

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 31.03.2026 15:41:37
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886c49626a198149ad36

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Уфимский университет науки и технологий»

Стерлитамакский филиал

колледж

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ОП.09 Математические методы решения прикладных профессиональных задач

Наименование специальности

15.02.10 Мехатроника и робототехника (по отраслям)

Квалификация выпускника

Специалист по мехатронике и робототехнике

Год начала подготовки

2026

Разработчик (составитель)

Бойко Н.Б.

ученая степень, ученое звание,
категория Ф.И.О.

Форма обучения: очная

Стерлитамак 2026

I Паспорт фондов оценочных средств

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для проверки результатов освоения дисциплины «Математические методы решения прикладных профессиональных задач», входящей в состав программы подготовки специалистов среднего звена по специальности: **15.02.10 Мехатроника и робототехника (по отраслям).**

Объем часов на аудиторную нагрузку по дисциплине 52 часа, на самостоятельную работу 20 часов.

1.2. Объекты оценивания – результаты освоения дисциплины

ФОС позволяет оценить следующие результаты освоения дисциплины в соответствии с ФГОС специальности 15.02.10 Мехатроника и робототехника (по отраслям), систем рабочей программой дисциплины «Математические методы решения прикладных профессиональных задач»:

умения:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

знания:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;
- основы интегрального и дифференциального исчисления.

Вышеперечисленные умения, знания направлены на формирование у обучающихся следующих **общих и профессиональных компетенций**:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

2. Формы контроля и оценки результатов освоения дисциплины

Контроль и оценка результатов освоения – это выявление, измерение и оценивание знаний, умений и формирующихся общих и профессиональных компетенций в рамках освоения дисциплины.

В соответствии с учебным планом специальности 15.02.10 Мехатроника и робототехника (по отраслям) рабочей программой дисциплины «Математические методы решения прикладных профессиональных задач» предусматривается текущий и промежуточный контроль результатов освоения.

2.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения.

Текущий контроль результатов освоения дисциплины в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании следующих обязательных форм контроля:

- выполнение и защита лабораторных и практических работ,
- проверка выполнения самостоятельной работы обучающихся,
- проверка выполнения контрольных работ,
- выполнение и защита курсового проекта (если предусмотрено программой).

Возможны другие формы контроля – проектная деятельность, исследовательская деятельность и др.

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – устный опрос, решение задач, тестирование по темам отдельных занятий.

Выполнение и защита практических работ. Практические работы проводятся с целью усвоения и закрепления практических умений и знаний, овладения профессиональными компетенциями. В ходе практической работы обучающиеся приобретают умения, предусмотренные рабочей программой дисциплины, учатся *использовать формулы и применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.*

Список практических работ:

- Практическая работа №1 «Действия над комплексными числами в алгебраической форме»
- Практическая работа №2 «Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»
- Практическая работа №3 «Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера»
- Практическая работа №4 «Вычисление значений выражений с комплексными числами»
- Практическая работа №5 «Действия с матрицами»
- Практическая работа № 6 «Метод Гаусса решения СЛАУ»
- Практическая работа №7 «Применение правил дифференцирования для нахождения производных»
- Практическая работа №8 «Исследование функции с помощью производной»
- Практическая работа №9 «Производная и ее приложения»
- Практическая работа №10 «Производная функции нескольких переменных»
- Практическая работа №11 «Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов»
- Практическая работа №12 «Вычисление определенного интеграла»

Содержание, этапы проведения и критерии оценивания практических работ представлены в методических указаниях по проведению практических работ.

Практическая работа №1

«Действия над комплексными числами в алгебраической форме»

Задание 1.

Найти комплексное число z из равенства $2 + 3i = z + 4 + i$.

Задание 2.

Найти произведение комплексных чисел z из равенства $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = -1 - i$.

Задание 3.

Найти частное от деления комплексного числа $z_1 = \frac{1}{2} - 3i$ на число $z_2 = 2 + \frac{1}{3}i$.

Задание 4.

Найти i^{59} .

Задание 5.

Вычислите

$$а) \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)^2; \quad б) \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)^4.$$

Примерные задания для самостоятельной работы № 1

«Действия над комплексными числами»

Вариант 1.

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \pm z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}$: $z_1 = 15 + 8i, z_2 = 4 - 3i$.
2. Представить число $z = 3 - 4i$ в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение $x^2 - x + 1 = 0$.
4. Найти действительные числа x и y из уравнения $(3 + i)x - 2(1 + 4i)y = -2 - 4i$.

Вариант 2

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \pm z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}$: $z_1 = 9 - 3i, z_2 = 1 + 7i$.
2. Представить число $z = 2 + 3i$ в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение $2x^2 + x + 1 = 0$.
4. Найти действительные числа x и y из уравнения $(1 + 2i)x - 3(1 - 2i)y = 1 + i$.

