$; б) $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1+4x}}$; в) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-4x^2} dx$.

Практическая работа №22 «Вычисление определенных интегралов»

Найти площади плоских фигур, ограниченных линиями:

а) $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 3$, $y = 0$;

б) $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$, $y = 4$ (фигура расположена в первой четверти);

в) $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$;

г) $y = 2x - x^2$, $y = 0$, $x = 3$.

Практическая работа №23

«Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными»

Решить уравнения:

1. $e^x(1+x^2)dy - 2x(1+e^x)dx = 0$

2. $e^x \sin^3 y + (1+e^{2x}) \cos y \cdot y = 0$

3. $y^2 \sin x dx + \cos^2 x \ln x dy = 0$

4. $x\sqrt{4+y^2} + yy'/\sqrt{1+x^2} = 0$

Проверка выполнения самостоятельной работы. Самостоятельная работа направлена на самостоятельное освоение и закрепление обучающимися практических умений и знаний, овладение профессиональными компетенциями.

Самостоятельная подготовка обучающихся по дисциплине предполагает следующие виды и формы работы:

- Систематическая проработка конспектов занятий, учебной и специальной технической литературы.
- Самостоятельное изучение материала и конспектирование лекций по учебной и специальной технической литературе.
- Выполнение расчетных заданий.

Список задач для самостоятельного решения

1. Даны числа $z_1 = 2+3i$ и $z_2 = 1-2i$. Найдите числа: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$.

2. Найти сумму и разность комплексных чисел $z_1 = 3+2i$ и $z_2 = -1-i$.

3. Найти произведение и частное комплексных чисел z из равенства $z_1 = 3+2i$ и $z_2 = -1-i$.

4. Даны числа $z_1 = 2+3i$ и $z_2 = 1-2i$. Найдите числа: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$.

5. Выполните действия: а) $(2+3i)(3-2i)$, б) $\frac{(3-5i)(2+3i)}{1+2i}$, в) $\frac{2+i}{3-i} + \frac{3+i}{2-i}$.

6. Найдите $x, y \in \mathbb{R}$, если а) $(x-3iy) + (2y+3ix) = 1-2i$,

б) $5x-2y + (x+y)i = 4+5i$, в) $(x-2iy) + (y+2ix) = 2-3i$.

7. Выполните действия: а) $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} + i^{54}$, б) $(i + i^{11} + i^{21})(i^{31} + i^{41} + i^{51})$

8. Найдите сумму матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

9. Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. Найдите произведения AB и BA (если это возможно).

10. Транспонируйте матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

11. Вычислить значение многочлена $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

12. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

13. Найти матрицу A^n и ее след: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $n = 3$.

14. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

15. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

16. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

17. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

18. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

19. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

20. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

21. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

22. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

23. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

24. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

25. Найти производные заданных функций

а) $y = 4x^3 + 3\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}$; б) $y = \sin x \cdot e^x$; в) $y = \frac{x^2}{\cos x}$; г) $y = \sin(x^2 + 3)$;

д) $y = (x^2 + e^x)^{10}$; е) $y = x^2 \cdot e^{\sin x}$.

26. Найти производную функции $y = f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x = 1$

а) $y = x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)$; б) $y = 15 \cdot (x^4 - 1)$; в) $y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$.

27. Найти производную функции $f(x) = 10 - 4x + 4\cos x - 3\sin x$.

28. Найти производную функции $y = 10\cos x + 5\sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

29. Найти производные функций:

а) $y = \sqrt{\ln+1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$; б) $y = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)^4$; в) $y = x^3 \sin(\cos x)$.

30. Найти производные второго порядка функций:

а) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$; б) $y = \sin^2 3x$; в) $y = x \ln(x + 1)$.

31. Найти интегралы

$$\text{а) } \int (8x^7 + 6x^5 - 3x^2 + 4) dx. \quad \text{б) } \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right) dx. \quad \text{в) } \int (\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x) dx.$$

$$\text{г) } \int \frac{x^2 + 2}{x} dx., \quad \text{д) } \int (2x + 3 \cos x) dx. \quad \text{е) } \int \frac{dx}{x^2 + 4}. \quad \text{ж) } \int \frac{dx}{5 - x^2}.$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{\sqrt{3 - x^2}}. \quad \text{и) } \int (x + 2)(x^2 - 3) dx. \quad \text{к) } \int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{x} dx.$$

$$32. \text{ Найти интегралы: а) } \int \frac{dx}{3^x}; \text{ б) } \int 2^{3x-1} dx; \text{ в) } \int \frac{dx}{9x^2 - 1}, \text{ г) } \int \frac{dx}{4x^2 + 25}, \text{ д) } \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 1}}.$$

$$33. \text{ Найти интегралы: а) } \int_1^2 \frac{3x^4 - 5x^2 + 7}{x} dx; \text{ б) } \int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x}}; \text{ в) } \int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx.$$

$$34. \text{ Вычислить определенные интегралы: а) } \int_1^5 \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x}}; \text{ б) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

$$35. \text{ Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями } y = x^2 + 1, x = 2, y = 0, x = 0$$

Проверка выполнения контрольных работ. Контрольная работа проводится с целью контроля усвоенных умений и знаний и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся в конце изучения темы или раздела. Согласно календарно-тематическому плану дисциплины предусмотрено проведение следующих контрольных работ:

- Контрольная работа №1 по разделу «Теория комплексных чисел»
- Контрольная работа №2 по разделу «Матрицы»
- Контрольная работа №3 по разделу «Методы решения СЛАУ»
- Контрольная работа №4 по разделу «Элементы матричного анализа»
- Контрольная работа №5 по разделу «Уравнение линий»
- Контрольная работа №6 по разделу «Основы дискретной математики»
- Контрольная работа №7 по разделу «Пределы и непрерывность»
- Контрольная работа №8 по разделу «Основы дифференциального исчисления»
- Контрольная работа №9 по разделу «Основы интегрального исчисления»

Спецификации контрольных работ приведены ниже в данном комплекте ФОС.

