

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 20.05.2024 09:19:30
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886cf9626a198149ad36

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
Стерлитамакский филиал

Колледж

Фонд оценочных средств

дисциплина

ОУП.05 Математика

Общеобразовательный цикл, обязательная часть
цикл дисциплины и его часть (обязательная, вариативная)

40.02.04

специальность
Юриспруденция

код

наименование специальности

квалификация
Юрист

Год начала подготовки
2024

Разработчик (составитель)
Н.Б. Бойко

ученая степень, ученое звание,
категория Ф.И.О.

Стерлитамак 2024

I Паспорт фондов оценочных средств

1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для проверки результатов освоения дисциплины математика, входящей в состав программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 40.02.04 Юриспруденция (укрупнённая группа специальностей 40.00.00 Юриспруденция). Объем часов на аудиторную нагрузку по дисциплине 232, на самостоятельную работу 0.

2. Объекты оценивания – результаты освоения дисциплины

ФОС позволяет оценить следующие результаты освоения дисциплины:

Освоение содержания учебной дисциплины обеспечивает достижение студентами следующих результатов:

личностных:

В результате изучения математики на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы следующие личностные результаты:

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания: сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

метапредметных:

В результате освоения программы по математике на уровне основного общего образования у обучающегося будут сформированы метапредметные результаты, характеризующиеся овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям, сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

предметных:

сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики и информатики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления, в том числе с помощью информационно-коммуникационных технологий;

владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;

сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире;

применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей;

умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин; владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

В результате изучения учебного предмета «Математика» на уровне среднего общего образования обучающийся на базовом уровне научится:

Числа и вычисления:

оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты;

выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами;

выполнять приближённые вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений;

оперировать понятиями: степень с целым показателем, стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла, использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции;

оперировать понятиями: натуральное, целое число, использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач;

оперировать понятием: степень с рациональным показателем;

оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы.

Уравнения и неравенства:

оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство, тригонометрическое уравнение;

выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения;

выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств;

применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;

применять свойства степени для преобразования выражений, оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство, решать основные типы показательных уравнений и неравенств;

выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы, оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство, решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств;

находить решения простейших тригонометрических неравенств;

оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение, использовать систему линейных уравнений для решения практических задач;

находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения,

уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики:

оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции;

оперировать понятиями: чётность и нечётность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

использовать графики функций для решения уравнений;

строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами;

оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, использовать их для исследования функции, заданной графиком;

оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций, изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств;

изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин.

Начала математического анализа:

оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии;

оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии;

задавать последовательности различными способами;

использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера;

оперировать понятиями: непрерывная функция, производная функции, использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач;

находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций;

использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков;

использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах;

оперировать понятиями: первообразная и интеграл, понимать геометрический и физический смысл интеграла;

находить первообразные элементарных функций, вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница;

решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

Множества и логика:

оперировать понятиями: множество, операции над множествами;

использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство.

Геометрия

оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость;

применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;

оперировать понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
классифицировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;

оперировать понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла, линейный угол двугранного угла, градусная мера двугранного угла;

оперировать понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник;

распознавать основные виды многогранников (пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, куб);

классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации (выпуклые и невыпуклые многогранники, правильные многогранники, прямые и наклонные призмы, параллелепипеды);

оперировать понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников;

объяснять принципы построения сечений, используя метод следов;

строить сечения многогранников методом следов, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;

решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми;

решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление углов между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, двугранных углов;

вычислять объёмы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул, вычислять соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных многогранников;

оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;

извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме;

применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве;

применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, цилиндр, коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус, сферическая поверхность;

распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар);

объяснять способы получения тел вращения;

классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;

оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента,

шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя, шаровой сектор;
 вычислять объёмы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул;
 оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;
 вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;
 изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертёжных инструментов;
 выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;
 извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
 оперировать понятием вектор в пространстве;
 выполнять действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, объяснять, какими свойствами они обладают;
 применять правило параллелепипеда;
 оперировать понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы;
 находить сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;
 задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
 применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме;
 решать простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода;
 решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при решении стандартных математических задач;
 применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
 приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве;
 применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Вероятность и статистика

читать и строить таблицы и диаграммы;
 оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных;
 оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности в опытах с равновероятными случайными событиями,
 находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах;
 находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию, пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач;
 оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события, находить

вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта;
применять комбинаторное правило умножения при решении задач;
оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача, находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли;
оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения;
сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм;
оперировать понятием математического ожидания, приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению;
иметь представление о законе больших чисел;
иметь представление о нормальном распределении.

Обучающийся на базовом уровне получит возможность научиться:

Оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
проверять принадлежность элемента множеству;
находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;
оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа e и π ;
выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;
пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;
находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;

выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;

оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира

Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;

использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;

использовать метод интервалов для решения неравенств;

использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;

изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;

выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;

использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;

уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи

Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;

оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;

определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

строить графики изученных функций;

описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;

строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);

решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки

возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);

интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;

определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)

Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;

вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;

вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;

исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;

интерпретировать полученные результаты

Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах, и распределениях, о независимости случайных величин;

иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;

иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;

понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;

иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;

иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;

иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;

выбирать подходящие методы представления и обработки данных;

уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях

Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;

выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;

строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;

решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;

анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;

переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

решать практические задачи и задачи из других предметов

Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;

применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;
решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;
делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;
извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;
описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
формулировать свойства и признаки фигур;
доказывать геометрические утверждения;
владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);
находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;
вычислять расстояния и углы в пространстве.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний

Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;

находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;

задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;

решать простейшие задачи введением векторного базиса

Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;

понимать роль математики в развитии России

Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;

применять основные методы решения математических задач;

на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;

применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач

3 Формы контроля и оценки результатов освоения дисциплины

Контроль и оценка результатов освоения – это выявление, измерение и оценивание результатов освоения дисциплины.

В соответствии с учебным планом специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения, рабочей программой дисциплины математика предусматривается текущий и промежуточный контроль результатов освоения.

3.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения.

Текущий контроль результатов освоения дисциплины в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании следующих обязательных форм контроля:

- выполнение практических работ,
- проверка выполнения самостоятельной работы студентов,
- проверка выполнения контрольных работ.