Практическая работа №2

«Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»

Задание 1.

Дано $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ и $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$. Вычислить $z_1 \cdot z_2$.

Задание 2.

Дано $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ и $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 3.

Выразите $\sin 4\varphi$, и $\cos 4\varphi$ через $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$.

Задание 4.

Дано $z_1 = \sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ и $z_2 = \sqrt{3}\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$. Найдите а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$;

в) z_1^3 ; г) $\sqrt{z_1}$; д) $\overline{z_1 \cdot z_2}$, е) $\left(\frac{\overline{z_1}}{z_2}\right)$.

Задание 5.

Вычислите: $(1 + i)^6$.

Практическая работа №3

«Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера»

Задание 1.

Переведите числа в показательную форму и выполните умножение.

Дано $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ и $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$. Вычислить $z_1 \cdot z_2$.

Задание 2.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

Дано $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ и $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 3.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

$z = 2 - 2i, n = 6$. Найти все значения z^n .

Практическая работа №4

Вычисление значений выражений с комплексными числами»

Задание 1.

Даны числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Найдите числа: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$;

г) $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 2.

Дано: $z = 2 + i$. Найдите z^n , если $n = 2, 3, 4$.

Задание 3.

Найдите x и y из уравнения $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i$. $x, y \in R$.

Задание 4.

Найдите комплексно-сопряженные числа для следующих чисел и постройте их на комплексной плоскости:

а) $z = 3 - 2i$; б) $z = -2 - i$; в) $z = 5i$; г) $z = i$; д) $z = 6$.

Задание 5.

Вычислите

а) $\frac{(2-2i)(3+4i)-6i}{i+1}$; б) $\frac{(2+2i)(6-i)+1}{(2i+1)^3}$.

Практическая работа №5 «Действия с матрицами»

Задание 1.

Вычислить произведение матриц AB , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 2.

Найти произведения матриц AB и BA , где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 3.

Найти A^2 , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Задание 4.

Вычислить значение многочлена $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Задание 5.

Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 6.

Найти матрицу A^n и ее след: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $n = 3$.

Примерные задания для самостоятельной работы № 2 «Операции над матрицами»

Вариант 1.

1. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить матрицу $D = (A \cdot B)^T + C^2$ и найти ее след.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = x^2 - 2x + 1; \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу A из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е. $|A^3| - ?$

Вариант 2.

1. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить матрицу $D = (A \cdot B)^T + C^2$ и найти ее след.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = x^2 + 4x + 4; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу A из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е. $|A^3| - ?$

Примерные задания для самостоятельной работы № 3 «Вычисление определителей»

Вариант 1.

1. Вычислить произведение матриц A и B . Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Вариант 2.

1. Вычислить произведение матриц А и В. Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Практическая работа №6 «Метод Гаусса решения СЛАУ»

Задание 1.

Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

Задание 2.

Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

Задание 3.

Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

Примерные задания для самостоятельной работы № 4 «Решение СЛАУ»

Вариант 1

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

- а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;
- в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;

в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

Практическая работа №7

«Применение правил дифференцирования для нахождения производных»

Задание 1.

Найти производные функций:

а) $y = x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}$; б) $y = \frac{3}{x^2 + 1}$; в) $y = e^{4x}$; г) $y = \sqrt{1 + 2x}$

Задание 2.

Найти производную функции $y = f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x = 1$

а) $y = x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)$; б) $y = 15 \cdot (x^4 - 1)$; в) $y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$.

Задание 3.

Найти производные функций:

а) $y = (\sqrt{x} + 5)^3$; б) $y = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$; в) $y = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x}}$.

Задание 4.

Найти производные функций:

а) $y = \sqrt{\ln + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$; б) $y = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^4$; в) $y = x^3 \sin(\cos x)$.

Задание 5.

Найти производные второго порядка функций:

а) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$; б) $y = \sin^2 3x$; в) $y = x \ln(x + 1)$.

Примерные задания для самостоятельной работы №5

«Вычисление производных»

Вариант 1.

1. Найти производные функций:

а) $y = 5x^2 - 3x + 2$; б) $y = \frac{2}{x^3 - 1}$; в) $y = e^{3x}$; г) $y = \sqrt{2 - 3x}$

2. Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:

а) $y = x^2 \cdot \ln 3x$; б) $y = \frac{3x}{x^2 + 1}$.

3. Вычислить:

а) $y = \cos 3x + 2 \sin^2 x$; б) $y = 5^{3x} + \log_2 x$.

4. Найти третью производную функций ($y''' - ?$):

а) $y = \sin 2x$; б) $y = e^{2x}$

Вариант 2.