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2$: $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 1 - 2i$.
2. Представить число $z = 1 + i$ в тригонометрической форме.
3. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2$:
 $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right), z_2 = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$
4. Вычислите в тригонометрической форме $(1 + i)^6$.

Вариант 2

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2$:
 $z_1 = 9 - 3i, z_2 = 1 + 7i.$

2. Представить число $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ в тригонометрической форме.

3. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2$:

$$z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right), \quad z_2 = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

4. Вычислите $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^6$.

Контрольная работа №2-3

Вариант 1

1. Вычислите матрицу $D = A \cdot B + 2C^T$, где

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$

б) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$

2. Вычислить определитель

а) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Вычислите матрицу $D = A \cdot B + 2C^T$, где

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$

б) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$

2. Вычислить определитель

а) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_3 = 4 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

Контрольная работа № 4

1. Даны два единичных вектора $\vec{m}$ и $\vec{n}$, угол между которыми 120° . Найти:

а) острый угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

б) проекцию вектора $\vec{b}$ на направление вектора $\vec{a}$, если:

Вариант 1 $\vec{a} = -2\vec{m} + \vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} + 3\vec{n}.$

Вариант 2 $\vec{a} = 2\vec{m} - \vec{n}, \quad \vec{b} = -3\vec{m} + \vec{n}.$

Вариант 3 $\vec{a} = \vec{m} - 3\vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}.$

2. Выяснить, являются ли линейно зависимыми векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$:

Вариант 1

$$\vec{a}_1 = (1; 4; 6),$$

$$\vec{a}_2 = (1; -1; 1),$$

$$\vec{a}_3 = (1; 1; 3).$$

Вариант 2

$$\vec{a}_1 = (2; -3; 1),$$

$$\vec{a}_2 = (3; -1; 5),$$

$$\vec{a}_3 = (1; -4; 3).$$

Вариант 3

$$\vec{a}_1 = (1; 2; 3),$$

$$\vec{a}_2 = (4; 5; 6),$$

$$\vec{a}_3 = (7; 8; 9).$$

3. Даны четыре вектора $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ и $\vec{b}$ в некотором базисе. Показать, что векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ образуют базис, и найти координаты вектора $\vec{b}$ в этом базисе:

Вариант 1

$$\vec{a}_1 = (4; 5; 2),$$

$$\vec{a}_2 = (3; 0; 1),$$

$$\vec{a}_3 = (-1; 4; 2),$$

$$\vec{b} = (5; 7; 8).$$

Вариант 2

$$\vec{a}_1 = (3; -5; 2),$$

$$\vec{a}_2 = (4; 5; 1),$$

$$\vec{a}_3 = (-3; 0; -4),$$

$$\vec{b} = (-4; 5; -16).$$

Вариант 3

$$\vec{a}_1 = (-2; 3; 5),$$

$$\vec{a}_2 = (1; -3; 4),$$

$$\vec{a}_3 = (7; 8; -1),$$

$$\vec{b} = (1; 20; 1).$$

4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора $\tilde{A}$ (матрицы A):

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа № 5

I. Установите соответствия.

А) Уравнение параболы с вершиной в начале координат	1) $x^2 + y^2 = R^2$
Б) Уравнение эллипса с центром в начале координат	2) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
В) Уравнение окружности с центром в начале координат	3) $y^2 = \pm 2p \cdot x$
Г) Уравнение гиперболы с центром в начале координат	4) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

2. Установите соответствия.

А) Уравнение эллипса со смещённым центром	1) $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$
Б) Уравнение окружности со смещённым центром	2) $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$
В) Уравнение параболы со смещённой вершиной	3) $(y - y_0)^2 = \pm 2p \cdot (x - x_0)$
Г) Уравнение гиперболы со смещённым центром	4) $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$

3. По общему уравнению кривой второго порядка $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ установите соответствия между значениями коэффициентов и видом кривой.

А) $A = C, D = E = 0$	1) Окружность с центром в начале координат
Б) $A \neq C, A$ и C одинаковых знаков, D или $E \neq 0$	2) Эллипс с центром в начале координат
В) $A = C, D$ или $E \neq 0$	3) Эллипс со смещённым центром
Г) $A \neq C, A$ и C одинаковых знаков, $D = E = 0$	4) Окружность со смещённым центром

4. По общему уравнению кривой второго порядка $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ установите соответствия между значениями коэффициентов и видом кривой.

А) $A \neq C, A$ и C разных знаков, $D = E = 0$	1) Парабола с вершиной в начале координат
Б) $A \neq C, A$ и C разных знаков, D или $E \neq 0$	2) Гипербола с центром в начале координат
В) A или $C = 0, D$ и $E \neq 0$	3) Парабола со смещённой вершиной
Г) $A = 0, E = 0, F = 0$	4) Гипербола со смещённым центром

5. Выберите одну кривую, которая имеет радиус.