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – *устный опрос, решение задач.*

Выполнение и защита практических работ. Практические работы проводятся с целью усвоения и закрепления результатов освоения дисциплины. В ходе практической работы обучающиеся учатся *использовать формулы, и применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.*

Список практических работ:

- Практическая работа №1 «Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений»
- Практическая работа №2 «Действительные числа. Стандартная форма записи действительного числа»
- Практическая работа №3 «Натуральные и целые числа в задачах из реальной жизни»
- Практическая работа №4 «Признаки делимости целых чисел»
- Практическая работа №5 «Арифметические операции с действительными числами»
- Практическая работа №6 «Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени»
- Практическая работа №7 «Решение прикладных задач на сложные проценты»
- Практическая работа №8 «Прогрессия. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия»
- Практическая работа №9 «Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов»
- Практическая работа №10 «Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера»
- Практическая работа №11 «Знаки синуса, косинуса и тангенса»
- Практическая работа №12 «Тригонометрические тождества»
- Практическая работа №13 «Формулы приведения»
- Практическая работа №14 «Применение формул тригонометрии при решении задач»
- Практическая работа №15 «Преобразование тригонометрических выражений»
- Практическая работа №16 «Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов»
- Практическая работа №17 «График функции. Исследование функции»
- Практическая работа №18 «Свойства и графики степенных, показательных и логарифмических функций»
- Практическая работа №19 «Использование графиков функций для решения уравнений и систем»
- Практическая работа №20 «Перестановки и факториал. Число сочетаний»
- Практическая работа №21 «Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона»
- Практическая работа №22 «Решение практических задач с использованием правил комбинаторики»
- Практическая работа №23 «Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание суммы случайных величин»
- Практическая работа №24 «Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события»
- Практическая работа №25 «Сложение вероятностей. Независимые события. Умножение вероятностей»
- Практическая работа №26 «Случайные величины. Центральные тенденции случайной величины»

- Практическая работа №27 «Закон больших чисел. Выборочный метод исследований»
- Практическая работа №28 «Непрерывные случайные величины (распределения)»
- Практическая работа №29 «Повторение изученного»
- Практическая работа №30 «Применение производных элементарных функций при решении задач»
- Практическая работа №31 «Производная и экстремумы функции»
- Практическая работа №32 «Проведение с помощью производной исследования функции»
- Практическая работа №33 «Общие методы решения уравнений. Метод разложения на множители. Метод введения новой переменной»
- Практическая работа №34 «Решение неравенств с одной переменной»
- Практическая работа №35 «Решение неравенств методом интервалов»
- Практическая работа №36 «Решение систем уравнений методом подстановки, методом алгебраического сложения и методом введения новой переменной»
- Практическая работа №37 «Решение иррациональных и показательных уравнений и неравенств»
- Практическая работа №38 «Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми»
- Практическая работа №39 «Перпендикулярность прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах»
- Практическая работа №40 «Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол»
- Практическая работа №41 «Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы»
- Практическая работа №42 «Объем пирамиды, конуса и шара»
- Практическая работа №43 «Сечения многогранников и шара. Правила построения»
- Практическая работа №44 «Решение задач, связанных с применением правил действий с векторами»
- Практическая работа №45 «Простейшие задачи в координатах»
- Практическая работа №46 «Скалярное произведение векторов»
- Практическая работа №47 «Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач»
- Практическая работа №48 «Повторение изученного»

Практическая работа №1
«Арифметические операции с рациональными числами, преобразования
числовых выражений»

Задание 1. Упростите выражение: $\left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1}\right) \div \frac{4m}{10m-5}$

Задание 2. Упростите выражение: $\frac{x+3}{x^2+3} \cdot \left(\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3}\right)$

Задание 3. Найдите значение выражения: $\frac{12^5}{2^3 \cdot 4^4}$

Задание 4. Найдите значение выражения: $\frac{2^8 \cdot 7^9}{14^{10}} \cdot \frac{26^5 \cdot 2^{10}}{13^6 \cdot 8^4}$

Задание 5. Выполните действия:

$$\left(6\frac{2}{3} \cdot 0,2 : \frac{1}{6} - 3\frac{5}{9}\right) : 2 + 8\frac{1}{15}$$

Практическая работа №2

«Действительные числа. Стандартная форма записи действительного числа»

Задание 1. Представьте степень с дробным показателем в виде корня $c^{\frac{2}{3}}, m^{\frac{1}{2}}, d^{-\frac{3}{7}}$

Задание 2. Привести указанное выражение к виду, где a – рациональное число, b – натуральное число $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{5}}$

Задание 3. Упростить: $\sqrt[3]{2a} \cdot \sqrt[3]{4a}, \sqrt{121 \cdot 36}$

Задание 4. Замените арифметические корни степенями с дробным показателем $\sqrt[11]{2a^3}, \sqrt[10]{x}, \sqrt[3]{b^2}$

Задание 5. Выполните действие $(\sqrt{8} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{2}$

Практическая работа №3

«Натуральные и целые числа в задачах из реальной жизни»

Задание 1. Разложить на множители число 16 380

Задание 2. Определить, число 2003 простое или составное.

Задание 3. Найти натуральные решения уравнения $x^2 + 6x = -5$

Задание 4. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11 \cdot (t - 5)$, где t — длительность поездки, выраженная в минутах. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 8-минутной поездки.

Задание 5. Из формулы центростремительного ускорения $a = \omega^2 R$ найдите R (в метрах), если $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ и $a = 64 \text{ м/с}^2$.

Практическая работа №4

«Признаки делимости целых чисел»

Задание 1. Определить на какие числа без остатка делится число 1525 при помощи признаков делимости на 2, 3, 5, 7, 10.

Задание 2. Из ряда натуральных чисел выписать все числа от 36 до 141, которые делятся на 9.

Задание 3. Из ряда натуральных чисел выписать все числа от 57 до 252, которые делятся на 5.

Задание 4. Из ряда натуральных чисел выписать все нечетные числа от 455 до 567.

Задание 5. Установить какие из чисел 1030, 1152, 1210, 586, 70, 75, 150 делятся на 2, 3, 5.

Практическая работа №5

«Арифметические операции с действительными числами»

Задание 1. Вычислить: $\sqrt{1\frac{24}{25}} - 3\sqrt{0,09}$.

Задание 2. Упростить выражение: $(8\sqrt{18} + 6\sqrt{24} - \sqrt{72}) : (2\sqrt{6})$.

Задание 3. Сократить дробь $\frac{64 - t}{8 - \sqrt{t}}$, если $\sqrt{t} \neq 8$.

Задание 4. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби $A = \frac{1}{\sqrt{7} - 2\sqrt{2}}$.

Задание 5. Выполните действие $(\sqrt{8} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{2}$

Практическая работа №6

«Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени»

Задание 1. Представьте данное выражение в виде степени: $y^{1,7} \cdot y^{2,8} \cdot y^{-1,5}$.

Задание 2. Упростите выражение: $b^{-0,2} : b^{-0,7}$.

Задание 3. Упростите выражение: $(a^{-1,5})^{\frac{2}{3}}$.

Задание 4. Сократите дробь: $\frac{x^{33} - 1}{x^{33} + x^{22} + x^{11}}$.

Задание 5. Найдите значение выражения: $\left(\frac{x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^{-1}}} \right)^{\frac{3}{4}}$ при $x = 0,0625$.

Задание 6. Упростите выражение $\frac{1 - y^{\frac{3}{2}}}{1 + y^{\frac{1}{2}} + y} + 2\sqrt{y}$.

Задание 7. Упростите выражение $\frac{a^{\frac{2}{3}} - 16}{a^{\frac{1}{3}} - 4} - a^{\frac{1}{3}}$.

Задание 8. Найдите значение выражения $9^{3p} \cdot 3^{-\frac{1}{p}}$ при $p = \frac{1}{2}$.