- Найти производные функций:
 а) $y = 3x^2 + 5x - 1$; б) $y = \frac{5}{x^2 + 1}$; в) $y = e^{4x}$; г) $y = \sqrt{1 + 7x}$
- Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:
 а) $y = x^3 \cdot \ln 2x$; б) $y = \frac{2x}{x^3 + 1}$.
- Вычислить:
 а) $y = \sin 2x - 3 \cos^2 x$; б) $y = 2^{5x} + \log_3 x$.
- Найти третью производную функций ($y''' - ?$):
 а) $y = \cos 3x$; б) $y = e^{3x}$

Практическая работа №8 «Исследование функции с помощью производной»

Исследовать функцию с помощью производной

$$y = \frac{4x^2 - 2}{x - 3}.$$

- Найдем область определения функции. Так как функция представляет собой дробь, а как, известно на ноль делить нельзя, то знаменатель не должен равняться 0. Таким образом, x не равен 3. Область определения $D(y) = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.
- Найдем точки пересечения графика функции с осями координат.
 С осью Оу при этом $x=0$, тогда $y=2/3$. Таким образом, $(0; 2/3)$ – точка пересечения с осью Оу.

С осью Ох при этом $y=0$, тогда $\frac{4x^2 - 2}{x - 3} = 0$, откуда $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Самостоятельно выпишите две точки пересечения с осью Ох.

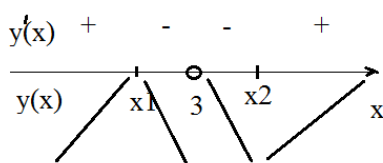
- Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции. Для этого вычислим производную

$$y' = \frac{4x^2 - 24x + 2}{(x - 3)^2}.$$

Решая уравнение $y' = 0$, находим точки подозрительные на экстремум $\frac{6 \pm \sqrt{14}}{2}$. Пользуясь разложением квадратного трехчлена можно записать

$$y' = \frac{4 \left(x - \frac{6 - \sqrt{14}}{2} \right) \left(x - \frac{6 + \sqrt{14}}{2} \right)}{(x - 3)^2} = \frac{4(x - x_1)(x - x_2)}{(x - 3)^2}.$$

Сделаем следующий рисунок. На рисунке отметим точки подозрительные на экстремум, выколем точки, не вошедшие в область определения функции. Обратите внимание, что $x_1 < x_2$.



Таким образом, функция возрастает на промежутках $\left(-\infty; \frac{6-\sqrt{14}}{2}\right)$ и $\left(\frac{6+\sqrt{14}}{2}; +\infty\right)$, а убывает на промежутках $\left(\frac{6-\sqrt{14}}{2}; 3\right)$ и $\left(3; \frac{6+\sqrt{14}}{2}\right)$.

Экстремумы

$$\max(y) = y\left(\frac{6-\sqrt{14}}{2}\right) \text{ и } \min(y) = y\left(\frac{6+\sqrt{14}}{2}\right)$$

Значения функций вычислить самостоятельно.

4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба. Для этого вычислим y'' и приравняем к нулю. Найденные точки – точки перегиба графика функции. При $f'' > 0$ функция выпукла вниз (или вогнута). При $f'' < 0$ функция выпукла вверх.

Вычисления провести самостоятельно.

5. Построим схематично график функции

Построение провести самостоятельно. Сначала проведем вертикальную асимптоту $x=3$ пунктирной линией. Затем отметим точки пересечения с осями координат, экстремумы функции и точки перегиба. Далее последовательно плавной линией соединяем все точки в направлении слева - направо. Теперь можно проверить построенный график функции с учетом промежутков возрастания/убывания, выпуклости/вогнутости графика функции.

1. Найти область определения функции
2. Найти точки пересечения графика функции с осями координат
3. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции
4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба
5. Построить схематичный график функции

1 вариант $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$	4 вариант $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$
2 вариант $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$	5 вариант $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
3 вариант $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$	6 вариант $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$
7 вариант $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 72x$	12 вариант $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$
8 вариант $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x$	13 вариант $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
9 вариант $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$	14 вариант $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$
10 вариант $f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 36x$	15 вариант $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$

11 вариант

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

Практическая работа №9
«Производная и ее приложения»

Пример 1. Тело движется прямолинейно по заданному закону $S(t) = 3t^3 + 2t^2 + 5$.

- a. Найти мгновенную скорость тела в момент времени $t_0 = 1$ секунду.
- b. Найти ускорение тела в момент времени $t_1 = 2$ секунды.
- c. Найти, через сколько секунд от начала отсчета мгновенная скорость тела будет равна $v_0 = 44$ м/с.
- d. Найти, через сколько секунд от начала отсчета ускорение тела будет равно a_0 .