А) Окружность Б) Эллипс В) Гипербола Г) Парабола

6. Выберите одну кривую, которая имеет асимптоты.

А) Окружность Б) Эллипс В) Гипербола Г) Парабола

7. Выберите одну кривую, которая имеет одну директрису.

А) Окружность Б) Эллипс В) Гипербола Г) Парабола

8. Как называется величина p в уравнении кривой $(y - y_0)^2 = \pm 2p \cdot (x - x_0)$

А) Эксцентриситет Б) Фокус В) Параметр Г) Асимптота

9. Как называется кривая, состоящая из всех точек плоскости, сумма расстояний от которых до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная?

А) Окружность Б) Эллипс В) Гипербола Г) Парабола

10. Как называется кривая, состоящая из всех точек плоскости, разность расстояний от которых до двух данных точек (фокусов), взятая по абсолютной величине, есть величина постоянная?

- А) Окружность Б) Эллипс В) Гипербола Г) Парабола

11. Как называется кривая, состоящая из всех точек плоскости, расстояние от которых до данной точки (фокуса) равно расстоянию до данной прямой (директрисы)?

- А) Окружность Б) Эллипс В) Гипербола Г) Парабола

12. Действительная ось (Оу) и мнимая ось (Ох) гиперболы равны **8** и **6** соответственно. Каковы координаты фокусов гиперболы?

- А) $F_{1,2} (\pm 5; 0)$ Б) $F_{1,2} (0; \pm 10)$ В) $F_{1,2} (0; \pm 5)$ Г) $F_{1,2} (\pm 10; 0)$

13. Где находятся фокусы эллипса?

- А) На малой оси внутри эллипса Б) У эллипса фокусов нет
В) Снаружи эллипса на большой оси Г) Внутри эллипса на большой оси

14. Где находятся фокусы гиперболы?

- А) На действительной оси внутри гиперболы Б) На мнимой оси
В) На действительной оси снаружи гиперболы Г) У гиперболы фокусов нет

15. Где находится фокус параболы?

- А) На оси координат, не являющейся осью симметрии Б) У параболы фокуса нет
В) На оси симметрии параболы внутри параболы Г) На оси симметрии параболы вне параболы

16. Если расстояние от точки, лежащей на параболе, до фокуса равно **6**, то чему равно расстояние от этой точки до директрисы?

- А) 3 Б) 1,5 В) 6 Г) 12

17. По каноническому уравнению кривой определите её вид $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} = 1$

- А) Гипербола Б) Окружность В) Эллипс Г) Парабола

18. По каноническому уравнению кривой определите её вид $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{25} = 1$

- А) Гипербола с центром в точке $O'(-1; -2)$ Б) Гипербола с центром в точке $O'(1; 2)$
В) Эллипс с центром в точке $O'(1; 2)$ Г) Эллипс с центром в точке $O'(-1; -2)$

19. По общему уравнению кривой определите её вид $x^2 - y^2 - 9 = 0$.

- А) Эллипс с центром в начале координат
Б) Парабола с вершиной в начале координат
В) Гипербола с центром в начале координат
Г) Окружность с центром в начале координат

20. Что нужно поменять в общем уравнении вопроса №17, чтобы оно задавало окружность?

- А) Поменять знак перед 9 на противоположный
Б) Знак перед y^2 поменять на противоположный
В) Все знаки поменять на противоположные
Г) Все знаки должны быть положительными

21. По общему уравнению кривой определите её вид $x^2 + 6x - y - 4 = 0$.

- А) Эллипс с центром в начале координат Б) Парабола с вершиной в начале координат
В) Гипербола со смещённым центром Г) Парабола со смещённой вершиной

22. По общему уравнению кривой определите её вид $9x^2 + 16y^2 - 18x + 64y - 71 = 0$.

- А) Парабола со смещённой вершиной Б) Окружность со смещённым центром
В) Гипербола со смещённым центром Г) Эллипс со смещённым центром

Правильные ответы

1. А – 3, Б – 4, В – 1, Г – 2	12. В
2. А – 4, Б – 1, В – 3, Г – 2	13. Г
3. А – 1, Б – 3, В – 4, Г – 2	14. А
4. А – 2, Б – 4, В – 3, Г – 1	15. В
5. А	16. В
6. В	17. Б
7. Г	18. А
8. В	19. В
9. Б	20. Б
10. В	21. Г
11. Г	22. Г

Контрольная работа № 6

Вариант 1.

1	а) Истинное высказывание. б) Ложное высказывание.	1) Любой квадрат имеет прямой угол. 2) Все треугольники имеют прямой угол.
2	а) Импликация двух высказываний. б) Эквивалентность двух высказываний.	1) $\Leftrightarrow$ 2) $\rightarrow$
3	Дизъюнкцией высказываний A и B называется ...	а) высказывание $A \vee B$, которое истинно тогда и только тогда, когда истинно <i>хотя бы одно из этих высказываний</i> . б) высказывание $A \wedge B$ (AB), которое истинно тогда и только тогда, когда истинны <i>оба высказывания</i> . в) высказывание $A \rightarrow B$, которое ложно тогда и только тогда, когда <i>из истины следует ложь</i> . г) $A \leftrightarrow B$, которое истинно тогда и только тогда, когда <i>либо истинны, либо ложны одновременно оба высказывания</i> .
4	Те и только те элементы, которые принадлежат <i>одновременно</i> множествам A и B .	а) вычитание множеств; б) объединение множеств; в) пересечение множеств; г) дополнение множества.