Задание 9. Найдите значение выражения $3^{-6p} \cdot \frac{1}{3^{-4p}}$ при $p = -2$.

Практическая работа №7

«Решение прикладных задач на сложные проценты»

Существует формула для начисления сложного процента:

$$S = A \cdot (1 + R)^T$$

A- сумма вклада;

R- ставка процента;

T- количество периодов;

S- получаемая сумма.

Рассмотрим несколько задач, решаемых по этой формуле.

Задание 1.

Рассчитать сумму вклада через 3 года при сложной процентной ставке 10% годовых, если было вложено 100000 рублей.

Задание 2.

С какой процентной ставкой необходимо вложить деньги в банк, если через 2 года вкладчик хочет получить 120000 рублей при первоначальном взносе 100000 рублей?

Задание 3.

За 5 лет при сложной процентной ставке 7% годовых на счету у вкладчика стало 200000 рублей. Сколько денег он вложил в банк?

Задание 4.

Для обучения в колледже необходимо 120000 рублей. Родители Оксаны положили в банк 75000 рублей под 6% годовых (сложная процентная ставка). Будет ли у них необходимая сумма, если пока Оксана в первом классе (считать обучение в школе 9 лет)?

Задание 5.

Борис хочет вложить 50000 рублей на 5 лет, чтобы получить не меньше 70000 рублей. Один банк предлагает вложить деньги под 8% годовых, а другой - под 0,5% в месяц. Какому банку отдать предпочтение Борису?

Задание 6.

Какую сумму нужно вложить в банк, чтобы через 3 года на счету было 59550 рублей, если сложная процентная ставка банка равна 0,5% в месяц?

Практическая работа №8

«Прогрессия. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия»

Задание 1. Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями: $a_n = 3,8 - 5,7n$

Найдите a_6 .

Задание 2. Геометрическая прогрессия задана условием $b_1 = -7$, $b_n + 1 = 3b_n$. Найдите сумму первых 5 ее членов.

Задание 3. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 2, а $b_1 = 16$. Найдите b_4 .

Задание 4. Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = -11,9 + 7,8n$. Найдите a_{11} .

Задание 5. Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: -26 ; -20 ; -14 ; ... Найдите первый положительный член этой прогрессии.

Задание 6. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: ... ; -12 ; x ; -3 ; $1,5$; ... Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x .

Практическая работа №9

«Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов»

Задание 1. Найти концентрацию соли в растворе, если на 5 литров воды добавили 200 г соли.

Задание 2. Клиент может сделать вклад в банке в сумме 50000 рублей на 3 года по схеме простые % и сложные %. Банковская ставка 10% годовых. Какой вклад выгоднее и на сколько?

Задание 3. Найти третий член бесконечной геометрической прогрессии (b_n) , сумма которой равна $8/5$, а второй член равен $-1/2$.

Задание 4. Сумма первого и третьего членов геометрической прогрессии равна 35. Сумма первых 5 членов в 49 раз больше суммы их обратных величин. Найти знаменатель и первый член геометрической прогрессии.

Задание 5. S_n – сумма первых n членов геометрической прогрессии. Доказать, что: $S_n(S_{3n}-S_{2n})=(S_{2n}-S_n)^2$.

Практическая работа №10

«Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера»

Задание 1. Банк начисляет по вкладам 4% годовых. Сколько денег будет на счету у вкладчика через 5 лет, если он положил на счет 100 000 р и не снимал начисления?

Задание 2. Бизнесмен Коровин получил в 2000 году прибыль в размере 1 400 000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 20% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей составила прибыль Коровина за 2004 год?

Задание 3. Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 4000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2004 году, имея капитал в размере 4500 долларов, и, начиная с 2005 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 200% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2007 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Задание 4. На поверхности озера растут водоросли. За сутки каждая водоросль делится пополам, и вместо одной водоросли появляются две. Ещё через сутки каждая из получившихся водорослей делится пополам и так далее. Через 30 суток озеро полностью покрылось водорослями. Через какое время озеро было заполнено наполовину?

Задание 5. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

Практическая работа №11

«Знаки синуса, косинуса и тангенса»

Задание 1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 6$, $AB = 10$. Найдите $\sin B$.

Задание 2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 10$, $AC = 7$. Найдите $\operatorname{tg} B$.

Задание 3. Определить знаки синуса и косинуса угла $\frac{2\pi}{3}$.

Задание 4. Определить знаки синуса и косинуса угла 800° .

Задание 5. Определить знаки $\sin 3$ и $\cos 3$.

Задание 6. Определить знак тангенса угла $-\frac{5\pi}{9}$.

Практическая работа №12

«Тригонометрические тождества»

Задание 1. Вычислить $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{10}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$

Задание 2. Вычислить $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$

Задание 3. Найдите $3\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$

Задание 4. Найдите $5\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$

Задание 5. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ и $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$

Задание 6. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ и $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$

Практическая работа №13

«Формулы приведения»

Формулы приведения

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha,$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha,$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha,$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha,$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha,$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha,$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha,$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha.$$

Задание 1

Вычислить 1) $\sin 735^\circ$; 2) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}$ без помощи таблиц и микрокалькулятора

Задание 2

Вычислить с помощью формул приведения $\cos 315^\circ + \sin 210^\circ + \operatorname{tg} 420^\circ$

Задание 3

Сравнить числа $\sin 500^\circ$ и $\cos 600^\circ$

Задание 4

Доказать тождество $\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -1$

Задание 5

Упростить выражение и найти его числовое значение $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)(\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi))$ при $\alpha = \frac{2\pi}{3}$

Практическая работа №14

«Применение формул тригонометрии при решении задач»

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha,$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha,$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha.$$

Задание 1

Найти $\sin 2\alpha$ и $\cos 2\alpha$, если $5\pi < \alpha < \frac{11\pi}{2}$, $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$

Задание 2

Найти $\sin 2\alpha$, если $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $\sin \alpha = \frac{5}{13}$

Задание 3

Упростить выражение $\frac{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$

Задание 4

Доказать тождество $\cos^4 \alpha - 6\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha = \cos 4\alpha$

Задание 5

Решить уравнение $8\sin 2x \cos 2x = 4$.

Практическая работа №15

«Преобразование тригонометрических выражений»

Формулы половинного аргумента

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2},$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2},$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha},$$

$$\sin \alpha = \frac{2\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}},$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}},$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

Задание 1

Вычислить $\operatorname{tg} 15^\circ$ без помощи таблиц и микрокалькулятора

Задание 2

Выразить сумму $S = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ через $\cos 4\alpha$

Задание 3

Выполнить понижение степени $\sin^2 30^\circ$, $\cos^2 27^\circ$, $\operatorname{tg}^2 75^\circ$

Задание 4

Доказать тождество
$$\frac{1 + \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}} = -\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$$

Задание 5

Решить уравнение $1 - 2 \sin^2 2x = 0$

Практическая работа №16

«Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов»

Формулы сложения

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta},$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$

Задание 1

Вычислить $\operatorname{tg}(60^\circ + \alpha)$, если $\operatorname{tg} \alpha = -3$.