Решение:

- a) Для нахождения скорости вычислим производную первого порядка $v(t) = S'(t) = 9t^2 + 4t$. Тогда мгновенная скорость через 1 секунду $v(1) = 13$ м/с.
- b) Для нахождения ускорения вычислим вторую производную $a(t) = v'(t) = S''(t) = (S'(t))' = (9t^2 + 4t)' = 18t + 4$. Тогда через 2 секунды ускорение будет $a(2) = 40$ м/с².
- c) Для определения времени, по истечении которого скорость тела будет равна 44 м/с необходимо решить уравнение $v(t) = 9t^2 + 4t = 44$. Получаем $t = 2$ секунды.
- d) Для определения времени, по истечении которого ускорение тела будет равно 22 м/с² необходимо решить уравнение $a(t) = 18t + 4 = 22$. Остается найти t .

Пример 2. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{5x-1}{3x+1}$ в точке (1;1).

Решение:

По условию задачи $x_0 = 1$ и $f(x_0) = f_0 = 1$. Уравнение касательной имеет вид $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Таким образом, остается найти

$$f'(x) = \frac{8}{(3x+1)^2}$$

$$f'(1) = 0,5$$

Тогда уравнение касательной примет вид

$$y = 1 + 0,5(x - 1)$$

Умножим равенство на 2

$$2y = 2 + x - 1, \text{ откуда получим } 2y = x + 1.$$

Задание 1.

Дана кривая $y = \frac{x^2}{4} - x$. Составить уравнения касательных: а) в точках пересечения кривой с прямой $3x + 2y - 4 = 0$; б) параллельной и перпендикулярной этой прямой; в)

проходящих через точку (2;-5).

Задание 2.

Найти производную функции $y' = \frac{1}{2}x - 1$. Значения производной в найденных точках $y'(2) = 0$, $y'(-4) = -3$.

Задание 3.

Тело, выпущенное вертикально вверх, движется по закону $s(t) = 4 + 8t - 5t^2$, где высота $s(t)$ измеряется в метрах, а время t – в секундах. Найти: а) скорость тела в начальный момент; б) скорость тела в момент соприкосновения с землей; в) наибольшую высоту подъема тела.

Задание 4.

Тело движется прямолинейно по закону $s(t)$. Определить скорость и ускорение тела в указанный момент времени t_0 : а) $s(t) = t^3 - 2t - t$; $t_0 = 2$; б) $s(t) = \frac{2t+1}{t+3}$; $t_0 = 7$.

Задание 5.

Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону: $h(t) = 9t - 2t^2$. Найти начальную скорость и ускорение тела ($t_0 = 2$) и максимальную высоту подъема, при которой скорость $v(t) = 0$.

Практическая работа №10

«Производная функции нескольких переменных»

Найти производные $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}$:

1 вариант 1. $z = x^2 + 3y^3 + 6xy + 8xy^2$ 2. $z = 2x^3 - 3xy + 6y^2 + 8x$	2 вариант 1. $z = x^2 + 5xy^2 - 4xy + 8xy^2$ 2. $z = x^3 + 8x^2y + 6y^2 + 8x$
3 вариант 1. $z = 3x^3 + 5xy^2 - 4xy - xy^2$ 2. $z = 2x^3 + 3xy^2 + 6yx^2 + 7y$	4 вариант 1. $z = x^2y - 3xy^3 + 2xy^2 + 4xy^2$ 2. $z = 5x^3 - xy + 6xy^2 + 9y$

Примерные задания для самостоятельной работы №6

«Вычисление неопределенных интегралов»

Вариант 1.

1. Найти интегралы:

а) $\int \frac{dx}{2x^3}$; б) $\int \sqrt[3]{x^2} dx$; в) $\int \frac{dx}{5^x}$; г) $\int 3^{2x+1} dx$

2. Найти интегралы методом замены переменной:

а) $\int \sqrt[3]{2+x} dx$; б) $\int \frac{dx}{2x-1}$; в) $\int e^{-3x+5} dx$.

3. Найти интегралы, используя метод интегрирования по частям:

а) $\int 2xe^{-3x} dx$; б) $\int 2x \ln x dx$.

Вариант 2.

1. Найти интегралы:

а) $\int \frac{dx}{5x^2}$; б) $\int \sqrt[2]{x^3} dx$; в) $\int \frac{dx}{2^x}$; г) $\int 5^{2x-1} dx$

2. Найти интегралы методом замены переменной:

а) $\int \sqrt[3]{1-x} dx$; б) $\int \frac{dx}{5x+4}$; в) $\int e^{5x+3} dx$.

3. Найти интегралы, используя метод интегрирования по частям:

а) $\int x e^{5x} dx$; б) $\int 4x \ln x dx$.