5	<table><tr><td>p</td><td>q</td><td>$p \Leftrightarrow q$</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>	p	q	$p \Leftrightarrow q$	1	1		1	0		0	1		0	0		<table><tr><td>a)</td><td>б)</td><td>в)</td><td>г)</td></tr><tr><td>$p \Leftrightarrow q$</td><td>$p \Leftrightarrow q$</td><td>$p \Leftrightarrow q$</td><td>$p \Leftrightarrow q$</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	a)	б)	в)	г)	$p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
p	q	$p \Leftrightarrow q$																																							
1	1																																								
1	0																																								
0	1																																								
0	0																																								
a)	б)	в)	г)																																						
$p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$																																						
1	1	1	1																																						
1	1	0	0																																						
0	1	1	0																																						
0	0	1	1																																						
6	Пример истинного высказывания.	а) Студенты учат английский язык. б) Мы не можем пойти в театр. в) 2 плюс 3 равно 5. г) 3 плюс 5 равно 10.																																							
7	Пример ложного высказывания.	а) Как вы могли пропустить занятие? б) Отличник учится на «пять». в) С помощью сканера можно распечатать текст. г) Вы рады?																																							
8	Пример, не являющийся высказыванием.	а) Все столы имеют форму прямоугольника. б) Алгебра – раздел математики. в) $2+3=4$. г) Есть ли жизнь на Луне?																																							
9	Студенты второго курса в количестве 91 человек, изучающие технологию машиностроения, могут посещать и дополнительные дисциплины. В этом году 54 из них предпочли посещать компьютерные курсы, 26 решили получить права для вождения автомобиля. Кроме того 6 студентов посещают оба курса. Сколько студентов не посещают дополнительные занятия?	а) 14; б) 10; в) 17; г) 6.																																							
10	Объединение множеств A и B : $A = \{x \mid x \in (-3; 2)\}$ и $B = \{x \mid x \in (0; 4)\}$.	а) $\{x \mid x \in (-3; 4)\}$; б) $\{x \mid x \in (0; 2)\}$; в) $\{x \mid x \in (-3; 0)\}$; г) $\{x \mid x \in (2; 4)\}$.																																							
11	Пересечение множеств A и B : $A = \{x \mid x \in (-2; 3)\}$ и $B = \{x \mid x \in (-1; 4)\}$.	а) $\{x \mid x \in (-2; -1)\}$; б) $\{x \mid x \in (3; 4)\}$; в) $\{x \mid x \in (-2; 4)\}$; г) $\{x \mid x \in (-1; 3)\}$.																																							
12	Разность множеств A и B : $A = \{x \mid x \in (0; 3)\}$ и $B = \{x \mid x \in (1; 4)\}$.	а) $\{x \mid x \in (0; 4)\}$; б) $\{x \mid x \in (3; 4)\}$; в) $\{x \mid x \in (0; 1)\}$; г) пустое множество.																																							
13	A : «Рыть яму другому» и B : «Попасть в яму». Высказывание $A \vee B$...	а) «Рыть яму другому и попасть в яму». б) «Рыть яму другому или попасть в яму». в) «Если рыть яму другому, то можно попасть в яму». г) «Тогда и только тогда можно попасть в яму, когда роешь яму другому».																																							
14	Винни-Пух вышел на прогулку, взяв с собой																																								

карту. Числа на рисунке обозначают время движения (в минутах) от пункта до пункта. найдите кратчайший путь от пункта А до дома Пятачка в пункте К.	а) 60; б) 55; в) 45; г) 65.
---	--

Запишите краткий ответ на вопрос, окончание предложения или пропущенные слова

15	. Даны простые высказывания: А: «Число 225 делится нацело на 5». Б: «В параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам». С: «Логарифмы существуют только для отрицательных чисел». Определите истинность составного высказывания $(\neg A \vee B) \rightarrow B \wedge \neg C$.
16	Множество, которое не содержит ни одного элемента, называется ...
17	Ребро в теории графов, после удаления которого граф из связного превращается в несвязный, называется...

Контрольная работа №7

1. Вычислить предел функции

1	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6}$	2	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 7x + 6}{3x^2 + 10x + 8}$
3	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2}$	4	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 - 2x - 15}$
5	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1}$	6	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 11x + 5}{3x^2 - 14x - 5}$

2. Вычислить предел функции

1	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$	2	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$
3	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$	4	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$
5	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$	6	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}$

3. Вычислить предел функции

1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$	2	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - 1}{\sqrt{5+x} - 2}$
3	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{x-2} - 1}$	4	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{\sqrt{2x+5} - 3}$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4} - 2}{\sqrt{x^2+16} - 4}$	6	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3 - \sqrt{x+11}}{2 - \sqrt{x+6}}$

4. Вычислить предел функции

1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x}}$	2	$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{2x^2 - 19x + 9}$
3	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{\sqrt{2x+1} - 3}$	4	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{6x+1} - 5}{4 - \sqrt{x+12}}$
5	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$	6	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+3x^2} - (1+x)}{\sqrt[3]{x}}$

5. Вычислить предел функции

1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 7x^3 - 4}{6x^5 - 3x^2 + 2}$	2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 3x^2 - x^5}{2x + 3x^2 - 3x^5}$
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{2x^3 + x^2 - 2}$	4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^3 + x^2 + 4x}$
5	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 2x^3 - 5x^4}{2x^5 + 5x^2 - 3}$	6	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - 2x + 1}{2x^5 + 4x + 5}$

6. Исследовать функцию $y = f(x)$ на непрерывность. В точках разрыва установить характер разрыва. Схематично построить график функции.