Задание 2

Доказать тождество $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$

Задание 3

Вычислить $\cos(\alpha + \beta)$, если $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ и $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

Задание 4

Упростить выражение
$$\frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

Задание 5

Решить уравнение $\sin 3x \cos 2x = \cos 3x \sin 2x + 1$

Формулы суммы и разности синусов (косинусов)

$$\begin{aligned}\sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}, \\ \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}.\end{aligned}$$

Задание 1

Вычислить $\cos 165^\circ - \cos 75^\circ$

Задание 2

Преобразовать в произведение сумму $\sin \alpha + \cos \beta$

Задание 3

Доказать тождество $\frac{\sin 2\alpha + \sin 5\alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$

Задание 4

Преобразовать в произведение $\sin 18^\circ + \sin 20^\circ$

Задание 5

Упростить выражение $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$

Практическая работа №17 «График функции. Исследование функции»

Задание 1

Исследовать функцию : $y = x^3 - 1$

Задание 2

Найти множество значений функции

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$

Задание 3

Исследовать функцию.

$$y = -\frac{1}{4}(x^3 - 3x^2 + 4).$$

Задание 4

Исследовать функцию.

$$y(x) = \frac{e^x}{x}.$$

Задание 5

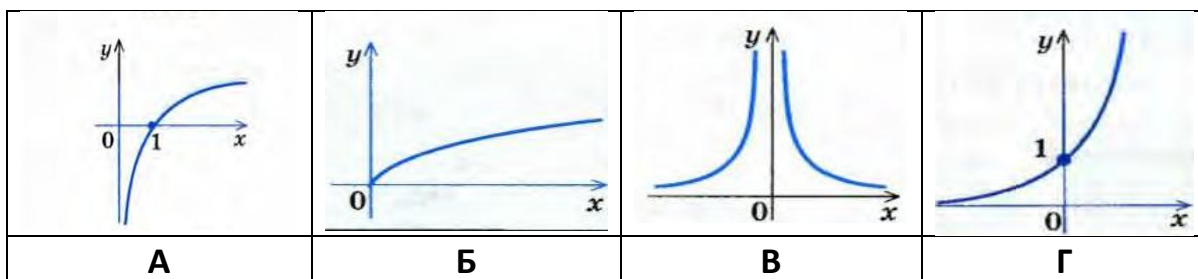
Провести полное исследование функции:

$$y(x) = \frac{x^2 + 8}{1 - x}.$$

Практическая работа №18 «Свойства и графики степенных, показательных и логарифмических функций»

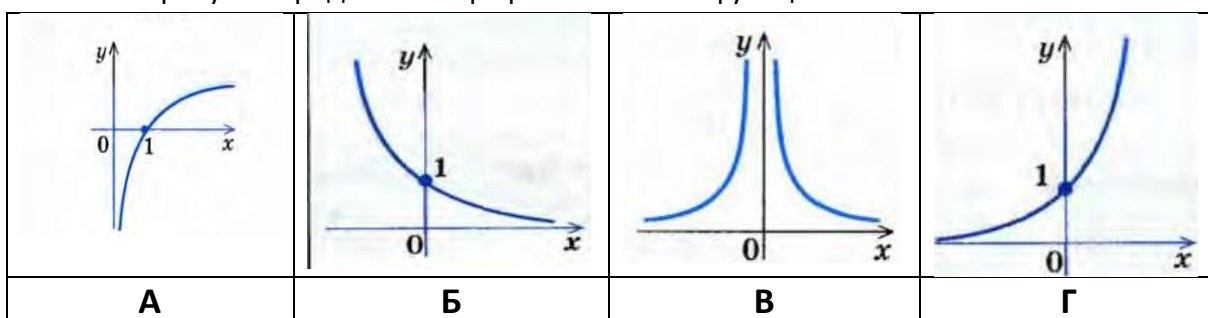
Задание 1

1. На каком рисунке представлен график показательной функции ?



Задание 2

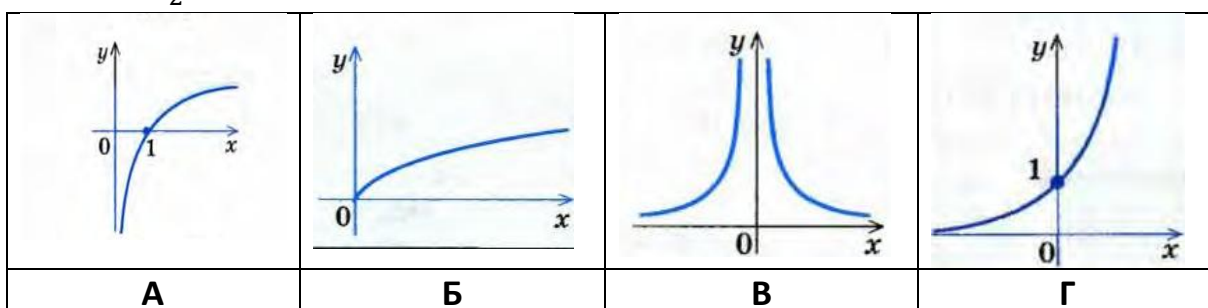
2. На каком рисунке представлен график степенной функции ?



Задание 3

3. Установите соответствие между функциями и их графиками?

1) $y = (\frac{11}{2})^x$; 2) $y = x^{\frac{1}{4}}$; 3) $y = x^{-8}$; 4) $y = \log_5 x$



1)	2)	3)	4)

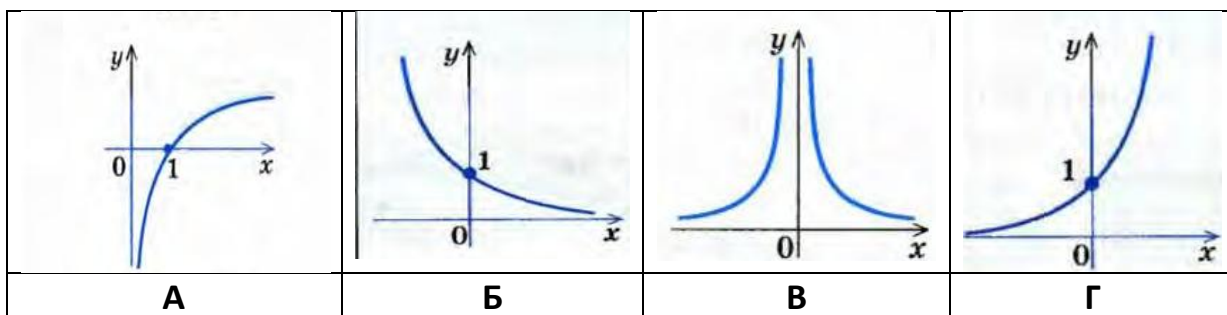
Задание 4

Для функции $y = \log_{\frac{1}{7}} x$ выберите правильные утверждения:

- 1) Функция возрастает на всей области определения;
- 2) Функция убывает на всей области определения;
- 3) Область значения функции $E(y) = (-\infty; +\infty)$
- 4) График функции проходит через точку (0;1)

Задание 5

4. На каком рисунке изображен график функции $y = \log_2 x$?