Практическая работа №11
«Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов»

Пример. Вычислим определенный интеграл методом неопределенных коэффициентов

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x}$$

Подынтегральное выражение имеет вид

$$\frac{1}{x^2 + x}$$

Знаменатель дроби можно разложить на множители

$$x^2 + x = x(x+1)$$

Тогда подынтегральное выражение можно представить в виде суммы двух простых дробей

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1},$$

где А и В - неизвестные коэффициенты.

Найдем их, для это сумму простых дробей приведем к общему знаменателю

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)}$$

Так как знаменатели дробей одинаковые, то и числители должны быть равны, то есть

$$A(x+1) + Bx = 1$$

Положим $x = -1$, чтобы приравнять к нулю скобку умножаемую на А, тогда

$-B=1$, откуда $B=-1$.

Положим $x=0$, тогда пропадет слагаемое с В, откуда $A=1$.

Значит

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

Тогда

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x} = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx = \ln|x| \Big|_1^2 - \ln|x+1| \Big|_1^2 = 2\ln 2 - \ln 3 = \ln \frac{4}{3}$$

$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 7x + 12}$	$\int_2^3 \frac{2}{x^2 - 1} dx$	$\int_0^2 \frac{x^2}{x^2 - x - 6} dx$	$\int_1^2 \frac{x}{x^2 + x - 2} dx$
-------------------------------------	---------------------------------	---------------------------------------	-------------------------------------

Задания:

1 вариант $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 5x + 4} dx$	2 вариант $\int_0^1 \frac{x}{x^2 - 4} dx$
---	--

3 вариант $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 4x}$	4 вариант $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2 + 4x + 3}$
---	---

Практическая работа №12
«Вычисление определенного интеграла»

Задание 1.

Найти интегралы: а) $\int_0^1 x^2 dx$; б) $\int_1^2 2^{3x-4} dx$.

Задание 2.

Вычислить: а) $\int_0^1 x(2-x^2)^5 dx$; б) $\int_0^1 \ln x(1+x) dx$.

Задание 3.

Найти интегралы: а) $\int_1^2 \frac{3x^4 - 5x^2 + 7}{x} dx$; б) $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1+3x}}$; в) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

Задание 4.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $x = \sqrt{y}$, $x = 0$, $y = 4$.

Задание 5.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2$, $y = x - 2$, $y = 0$.

Проверка выполнения самостоятельной работы. Самостоятельная работа направлена на самостоятельное освоение и закрепление обучающимися практических умений и знаний, овладение профессиональными компетенциями.

Самостоятельная подготовка обучающихся по дисциплине предполагает следующие виды и формы работы:

- Систематическая проработка конспектов занятий, учебной литературы.
- Выполнение расчетных заданий.
- Работа со справочной литературой.

Список задач для самостоятельного решения

1. Даны числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Найдите числа: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$.
2. Найти сумму и разность комплексных чисел $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = -1 - i$.
3. Найти произведение и частное комплексных чисел z из равенства $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = -1 - i$.
4. Даны числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Найдите числа: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$.
5. Выполните действия: а) $(2 + 3i)(3 - 2i)$, б) $\frac{(3-5i)(2+3i)}{1+2i}$, в) $\frac{2+i}{3-i} + \frac{3+i}{2-i}$.
6. Найдите $x, y \in \mathbb{R}$, если а) $(x - 3iy) + (2y + 3ix) = 1 - 2i$, б) $5x - 2y + (x + y)i = 4 + 5i$, в) $(x - 2iy) + (y + 2ix) = 2 - 3i$.
7. Выполните действия: а) $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} + i^{54}$, б) $(i + i^{11} + i^{21})(i^{31} + i^{41} + i^{51})$
8. Найдите сумму матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

9. Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. Найдите произведения AB и BA (если

это возможно).

10. Транспонируйте матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

11. Вычислить значение многочлена $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

12. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

13. Найти матрицу A^n и ее след: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $n = 3$.

14. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

15. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

16. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

17. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

18. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

19. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

20. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

21. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

22. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

23. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

24. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

25. Найти производные заданных функций

а) $y = 4x^3 + 3\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}$; б) $y = \sin x \cdot e^x$; в) $y = \frac{x^2}{\cos x}$; г) $y = \sin(x^2 + 3)$;

д) $y = (x^2 + e^x)^{10}$; е) $y = x^2 \cdot e^{\sin x}$.

26. Найти производную функции $y = f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x = 1$

а) $y = x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)$; б) $y = 15 \cdot (x^4 - 1)$; в) $y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$.

27. Найти производную функции $f(x) = 10 - 4x + 4\cos x - 3\sin x$.