1	$y = \begin{cases} 2x+1, & \text{если } x < -1 \\ x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2 \\ 6-x, & \text{если } x > 2 \end{cases}$	2	$y = \begin{cases} 4+x, & \text{если } x < -1 \\ x^2+2, & \text{если } -1 \leq x < 1 \\ 2x, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$
3	$y = \begin{cases} x+1, & \text{если } x \leq 0 \\ (x+1)^2, & \text{если } 0 < x \leq 2 \\ -x+4, & \text{если } x > 2 \end{cases}$	4	$y = \begin{cases} x+2, & \text{если } x \leq -1 \\ x^2+1, & \text{если } -1 < x \leq 1 \\ -x+3, & \text{если } x > 1 \end{cases}$

Контрольная работа № 8

1. Вычислить производную по правилу нахождения производной суммы (разности) двух функций

1 вариант $(\cos(5x-2) - 4\sin(2x-1))'$	3 вариант $(6e^{3x+1} + \cos(2x-1))'$
--	--

2 вариант $(2\operatorname{ctg}(2x+5) - 3\cos(7x+1))'$	4 вариант $(3\sin(x-2) - 4\operatorname{ctg}(2x-7))'$
---	--

2. Вычислить производную по правилу нахождения производной произведения двух функций

1 вариант $(\cos(2x) \cdot e^{3x})'$	3 вариант $(\operatorname{ctg}(3x) \cdot e^{5x+2})'$
2 вариант $(\cos(3x) \cdot \ln(2x+6))'$	4 вариант $(\cos(2x) \cdot \ln(3x+1))'$

3. Вычислить производную по правилу нахождения производной частного двух функций

1 вариант $\left(\frac{x^2+2}{x^2-2x}\right)'$	3 вариант $\left(\frac{2x+3}{\ln(x+7)}\right)'$
2 вариант $\left(\frac{x^3+e^x}{2x+3}\right)'$	4 вариант $\left(\frac{2x^2-3x+1}{x^2+x}\right)'$

4. Вычислить производную по правилу нахождения производной сложной функции

1 вариант $(\sin(e^{x+1} + 2\ln(3x)))'$	3 вариант $(\operatorname{ctg}(\ln(x^2+2x)))'$
2 вариант $(\cos(\ln(x^2+1)))'$	4 вариант $(\sin(e^{x+1} + 2x))'$

5. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции.

1 вариант $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x$	3 вариант $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
2 вариант $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$	4 вариант $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$

6. Найти все частные производные функции $z'_x, z'_y, z''_{xx}, z''_{yy}, z''_{xy}, z''_{yx}$.

1 вариант $z = 2x^3 - 3xy + 6y^2 + 8x$	3 вариант $z = x^3 + 8x^2y + 6y^2 + 8x$
2 вариант $z = 2x^3 + 3xy^2 + 6yx^2 + 7y$	4 вариант $z = 5x^3 - xy + 6xy^2 + 9y$

7. Решить задачу.

Тело движется прямолинейно по заданному закону $S(t)$.

- Найти мгновенную скорость тела в момент времени t_0 .
- Найти ускорение тела в момент времени t_1 .

- с. Найти, через сколько секунд от начала отсчета мгновенная скорость тела будет равна v_0 .
- д. Найти, через сколько секунд от начала отсчета ускорение тела будет равно a_0 .

№ варианта	$S(t)$, (м)	t_0 (с)	t_1 (с)	v_0 (м/с)	a (м/с ²)
1	$S(t) = 3t^2 - 12t + 7$	1	2	72 м/с	-
2	$S(t) = 2t^3 - 12t^2 + 7$	2	2	-	36 м/с ²
3	$S(t) = 5t + 0,2t^3 - 6$	1	3	-	5,6 м/с ²
4	$S(t) = 2t^2 + 4t + 1$	3	1	8 м/с	-

Контрольная работа № 9

1. Вычислить определенный интеграл непосредственным интегрированием.
2. Вычислить определенный интеграл способом подстановки.
3. Вычислит определенный интеграл интегрированием по частям.
4. Вычислить определенный интеграл методом неопределенных коэффициентов.

1 вариант №1. $\int_0^{\pi} (\sin x - 2 \cos x) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} 2x \sin(x^2) dx$ №3. $\int_0^2 (3x-1)e^{x+1} dx$ №4. $\int_2^3 \frac{2}{x^2-1} dx$	4 вариант №1. $\int_0^{\pi/4} (3tgx - \cos x) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi}} x tg(x^2) dx$ №3. $\int_1^2 (2x+3) \ln x dx$ №4. $\int_0^2 \frac{x^2}{x^2-x-6} dx$
2 вариант №1. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (6 \sin(x+5) - 2ctg(x)) dx$ №2. $\int_2^3 \frac{2x+1}{x^2+x} dx$ №3. $\int_0^{\pi} (3x-6) \sin x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{x}{x^2-7x+12} dx$	5 вариант №1. $\int_0^1 (e^{x+1} - 2 \cos(x-1)) dx$ №2. $\int_0^1 x e^{3x^2} dx$ №3. $\int_0^2 (3x+5)e^x dx$ №4. $\int_2^3 \frac{dx}{x^2+2x-3}$