Практическая работа №19
«Использование графиков функций для решения уравнений и систем»

Задание 1

Решить уравнение графическим способом: $2x-10=2$

Задание 2

Решить уравнение графическим способом: $x^2+2x-8=0$

Задание 3

Решить уравнение графическим способом: $\frac{3}{x} - x + 2 = 0$

Задание 4

Решить уравнение графическим способом: $2x^3 - x - 1 = 0$.

Задание 5

Решить уравнение графическим способом: $\begin{cases} y = 3x - 4 \\ y + 2x = 1 \end{cases}$

Практическая работа №20
«Перестановки и факториал. Число сочетаний»

Задание 1

На странице интернет-магазина одежды размещены три футболки. Если поменять их расположение на странице, получится новая перестановка. Сколькими способами можно расположить футболки на странице?

Задание 2

Чтобы выполнить ежедневный квест, игроку нужно принести магу корзину с четырьмя кристаллами разного цвета. Первой необходимо найти корзину, а кристаллы можно сложить в неё в произвольном порядке. Как найти число способов выполнить задание?

Задание 3

Недалеко от пользователя есть 9 ресторанов. Из них надо выбрать 4, которые будут отображаться на главном экране. Сколько есть способов выбрать рестораны?

Задание 4

Сколькими способами можно заполнить спортивный пьедестал из трёх мест, если есть 10 претендентов?

Задание 5

Из 9 актёров выбирают четырёх для массовой. Порядок выбранных людей не важен. Сколько есть способов выбрать актёров?

Практическая работа №21
«Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона»

Задание 1

Раскрыть скобки в выражении $(x+1)^6$

Задание 2

Раскрыть скобки в выражении $(a^2-2b)^5$

Задание 3

Найти 13-й член разложения бинома $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^{15}$

Задание 4

Найти 7-й член разложения бинома $(2x^2 - y^3)^{11}$

Задание 5

Раскрыть скобки в выражении $(x + 2)^9$

Практическая работа №22

«Решение практических задач с использованием правил комбинаторики»

Задание 1

Турагентство располагает экскурсоводами по восьми древнерусским городам. Агентство предложило клиенту выбрать маршрут посещения трех (из предложенных восьми) городов в любой последовательности. Сколько существует способов организации такого маршрута?

Задание 2

Сколько существует способов обозначения вершин треугольной пирамиды с помощью букв А, В, С, Е?

Задание 3

Сколько различных четырехзначных чисел существует способов обозначения вершин треугольной пирамиды с помощью букв А, В, С, Е?

Задание 4

Сколько различных четырехзначных чисел (все цифры которых различны) можно записать, используя цифры 2, 4, 5, 6, 7, 8?

Задание 5

Администрация города решила переименовать 3 улицы. К выбору были предложены 7 названий. Сколькими способами могут быть переименованы эти 3 улицы?

Задание 6

Решить относительно m уравнение:

$$1) C_{m+2}^2 + C_{m+2}^3 = 7(m+3); 2) 14C_{m+1}^3 = 5C_{m+3}^3; 3) C_{5m+2}^5 = 66.$$

Задание 7

Вычислить

$$1) C_{12}^0; 2) C_{10}^1; 3) C_{13}^{12}; 4) C_{16}^{16}; 5) C_{18}^2; 6) C_{32}^{30}.$$

Задание 8

Записать разложение бинома $(2x - 1)^5$

Практическая работа №23

«Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея).

Математическое ожидание суммы случайных величин»

Задание 1

Бросаются две игральные кости. Найдите математическое ожидание для произведения очков на выпавших гранях.

Задание 2

Стрелок ведет стрельбу по цели с вероятностью попадания при каждом выстреле 0,2. За каждое попадание он получает 5 очков, а в случае промаха очков ему не начисляют. Составить закон распределения числа очков, полученных стрелком, за 3 выстрела, и вычислить математическое ожидание этой случайной величины.

Задание 3

За дом внесен страховой взнос 200 рублей. Вероятность ему сгореть в данной местности для такого типа домов оценивается, как 0,01. В случае, если дом сгорит, страховая компания должна выплатить за него 10000 рублей. Какую прибыль в среднем

ожидает получить компания? На какую прибыль сможет рассчитывать компания, если для получения страховой суммы в размере 10000 рублей она будет брать взнос 100 рублей?

Задание 4

Согласно американским статистическим таблицам смертности, вероятность того, что 25-летний человек проживет еще год, равна 0,992 (следовательно, вероятность того, что он умрет, равна 0,008). Страховая компания предлагает такому человеку застраховать свою жизнь на год на сумму 1000\$; страховой взнос равен 10\$. Найти математическое ожидание прибыли компании.

Задание 5

Банковская организация выдает займы по 1 млн руб. сроком на 1 год. Вероятность невозврата кредита – 1%. Какую процентную ставку должен установить банк, чтобы в среднем иметь прибыль?

Практическая работа №24

«Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события»

Задание 1

Вика должна выбрать только один десерт из 8 видов коктейля, 5 видов мороженого и 5 видов йогурта. Сколькими способами она может выбрать десерт?

Задание 2

В группе 7 человек имеют «5» по математике, 9 человек — «5» по философии. В сессии 2 экзамена. Известно, что 4 человека сдали сессию отлично. Сколько человек имеет хотя бы одну пятерку в сессии?

Задание 3

Марина купила 3-х кроликов: серого (с), белого (б) и рябого (р). Сколько существует различных способов посадить этих кроликов в 3 клетки, если в одной клетке может находиться только 1 кролик?

Задание 4

Юра хочет подобрать одежду для классного вечера. Сколько различных комплектов одежды может получиться у Юры, если у него есть майки 2-х цветов, но у каждого цвета есть 3 различных вида (одноцветная майка, в полоску и в клеточку), а также белые и чёрные шорты?

Задание 5

Сколькими различными способами можно составить список учеников из 6 человек?

Практическая работа №25

«Сложение вероятностей. Независимые события. Умножение вероятностей»

Задание 1

В урне находится 15 белых, 5 красных и 10 чёрных шаров. Наугад извлекается 1 шар, найти вероятность того, что он будет: а) белым, б) красным, в) чёрным.

Задание 2

В магазин поступило 30 холодильников, пять из которых имеют заводской дефект. Случайным образом выбирают один холодильник. Какова вероятность того, что он будет без дефекта?

Задание 3

Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры, но помнит, что одна из них – ноль, а другая – нечётная. Найти вероятность того, что он наберёт правильный номер.

Задание 4

Абонент забыл пин-код к своей сим-карте, однако помнит, что он содержит три «пятерки», а одна из цифр – то ли «семёрка», то ли «восемёрка». Какова вероятность успешной авторизации с первой попытки?

Задание 5

Найти вероятность того, что при бросании двух игральных костей в сумме выпадет:
а) пять очков; б) не более четырёх очков; в) от 3 до 9 очков включительно.

Задание 6

В лифт 20-этажного дома на первом этаже зашли 3 человека. И поехали. Найти вероятность того, что: а) они выйдут на разных этажах б) двое выйдут на одном этаже; в) все выйдут на одном этаже.

Задание 7

Какова вероятность того, что в четырех сданных картах будет один туз и один король?