28. Найти производную функции $y = 10\cos x + 5\sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

29. Найти производные функций:

а) $y = \sqrt{\ln+1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$; б) $y = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)^4$; в) $y = x^3 \sin(\cos x)$.

30. Найти производные второго порядка функций:

а) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$; б) $y = \sin^2 3x$; в) $y = x \ln(x + 1)$.

31. Найти интегралы

а) $\int (8x^7 + 6x^5 - 3x^2 + 4) dx$. б) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right) dx$. в) $\int (\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x) dx$.

$$\text{г)} \int \frac{x^2 + 2}{x} dx, \quad \text{д)} \int (2x + 3 \cos x) dx, \quad \text{е)} \int \frac{dx}{x^2 + 4}, \quad \text{ж)} \int \frac{dx}{5 - x^2}.$$

$$\text{з)} \int \frac{dx}{\sqrt{3 - x^2}}, \quad \text{и)} \int (x + 2)(x^2 - 3) dx, \quad \text{к)} \int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{x} dx.$$

$$32. \text{ Найти интегралы: а) } \int \frac{dx}{3^x}; \text{ б) } \int 2^{3x-1} dx; \text{ в) } \int \frac{dx}{9x^2 - 1}, \text{ г) } \int \frac{dx}{4x^2 + 25}, \text{ д) } \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 1}}.$$

$$33. \text{ Найти интегралы: а) } \int_1^2 \frac{3x^4 - 5x^2 + 7}{x} dx; \text{ б) } \int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x}}; \text{ в) } \int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx.$$

$$34. \text{ Вычислить определенные интегралы: а) } \int_1^5 \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x}}; \text{ б) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

35. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1$, $x = 2$, $y = 0$, $x = 0$

Проверка выполнения контрольных работ. Контрольная работа проводится с целью контроля усвоенных умений и знаний и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся в конце изучения темы или раздела. Согласно календарно-тематическому плану дисциплины предусмотрено проведение следующих контрольных работ:

- Контрольная работа №1 по разделу «Теория комплексных чисел»
- Контрольная работа №2 по разделу «Основы линейной алгебры»
- Контрольная работа №3 по разделу «Основы дифференциального и интегрального исчисления»

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 : $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - 2i$.

2. Представить число $z = 1 + i$ в тригонометрической форме.

3. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 :

$$z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right), \quad z_2 = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

4. Вычислите в тригонометрической форме $(1 + i)^6$.

Вариант 2

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 :

$$z_1 = 9 - 3i, \quad z_2 = 1 + 7i.$$

2. Представить число $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ в тригонометрической форме.

3. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 :

$$z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right), \quad z_2 = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

4. Вычислите в тригонометрической форме $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^6$.

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Вычислите матрицу $D = A \cdot B + 2C^T$, где

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Вычислите матрицу $D = A \cdot B + 2C^T$, где

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_3 = 4 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

Контрольная работа № 3

Вариант 1.

1. Найти вторую производную для функции:

$$\text{а) } y = x^2 - 6x + 9; \quad \text{б) } y = x^3 \cos(x^2 + 1)$$

2. Найти интервалы монотонности функции $y = x^2 - 6x + 9$.

3. Исследовать на экстремум функцию $y = x(x - 2)^3$.

4. Найти интегралы:

а) $\int \frac{dx}{3x+2}$; б) $\int e^{2x-1} dx$.

5. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_{-1}^1 \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x} dx$; б) $\int_0^3 \frac{2x}{\sqrt{x+1}} dx$

Вариант 2.

1. Найти вторую производную для функции:

а) $y = x^2 - 4x + 4$; б) $y = x^2 \sin(x^3 + 2)$

2. Найти интервалы монотонности функции $y = x^2 - 4x + 4$.

3. Исследовать на экстремум функцию $y = x(x-4)^3$.

4. Найти интегралы:

а) $\int \frac{dx}{2x-3}$; б) $\int e^{-x+1} dx$.

5. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^2 \frac{x^3 + 3x - 2}{x} dx$; б) $\int_0^6 \frac{3x+1}{\sqrt{2x+4}} dx$.

Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
Освоенные умения:	
решать задачи на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков	Выполнение практических работ № 7-9 Решение задач во время занятия
применять основные методы интегрирования при решении задач	Выполнение практических работ № 10-12 Решение задач во время занятия
применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности	Решение задач во время занятия
Усвоенные знания:	
основные понятия и методы математического анализа	Контрольная работа №3 Выполнение практической работы № 7-12 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Устный опрос во время занятия Решение задач
основные численные методы решения прикладных задач	Контрольная работа №2 Выполнение практической работы № 5, 6 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Устный опрос во время занятия

3.2 Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математические методы решения прикладных профессиональных задач» – итоговая контрольная работа.