3 вариант №1. $\int_2^3 (3e^{x+5} - 2\ln(x-1))dx$ №2. $\int_1^2 x e^{2x^2+2} dx$ №3. $\int_1^2 x \ln x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{x}{x^2+x-2} dx$	6 вариант №1. $\int_0^{\pi/2} (2\sin x - 3\cos(x - \pi/2))dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \cos(x^2 + \pi) dx$ №3. $\int_2^3 (x+1)e^x dx$ №4. $\int_0^1 \frac{x}{x^2-9} dx$
7 вариант №1. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (\sin(x) - \operatorname{tg}(x - \pi/2))dx$ №2. $\int_1^2 \frac{3x^2+2}{x^3+2x} dx$ №3. $\int_0^{3\pi/2} (x - 3\pi/2) \cos x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{2x dx}{x^2-x-6}$	12 вариант №1. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (\operatorname{tg} x - 2\cos x)dx$ №2. $\int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/3}} x \operatorname{ctg}(x^2) dx$ №3. $\int_1^3 (2x-3) \ln x dx$ №4. $\int_0^2 \frac{x}{x^2+7x+6} dx$
8 вариант №1. $\int_1^2 (e^{x+5} - 2\ln(x))dx$ №2. $\int_0^1 x^2 e^{x^3+1} dx$ №3. $\int_1^2 (2x+4) \ln x dx$ №4. $\int_3^4 \frac{dx}{x^2-2x}$	13 вариант №1. $\int_0^1 (x^3 - \ln(x+1))dx$ №2. $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ №3. $\int_1^2 (x+4) \ln x dx$ №4. $\int_3^4 \frac{dx}{x^2-x-2}$
9 вариант №1. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} (\operatorname{ctg} x - 3\sin(x + \pi/2))dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi/4}} x \operatorname{tg}(2x^2) dx$ №3. $\int_1^2 (x-2) \ln x dx$ №4. $\int_0^1 \frac{x}{x^2+5x+4} dx$	14 вариант №1. $\int_0^{\pi/4} (\sin(x+5) - 2\operatorname{tg}(x))dx$ №2. $\int_1^2 \frac{x}{x^2+1} dx$ №3. $\int_0^{\pi} (2x-3) \cos x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+7x+12}$

10 вариант №1. $\int_0^1 (8e^{x+1} - 3 \cos(x+1)) dx$ №2. $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$ №3. $\int_0^{\pi/2} (3x+2) \cos x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+4x}$	15 вариант №1. $\int_0^{\pi/2} (3 \sin x - \cos x) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \cos(x^2) dx$ №3. $\int_2^3 (x-1) e^{x-2} dx$ №4. $\int_0^1 \frac{x}{x^2-4} dx$
11 вариант №1. $\int_0^1 (2e^{x+1} - \sin(x+1)) dx$ №2. $\int_0^1 3x e^{x^2} dx$ №3. $\int_0^2 (x+5) e^{x+1} dx$ №4. $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2+4x+3}$	

Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения

Результаты обучения	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
Освоенные умения:	
- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.	<i>Практические и контрольные работы</i>
Усвоенные знания:	
- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ; - основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности; - основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; - основы интегрального и дифференциального исчисления	<i>Практические и контрольные работы</i>

3.2 Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» в 4 семестре – экзамен и в 3 семестре - дифференцированный зачет, спецификация которого содержится в данном комплекте ФОС.

Обучающиеся допускаются к сдаче экзамена при выполнении всех видов самостоятельной работы, практических и контрольных работ, предусмотренных рабочей программой и календарно-тематическим планом дисциплины.

Дифференцированный зачет/зачет/ итоговая контрольная работа проводится за счет времени, отведенного на изучение дисциплины/МДК. При условии своевременного и качественного выполнения обучающимся всех видов работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины/МДК.

Перечень вопросов к экзамену (или дифференцированному зачету, зачету, итоговой контрольной работы)

**Вопросы для дифференцированного зачета
3 семестр**

Раздел 1. Теория комплексных чисел

- Тема 1.1 Понятие комплексного числа и его геометрическая интерпретация
- Тема 1.2 Действия над комплексными числами в алгебраической форме
- Тема 1.3 Тригонометрическая формы комплексного числа
- Тема 1.4 Действия над комплексными числами в тригонометрической форме
- Тема 1.5 Показательная формы комплексного числа
- Тема 1.6 Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера
- Тема 1.7 Уравнения в комплексных числах
- Тема 1.8 Вычисление значений выражений с комплексными числами

Раздел 2. Основы линейной алгебры

- Тема 2.1 Матрицы
- Тема 2.2 Действия над матрицами
- Тема 2.3 Определители
- Тема 2.4 Нахождение определителей второго, третьего.
- Тема 2.5 Нахождение определителей n-ого порядков
- Тема 2.6 Нахождение обратной матрицы.
- Тема 2.7 Решение матричного уравнения
- Тема 2.8 Нахождение ранга матрицы
- Тема 2.10 Системы линейных алгебраических уравнений
- Тема 2.11 Решение СЛАУ методом Крамера
- Тема 2.12 Решение СЛАУ методом Гаусса
- Тема 2.13 Исследование СЛАУ на совместность. Нахождение общего и частного решения СЛАУ

Раздел 3. Элементы матричного анализа

- Тема 3.1 Векторы на плоскости и в пространстве. N-мерный вектор и векторное пространство
- Тема 3.2 Размерность и базис векторного пространства.
- Тема 3.3 Переход к новому базису
- Тема 3.4 Евклидово пространство. Линейные операторы
- Тема 3.4 Собственные векторы и собственные значения линейных операторов

Раздел 4. Уравнение линий

- Тема 4.1 Уравнение линий на плоскости
- Тема 4.2 Уравнение прямой
- Тема 4.3 Уравнения параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой
- Тема 4.4 Окружность и эллипс
- Тема 4.5 Парабола и гипербола
- Тема 4.6 Решение задач на составление уравнений

Тема 4.7 Понятие об уравнении плоскости и прямой в пространстве

Раздел 5. Основы дискретной математики (16)

Тема 5.1 Множества и способы их задания.