Задание 8

В ящике находится 15 качественных и 5 бракованных деталей. Наудачу извлекаются 2 детали. Найти вероятность того, что: а) обе детали будут качественными; б) одна деталь будет качественной, а одна – бракованной; в) обе детали бракованные.

Задание 9

Игроку в покер сдаётся 5 карт. Найти вероятность того, что он получит: а) пару десятков и пару валетов; б) флеш (5 карт одной масти); в) каре (4 карты одного номинала). Какую из перечисленных комбинаций вероятнее всего получить?

Практическая работа №26

«Случайные величины. Центральные тенденции случайной величины»

Задание 1

Найдем математическое ожидание случайной величины X – числа стандартных деталей среди трех, отобранных из партии в 10 деталей, среди которых 2 бракованных. Составим ряд распределения для X . Из условия задачи следует, что X может принимать значения 1, 2, 3.

Задание 2

Задан закон распределения дискретной случайной величины X :

X	40	42	41	44
p	0,1	0,3	0,2	0,4

Найдите: 1) математическое ожидание; 2) дисперсию; 3) среднее квадратическое отклонение.

Задание 3

Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X по известному закону ее распределения, заданному таблично:

	8	4	6	5
	0,2	0,5	0,2	0,1

Задание 4

Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ x^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание $M(x)$; 3) дисперсию $D(x)$.

Задание 5

Рабочий обслуживает три станка. Известно, что вероятность бесперебойной работы на

протяжении одного часа после наладки равна для первого станка 0,9, для второго станка – 0,8 и для третьего станка – 0,7. Найти вероятность того, что за этот час лишь один станок откажет в работе и потребует вмешательства рабочего.

Задание 6

Вероятность попадания в цель при отдельном выстреле равна 0,6. Найти вероятность того, что число попаданий при 600 выстрелах будет заключено в пределах от 330 до 375.

Задание 7

Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X по известному закону ее распределения, заданному таблично:

X	8	4	6	5
P	0,2	0,5	0,2	0,1

Практическая работа №27

«Закон больших чисел. Выборочный метод исследований»

Задание 1

Оценить вероятность того, что в течение ближайшего дня потребность в воде в населенном пункте превысит 150 000 л, если среднесуточная потребность в ней составляет 50 000 л.

Задание 2

Среднее число солнечных дней в году для данной местности равно 90. Оценить вероятность того, что в течение года в этой местности будет не более 240 солнечных дней.

Задание 3

Пример 3 Длина изготавливаемых деталей является случайной величиной, среднее значение которой 50 мм. Среднеквадратичное отклонение этой величины равно 0,2 мм. Оценить вероятность того, что отклонение длины изготовленной детали от ее среднего значения по абсолютной величине не превзойдет 0,4 мм.

Задание 4

Среднесуточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 20 000 кВт/ч, а среднеквадратичное отклонение — 200 кВт/ч. Какого потребления электроэнергии в этом населенном пункте можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью, не меньшей 0,96?

Задание 5

Средний вес клубня картофеля равен 150 г. Оценить вероятность того, что наудачу взятый клубень картофеля весит не более 500 г?

Практическая работа №28

«Непрерывные случайные величины (распределения)»

Задание 1

Производится серия из 5 независимых одинаковых экспериментов. Вероятность удачи в одном эксперименте равна $p = 0.6$. Какова вероятность, что количество удач будет

- (а) ровно 2?
- (б) ровно 3?
- (с) от 1 до 3 включительно?

Задание 2

Производится серия из 5 независимых одинаковых экспериментов. Вероятность удачи в одном эксперименте равна $p = 0.6$. Какова вероятность, что количество удач будет

- (а) ровно 2?
- (б) ровно 3?
- (с) от 1 до 3 включительно?

Задание 3

Известно, что непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке от 2 до 10.

- (а) Определите, чему равно значение функции плотности на данном отрезке.
- (б) Рассчитайте медиану распределения.

Практическая работа №29 «Повторение изученного»

Задание 1

Упростите выражение: $(a^{-9})^{\frac{2}{3}}$.

Задание 2

Алексей хочет вложить 50000 рублей на 6 лет, чтобы получить не меньше 70000 рублей. Один банк предлагает вложить деньги под 9% годовых, а другой - под 0,7% в месяц. Какому банку отдать предпочтение Борису?

Задание 3

Разложить на множители число 68 740

Задание 4

Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 3, а $b_1 = 9$. Найдите b_8 .

Задание 5

Банк начисляет по вкладам 7% годовых. Сколько денег будет на счету у вкладчика через 8 лет, если он положил на счет 100 000 р и не снимал начисления?

Задание 6

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ и $\alpha \in (\pi; 2\pi)$

Задание 7

Решить уравнение графическим способом: $x^2 + 4x - 5 = 0$

Задание 8

Сколько существует способов обозначения вершин параллелепипеда с помощью букв А, В, С, Е, А1, В1, С1, Е1?

Практическая работа №30

«Применение производных элементарных функций при решении задач»

Задание

Вычислить производную функции:

1. $x^7 + 5x^6 + 24x^2 - 7$
2. $7x^4 - \sqrt[3]{x^2}$
3. $\frac{2}{\sqrt[5]{x^7}} - 4x^8$
4. $(5x^2 - 3x)^4$
5. $(7x + 4)^3 \cdot (8 - 6x)^5$
6. $12x^4 - 5x^7 + 8 - 3x$
7. $12x^3 - \sqrt[5]{x^4}$
8. $12x^3 + \frac{4}{\sqrt{x^3}}$
9. $(4x^3 - 12)^5$
10. $(12 - 7x)^3 \cdot (x^3 - 2x)^4$

Практическая работа №31

«Производная и экстремумы функции»

Задание 1

Найдите экстремумы функции $y = x^3 - 6x^2$.

Задание 2

Найдите промежутки монотонности функции $y = -x^2 + 2x - 3$

Задание 3

Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^3 - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

Задание 4

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = x$ на отрезке $[1; 3]$.

Задание 5

Найдите экстремумы функции $y = 2x^3 - 3x^2$.

Задание 6

Найдите промежутки монотонности функции $y = x^2 - 2x + 3$

Задание 7

Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^3 + x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Задание 8

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = -x$ на отрезке $[1; 4]$.

Практическая работа №32

«Проведение с помощью производной исследования функции»

Задание 1

С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции:
 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$.

Задание 2

Исследуйте функцию и постройте её график: $f(x) = -0,5x^2 + 2x + 6$.

Задание 3

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5$ на промежутке $[-3; 2]$.

Задание 4

С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$.

Задание 5

Исследуйте функцию и постройте её график: $f(x) = -x^2 - 2x + 8$.

Задание 6

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ на отрезке $[-2; 1]$.

Задание 7

С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$.

Задание 8

Исследуйте функцию и постройте её график: $f(x) = -x^2 + 3x + 4$.

Задание 9

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ на промежутке $[-4; 3]$.