Итоговая контрольная работа проводится за счет времени отведенного на изучение дисциплины. При условии своевременного и качественного выполнения обучающимся всех видов работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины.

Итоговая контрольная работа проводится в форме решения задач.

Выполнение заданий рассчитано на два академических часа (90) минут.

Задания к итоговой контрольной работе**Вариант 1**

1. Найти действительные числа x и y из уравнения $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i$.

2. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

4. Найдите производную функции:

$$\text{а) } y = \frac{5x}{x^2 - 1}; \quad \text{б) } y = \sqrt{2x^2 + 1}; \quad \text{в) } y = \cos 2x - 3\sin^2 x;$$

5. Найти интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{7x - 12}; \quad \text{б) } \int_1^3 \frac{x^4 + 3x^3 - 1}{x} dx$$

Вариант 2.

1. Найти действительные числа x и y из уравнения $(3 + i)x - 2(1 + 4i)y = -2 - 4i$.

2. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

4. Найдите производную функции:

$$\text{а) } y = \frac{3x}{x^3 + 5}; \quad \text{б) } y = \sqrt{2x^2 - 3}; \quad \text{в) } y = 2\sin x + 5\cos^2 2x.$$

5. Найти интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{3x + 2}; \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{4x^5 + 2x^2 - 6}{2x} dx.$$

Примерные тестовые задания:

1. Прочитайте текст, выберите один правильный ответ.

Найти сумму комплексных чисел $z_1 + z_2$, если $z_1 = 9 - 3i$, $z_2 = 1 + 7i$

- 1) 14
- 2) $14i$
- 3) $10 + 4i$
- 4) $8i$

Ответ.

2. Прочитайте текст, выберите все правильные ответы. Виды матриц:

- 1) Диагональная матрица
- 2) Единичная матрица
- 3) Треугольная матрица
- 4) Прямая матрица

Ответ.

3. Прочитайте текст и установите последовательность. Расположите по возрастанию мнимой части комплексного числа:

- 1) $z = i - 5$
- 2) $z = 2 + 3i$
- 3) $z = 5 - 20i$
- 4) $z = 6 - 6i$

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:

--	--	--	--

4. Прочитайте текст и установите соответствие.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца.

Задача		Ответ	
А	Нулевая матрица	1	$\overline{a}$
Б	Вектор a	2	ax^{a-1}
В	Производная степенной функции n -степени	3	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Г	Первообразная единицы	4	$x + C$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г

5. Дополните фразу: ... функции в точке x_0 называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если этот предел существует и конечен.

6. Дополните фразу: Физический смысл производной заключается в том, что она показывает ... изменения величины во времени или в зависимости от других параметров.

7. Дополните фразу: Геометрический смысл производной заключается в том, что значение производной функции в точке x_0 равно ... угла наклона касательной, проведённой к графику этой функции в точке x_0 .

8. Дополните фразу: Множество всех первообразных функции, то есть функций, производная от которых равна исходной функции-это ...

9. Прочитайте текст, выберите один правильный ответ.

Найдите производную $y = (2 + 3x)^3$

- 1) $27(2 + 3x)^2$
- 2) $8 + 9x^2$
- 3) $6x^2 + 6x$
- 4) $5x^3$

Ответ.

10. Прочитайте текст, выберите все правильные ответы. Производная функции $y = \sqrt{x}$, в точке $x = 25$:

- 1) $\frac{1}{2\sqrt{25}}$
- 2) $\frac{1}{\sqrt{50}}$
- 3) $\frac{1}{10}$
- 4) 5

Ответ.

11. Прочитайте текст и установите последовательность. Расположите числа в порядке убывания производной функции $y = \ln x$ в точках

- 1) $x=5$
- 2) $x=3$
- 3) $x=2$
- 4) $x=10$

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:

--	--	--	--

12. Прочитайте текст и установите соответствие.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца.

Задача		Ответ	
А	Диагональная матрица	1	$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
Б	Единичная матрица	2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
В	Треугольная матрица	3	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Г	Нулевая матрица	4	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г

13. Дополните фразу: Геометрический смысл определённого интеграла заключается в том, что он численно равен ... криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $y = f(x)$, осью абсцисс, прямыми $x = a$ и $x = b$.

14. Дополните фразу: Матрица, все элементы которой равны нулю, называется ... матрицей.

15. Дополните фразу: **Комплексные числа**- это числа, которые состоят из двух частей: ... и мнимой.

16. Дополните фразу: Функция возрастает на некотором интервале, если её производная ... во всех точках этого интервала

17. Прочитайте текст, выберите один правильный ответ.

Найти разность комплексных чисел $z_1 - z_2$, если $z_1 = 9 - 3i$, $z_2 = 1 + 7i$

- 1) 14
- 2) $14i$
- 3) $8 - 10i$
- 4) $8i$

Ответ.