Тема 5.2 Операции над множествами

Тема 5.3 Декартово произведение

Тема 5.4 Элементы комбинаторики

Тема 5.5 Логика высказываний

Тема 5.6 Булевы функции

Список тестовых вопросов к экзамену

1. Комплексными числами называется:
 - a. упорядоченная пара действительных чисел
 - b. пара мнимых чисел
 - c. пара, у которой одно число действительное, а другое мнимое
2. Тригонометрической формой комплексного числа называется запись вида:
 - a. $z = \cos \varphi + \sin \varphi$
 - b. $z = r(\cos \varphi + \sin \varphi)$
 - c. $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$
3. Показательной формой комплексного числа называется запись вида:
 - a. $z = re^i$
 - b. $z = re^{i\varphi}$
 - c. $z = re^\varphi$
4. Какое действие над комплексными числами характеризует данная формула $a_1 + a_2 + i(b_1 + b_2)$
 - a. умножение
 - b. деление
 - c. сложение
5. Какое действие над комплексными числами можно осуществить путем раскрытия скобок:
 - a. Умножение
 - b. Деление
 - c. Вычитание
6. Два комплексных числа называются равными если:
 - a. равны их действительные части
 - b. равны их мнимые части
 - c. равны действительные и мнимые части
7. Любое комплексное число геометрически может быть представлено в виде:
 - a. Прямой на плоскости
 - b. Точки на плоскости
 - c. Графика функции
8. Модуль комплексного числа вычисляется по формуле:
 - a. $r = \sqrt{+bi}$
 - b. $r = a^2 + b^2$
 - c. $r = \sqrt{a^2 + b^2}$
9. Формула для возведения комплексного числа в степень имеет вид:

- a. $z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$
- b. $z^n = r^n(\cos n\varphi + \sin n\varphi)$
- c. $z^n = (\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$

10. Какие действия над комплексными числами обладают переместительным, сочетательным и распределительным свойством:

- a. Деление и умножение
- b. Сложение и вычитание
- c. Сложение и умножение

11. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & -5 \\ 2 & 6 & -1 \end{pmatrix}$. Чему равен элемент матрицы a_{23} ?

- a. 6
- b. -5
- c. 3
- d. 1

12. Определите размер матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ -5 & 8 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

- a. $A_{6 \times 3}$
- b. $A_{3 \times 6}$
- c. A_{18}
- d. A_9

13. Какая из матриц является диагональной?

- a. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
- b. $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$
- c. $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- d. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

14. Как называется диагональная матрица, у которой все элементы главной диагонали – единицы?

- a. единичной
- b. нулевой
- c. вектор-строка
- d. вектор-столбец

15. Найдите транспонированную матрицу A^T для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & -5 & -7 \end{pmatrix}$

- a. $A = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -7 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

b. $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -7 & -5 & 0 \end{pmatrix}$

c. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -5 & -3 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$

d. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -5 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$

16. Найдите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

- a. 10
- b. 14
- c. -14
- d. 6

17. Найдите алгебраическое дополнение A_{31} матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 8 & -5 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

- a. -5
- b. 13
- c. 3
- d. 5

18. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Найдите $4A-B$

- a. $\begin{pmatrix} 11 & -2 & 32 \\ -12 & 3 & 7 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 8 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
- c. $\begin{pmatrix} 13 & -2 & -32 \\ -4 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
- d. $\begin{pmatrix} 13 & -2 & 32 \\ -12 & 3 & 9 \end{pmatrix}$

19. Выберите неверное утверждение:

- a. При транспонировании значение определителя матрицы не меняется
- b. Определитель единичной матрицы равен единицы
- c. Определитель матрицы с двумя равными строками (столбцами) не равен нулю
- d. Определитель матрицы, содержащий нулевую троку (столбец), равен нулю

20. Выберите верное утверждение:

- a. Если поменять местами две строки (столбца) матрицы, то определить матрицы не поменяет знак
- b. Для матрицы первого порядка значение определителя равно значению элемента этой матрицы
- c. Определитель матрицы равен сумме элементов строки определителя на их алгебраические дополнения
- d. Определитель матрицы равен сумме произведений элементов строки определителя на их миноры

21. Найдите произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a. $\begin{pmatrix} 5 & -10 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -10 & 8 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -4 & 4 & -4 \end{pmatrix}$

d. данная операция не выполнима

22. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и матрица $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$. Найдите произведение матриц AB и BA

a. $AB = \begin{pmatrix} 0 & 24 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ и $BA = \begin{pmatrix} 5 & -10 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$

b. $AB = BA = \begin{pmatrix} 0 & 24 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$

c. $AB = BA = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$

d. $AB = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 24 & -6 \end{pmatrix}$ и $BA = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -10 & 8 \end{pmatrix}$