Практическая работа №33

«Общие методы решения уравнений. Метод разложения на множители. Метод введения новой переменной»

Задание 1

Решить уравнение $\sqrt{x^2 - 5x + 1} = \sqrt{x - 4}$

Задание 2

Решить уравнение $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$

Задание 3

Решить уравнение $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

Задание 4

Решить уравнение $\sin 2x = 0$

Практическая работа №34

«Решение неравенств с одной переменной»

Задание 1

Решить неравенство $\frac{\sqrt{x+1}}{x-5} \geq 0$

Задание 2

Решить неравенство $3x + \frac{1}{x-8} > \frac{1}{x-8} + 9$

Задание 3

Решить неравенство $\frac{1}{x^2 - 8x + 7} > \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 8x + 7}$

Задание 4

Решить систему неравенств $\begin{cases} 5x - x^2 \geq 0, \\ 6 - 2x < -2. \end{cases}$

Задание 5

Решить систему неравенств $\begin{cases} 6x^2 - 5x + 1 < 0, \\ 5x - 2 \geq 0. \end{cases}$

Практическая работа №35

«Решение неравенств методом интервалов»

Задание 1

Решить неравенство $\frac{x^2 + 2x - 3}{(x - 7)(x + 5)} \geq 0$.

Задание 2

Решить неравенство $\frac{(x - 2)^2}{(x - 1)(x - 3)} > 0$.

Задание 3

Решить неравенство $\frac{(x - 2)^2}{(x - 1)(x - 3)} \geq 0$.

Задание 4

Решить неравенство $\frac{(x + 2)(x^2 - 4x + 7)}{x - 5} < 0$.

Практическая работа №36

«Решение систем уравнений методом подстановки, методом алгебраического сложения и методом введения новой переменной»

Задание 1

Решить систему уравнений $\begin{cases} x + 2y = -1, \\ 4^{x+y^2} = 16. \end{cases}$

Задание 2

Решить систему уравнений $\begin{cases} 3^{y+1} - 2^x = 5, \\ 4^x - 6 \cdot 3^y + 2 = 0. \end{cases}$

Задание 3

Решить систему уравнений $\begin{cases} 2^x \cdot 9^y = 162, \\ 3^x 4^y = 48. \end{cases}$

Задание 4

Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 3^{x-1} \leq \sqrt{3}, \\ (0,2)^{3x^2-2} = (0,2)^{2x^2+x+4}. \end{cases}$$

Практическая работа №37

«Решение иррациональных и показательных уравнений и неравенств»

Задание 1

Решить неравенство $\sqrt{2 - x - x^2} > -1$

Задание 2

Решить неравенство $\sqrt{15 - 2x - x^2} + \sqrt{x - 3} > 2x - 7$.

Задание 3

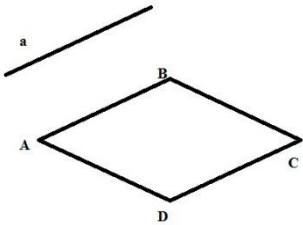
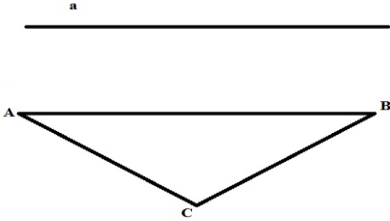
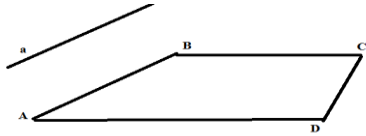
Решить уравнение $4^{x^2+3x} = \frac{1}{16}$

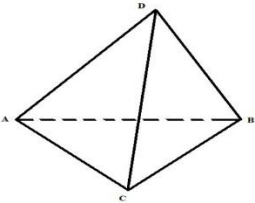
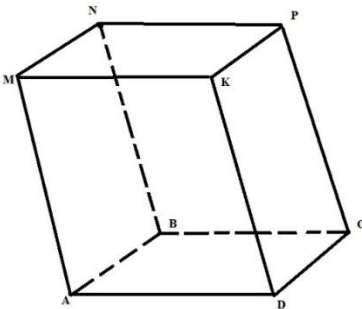
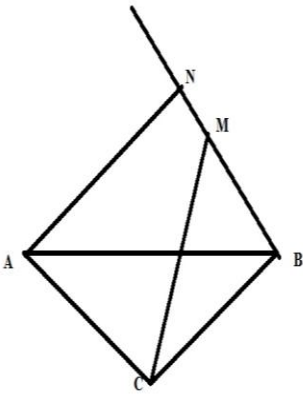
Задание 4

Решить уравнение $5^{x+3} - 3 \cdot 5^{x+1} - 10 \cdot 5^x = 4$

Практическая работа №38

«Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми»

Задача 1	Задача 2	Задача 3
Прямая a не лежит в плоскости параллелограмма $ABCD$. Определите взаимное расположение прямых a и BC, если $a \parallel AB$ 	1. Прямая a не лежит в плоскости ABC. Определите взаимное расположение прямых a и AC, если $a \parallel AB$ 	1. Прямая a не лежит в плоскости трапеции $ABCD$. Определите взаимное расположение прямых a и BC, если $a \parallel AB$. 

Задача 4	Задача 5	Задача 6
1. Дан тетраэдр ABCD. Определите взаимное расположение прямых AD и BC.	1. Определите взаимное расположение прямых MA и DC	1. Определите взаимное расположение прямых AN и CM, если $NM \cap (ABC)$
		

Практическая работа №39
«Перпендикулярность прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах»

Вариант 1

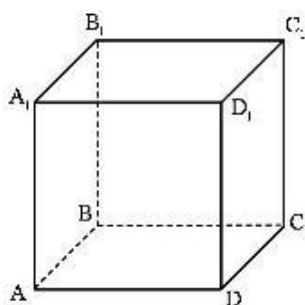


Рис. 1

A1. Пользуясь изображением на рисунке 1, назовите:

- а) точку пересечения прямой AD с плоскостью DD_1C ;
- б) линию пересечения плоскостей ADD_1 и D_1CD .

В какой из плоскостей ADD_1 , A_1B_1B , BB_1C_1 , BCD не лежит точка A?

A2. Перечертите рисунок 2 в тетрадь и постройте:

- а) точку пересечения прямой MN с плоскостью ABC;
- б) линию пересечения плоскостей MNB и ABC.

B1. Точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Принадлежит ли точка C плоскости, в которой лежат точки A, B и O?

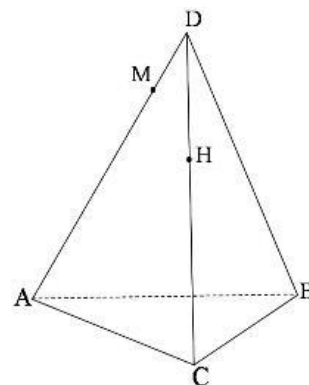


Рис. 2

Вариант 2

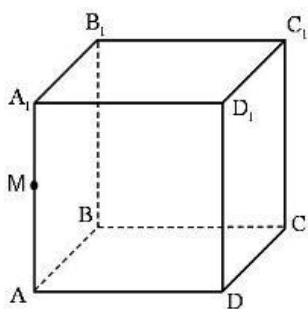


Рис. 1

А1. Пользуясь изображением на рисунке 1, назовите:

- а) точку пересечения прямой MC с плоскостью B_1BC_1 ;
- б) линию пересечения плоскостей MC_1C и BCB_1 .