18. Прочитайте текст, выберите все правильные ответы. Какие виды определителей матрицы существуют:

- 1) Определитель Коши
- 2) Определитель n-ого порядка
- 3) Определитель квадрата
- 4) Определитель Вандермонда

Ответ.

19. Прочитайте текст и установите последовательность. Расположите по возрастанию действительной части комплексного числа:

- 5) $z = i - 5$
- 6) $z = 2 + 3i$
- 7) $z = 5 - 20i$
- 8) $z = 6 - 6i$

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:

--	--	--	--

20. Прочитайте текст и установите соответствие.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца.

Задача		Ответ	
А	$y = \ln x$	1	$y' = 0$
Б	$y = \sqrt{x}$	2	$y' = \frac{1}{x}$
В	$y = x$	3	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
Г	$y = 7$	4	$y' = 1$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г

21. Дополните фразу: Если вторая производная отрицательна, график функции ... , а касательные лежат над графиком.

22. Дополните фразу: **Диагональная матрица**- это ... матрица, у которой все элементы, расположенные вне главной диагонали, равны нулю.

23. Дополните фразу: ... производная измеряет, как изменяется скорость изменения величины.

24. Дополните фразу: Операция, при которой отдельно складываются действительные и мнимые части **комплексных чисел**- это ... **комплексных чисел**.

Ключи к оцениванию

№ задания	Верный ответ				Критерии
1.	3)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
2.	1),2),3)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
3.	3),4),1),2)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
4.	A	Б	В	Г	1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
	3	1	2	4	
5.	Производная				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
6.	скорость				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
7.	тангенсу				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
8.	неопределенный интеграл				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
9.	1)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
10.	1),2),3)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
11.	3),2),1),4)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
12.	A	Б	В	Г	1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
	2	4	1	3	
13.	площади				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
14.	нулевой				2 б – полный правильный ответ; 1 б – один из правильных ответов не указан; 0 б – остальные случаи
15.	действительной				2 б – полный правильный ответ; 1 б – один из правильных ответов не указан; 0 б – остальные случаи
16.	длина				2 б – полный правильный ответ;

		<i>1 б – один из правильных ответов не указан; 0 б – остальные случаи</i>											
17.	3)	<i>1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи</i>											
18.	1),2),4)	<i>1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи</i>											
19.	1),2),3),4)	<i>1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи</i>											
20.	<table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td></tr></table>	А	Б	В	Г	2	3	4	1	<i>1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи</i>			
А	Б	В	Г										
2	3	4	1										
21.	выпукл верх	<i>1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи</i>											
22.	квадратная	<i>1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи</i>											
23.	вторая	<i>1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи</i>											
24.	сумма	<i>1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи</i>											

Инструкция по выполнению теста

№ тестового задания	Уровень сложности
1-3,9-11,17-19	базовый
4, 20, 12	повышенный
5-8, 13-16, 21-24,	высокий

Критерии оценивания

№ тестового задания	Количество баллов
1-4, 9-12, 17-19	Полное совпадение с верным ответом оценивается 1 баллом; неверный ответ или его отсутствие — 0 баллов.
5-8, 13-16, 21-24	Полный правильный ответ на задание оценивается 3 баллами; если допущена одна ошибка/неточность /ответ правильный, но не полный — 1 балл, если допущено более одной ошибки / ответ неправильный / ответ отсутствует — 0 баллов.

Количество баллов	Оценка
39-48	5
29-38	4
19-28	3
0-18	2

Время выполнения задания - 84 минут.

4 Система оценивания комплекта ФОС текущего контроля и промежуточной аттестации

При оценивании практической и самостоятельной работы и форм промежуточной аттестации студента учитывается следующее:

- качество выполнения практической части работы;
- качество оформления отчета по работе;
- качество устных ответов на контрольные вопросы при защите работы.

Каждый вид работы оценивается по пяти бальной шкале.

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

Критерии оценивания практических работ.

Практическая работа оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Каждое задание оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех заданий оценка соответствует средней.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания самостоятельных работ.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный

ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания контрольных работ.

«5» (отлично) – решено 81-100% заданий.

«4» (хорошо) – решено 61 – 80% заданий.

«3» (удовлетворительно) – решено 41 – 60% заданий.

«2» (неудовлетворительно) – решено менее 40% заданий.

Критерии оценивания итоговой контрольной работы.

- выполнены правильно 80 – 100% заданий – оценка «отлично» (5);
- выполнены правильно 60 – 79% заданий – оценка «хорошо» (4);
- выполнены правильно 45 – 59% заданий – оценка «удовлетворительно» (3);
- выполнены правильно 35 – 44% заданий – оценка «неудовлетворительно» (2).