23. Найдите обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0,25 \\ -0,5 & 0,25 \end{pmatrix}$

b. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

c. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -0,5 \\ 0,25 & 0,25 \end{pmatrix}$

d. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,25 & -0,25 \\ 0,5 & 0 \end{pmatrix}$

24. Решите систему уравнений методом Крамера $\begin{cases} y - 3z = 8 \\ -2x + 2y + 2z = 10 \\ 4x - 6y + 4z = 2 \end{cases}$

a. $x = 65, y = 79, z = -19$

b. $x = 316, y = 260, z = 76$

c. $x = 79, y = 65, z = 19$

d. Решения нет

25. Какой размерности будет матрица $C = A \cdot B^T$, если матрица $A_{3 \times 3} =$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 7 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ а матрица } B_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a. $C_{3 \times 3}$

b. $C_{3 \times 2}$

c. $C_{2 \times 3}$

d. данная операция не выполнима, размерность определить нельзя

26. Определите скорость тела, движущегося по закону $S(t) = t^2 + 2$ в момент времени $t = 10$.

a) 22

б) 12

в) 20

27. Пусть путь S , пройденный падающим телом при начальной скорости $v_0 = 5 \text{ м/с}$, определяется формулой $S = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ ($g \approx 10 \text{ м/с}^2$). Вычислите скорость тела в момент $t =$

5 с.

- а) 60 м/с б) 65 м/с в) 55 м/с

28. Дана функция $y = x^3 - 27x + 1$. Найдите расстояние между абсциссами точек графика этой функции, касательные в которых параллельны прямой $y = 3$.

- а) 1 б) 0 в) 3

29. Под каким углом к положительному направлению оси абсцисс наклонена касательная, проведённая в любой точке кривой $y = -2x^5 - x^3 - 4x + 1000$?

- а) острым б) тупым в) параллельна оси Ох

30. Угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $f(x) = x^3 + x^2 - x - 7$ в точке с отрицательной абсциссой x_0 , равен 0. Найдите x_0 .

- а) -6 б) -1 в) -3

31. Дана функция $f(x) = 0,1x^2 - 1$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции наклонена к оси Ох под углом 45° .

- а) 5 б) -5 в) 10

32. Что называется интегрированием:

1. операция нахождения интеграла;
2. преобразование выражения с интегралами;
3. операция нахождения производной;
4. предел приращения функции к приращению её аргумента

33. Что является сегментом интегрирования?

1. круговая область, где интеграл существует;
2. промежуток, на котором необходимо проинтегрировать функцию;
3. корни существования подынтегральной функции;
4. подынтегральная функция

34. До применения формулы Ньютона - Лейбница применяли данный метод, в данный момент он не используется, но является основным:

1. метод сведения к табличным интегралам;
2. метод определения интеграла, т.е. переход к пределу интегральных сумм;
3. метод геометрических преобразований;
4. метод Дирихле.

35. С помощью, какой формулы, в основном, решаются задания по нахождению определенного интеграла:

1. формулы Римана;
2. формулы Коши;
3. используя формулы преобразования интеграла
4. формулы Ньютона - Лейбница.

36. Чему равен неопределенный интеграл от 0?

1. 0 ;
2. 1;
3. x ;
4. $const C$.

37. Когда применяется метод интегрирования неопределенных интегралов по частям?

1. когда функция имеет квадратный корень;
2. не применяется данный метод нигде;
3. когда подынтегральное выражение содержит множители функций $\ln(x)$;
 $\arccos(x)$; $\arcsin(x)$;
4. функция гиперболическая.

38. С помощью какой универсальной подстановкой рационализируется тригонометрическая функция:

1. $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$;
2. $t = \sin 2x$;
3. $t = \operatorname{tg} x$;
4. $t = \cos \frac{x}{2}$.

39. Чему равен неопределенный интеграл от 1?

1. $x + C$;
2. 0 ;
3. $1 + C$;
4. $const C$.

40. Чему равен неопределенный интеграл $\sin x$?

1. $-\cos(x) + C$;
2. $\cos(x) + C$;
3. $\operatorname{tg}(x) + C$;
4. $\arcsin(x) + C$.

41. Для чего используют метод замены переменной (метод подстановки) интеграла?

1. свести исходный интеграл к более простому с помощью перехода от старой переменной интегрирования к новой переменной;
2. просто необходимо выполнить какие-нибудь преобразования;
3. для усложнения подынтегральной функции;
4. для того, чтобы потом можно было бы использовать метод Римана.

4 Система оценивания комплекта ФОС текущего контроля и промежуточной аттестации

При оценивании практической работы и форм промежуточной аттестации студента учитывается следующее:

- качество выполнения практической части работы.

Каждый вид работы оценивается по пяти бальной шкале.

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически

применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

Критерии оценивания практических работ.

Практическая работа оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Каждое задание оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех заданий оценка соответствует средней.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания самостоятельных работ.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания контрольных работ.

«5» (отлично) – решено 81-100% заданий.

«4» (хорошо) – решено 61 – 80% заданий.

«3» (удовлетворительно) – решено 41 – 60% заданий.

«2» (неудовлетворительно) – решено менее 40% заданий.

Критерии оценивания экзаменационного теста.

- «5» (отлично) – решено 81-100% заданий.
- «4» (хорошо) – решено 61 – 80% заданий.
- «3» (удовлетворительно) – решено 41 – 60% заданий.
- «2» (неудовлетворительно) – решено менее 40% заданий.