В каких из плоскостей ADD_1 , ABB_1 , ABD , MD_1C_1 , лежит прямая MD_1 ?

А2. Перечертите рисунок 2 в тетрадь и постройте:

- а) точку пересечения прямой PK с плоскостью ABC ;
- б) линию пересечения плоскостей PKC и ADC .

В1. Точка O – центр окружности, описанной около четырехугольника $ABCD$. Точки A , O и C принадлежат плоскости α . Принадлежит ли этой плоскости вершина D ?

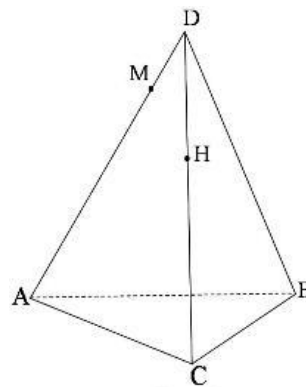


Рис. 2

Практическая работа №40

«Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол»

Вариант I

1. Прямая a параллельна плоскости α , прямая b также параллельна плоскости α . Могут ли a и b :

- а) Быть параллельными?
- б) Пересекаться?
- в) Быть скрещивающимися прямыми?

2. Точка M лежит вне плоскости параллелограмма $ABCD$.

- а) Докажите, что средние линии треугольников MAD и MBC параллельны.
- б) Найдите эти средние линии, если боковая сторона параллелограмма равна 5, а его высота равная 4 и делит сторону, к которой проведена, пополам.

3. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и N соответственно. $BN:NC=5:8$. $MB:AB=5:13$.

- а) Докажите, что $AC \parallel \alpha$.
- б) Найдите MN , если $AC=26$.

4. Через вершину C квадрата $ABCD$, проходит прямая $СК$, не лежащая в плоскости квадрата.

- а) Докажите, что СК и АД скрещивающиеся.
- б) Чему равен угол между СК и АД. Угол СВК равен 45 градусов, угол СКВ равен 75 градусов?

Вариант II

1. Прямая a пересекает плоскость α , прямая b также пересекает плоскости α . Могут ли a и b :

- а) Быть параллельными?
- б) Пересекаться?
- в) Быть скрещивающимися прямыми?

2. Треугольник ABC и трапеция KMPN имеют общую среднюю линию EF, $MN \parallel EF$, $EF \parallel BC$.

- а) Докажите, что $BC \parallel KP$.
- б) Найдите KP и MN, если $BC=24$, $KP:MN = 8:3$.

3. Плоскость α проходит через сторону AB треугольника ABC. Прямая пересекает стороны BC и AC в точках M и N соответственно. $MC:BC=6:13$, $NC:AN=6:7$.

- а) Докажите, что $MN \parallel \alpha$.
- б) Найдите MN, если $AC=39$.

4. Точка F лежит вне плоскости трапеции ABCD.

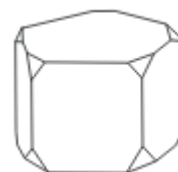
- а) Докажите, что AF и BC скрещивающиеся.
- б) Чему равен угол между AF и BC, если угол AFD равен 70 градусов, угол FDA равен 40 градусов?

Практическая работа №41

«Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы»

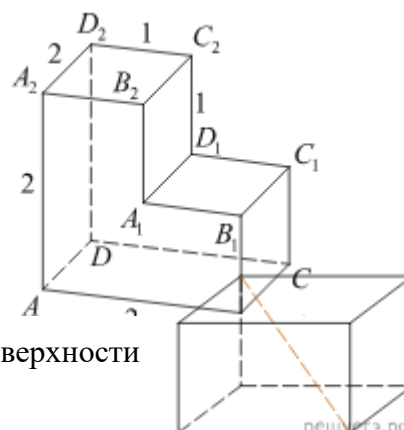
Задание 1

От деревянной правильной пятиугольной призмы отпилили все её вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Задание 2

Найдите угол ABD многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.



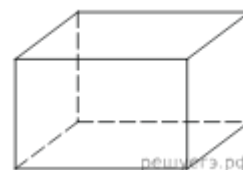
Задание 3

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2. Площадь поверхности

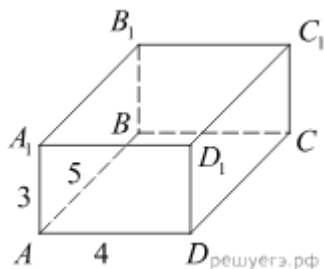
параллелепипеда равна 16. Найдите его диагональ.

Задание 4

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 и 6. Объем параллелепипеда равен 48. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.



Задание 5



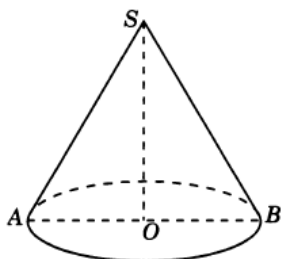
Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$.

Практическая работа №42 «Объем пирамиды, конуса и шара»

Задание 1.

Диаметр основания конуса равен 12, а длина образующей – 10. Найдите объем конуса.

В ответе запишите $\frac{V}{\pi}$.



Решение:

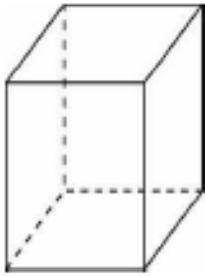
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$r = 6 \quad h = 8 \quad V = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$$

Ответ: 96.

Задание 2.

Ребра прямоугольного параллелепипеда равны 4, 5 и 8. Найдите объем параллелепипеда.



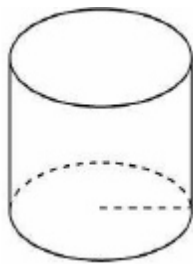
$V = a \cdot b \cdot c$ — формула с 5 класса

$$V = 4 \cdot 5 \cdot 8 = 160$$

Ответ: 160

Задание 3.

Радиус основания цилиндра равен 4, высота $\frac{10}{\pi}$. Найдите объем цилиндра.



$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{10}{\pi} = 160$$

Ответ: 160

Задание 4.

В основании треугольной пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами 4 и 3. Найдите объем пирамиды, если её высота равна 9.



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$$

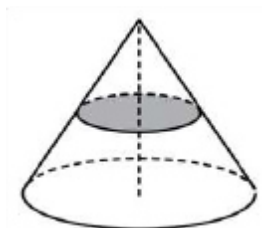
$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \quad S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 9 = 18$$

Ответ: 18

Задание 5.

Объем конуса равен 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту конуса пополам. Найдите объем отсеченного конуса.



Способ 1.

Линейные размеры большого конуса r и h . Линейные размеры маленького конуса $\frac{r}{2}$ и $\frac{h}{2}$.

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = 12$$

$$\frac{1}{3} \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \frac{h}{2} = V_m$$

Преобразуем:

$$\pi r^2 h = 36$$

$$\frac{1}{24} \pi r^2 h = V_m$$

Подставим:

$$\frac{1}{24} \cdot 36 = V_m$$

$$V_m = 1,5$$

Ответ: 1,5 - сложно

Способ 2.

Подсказка:

При изменении всех линейных размеров тела в k раз, объем этого тела изменяется в k^3 раз.

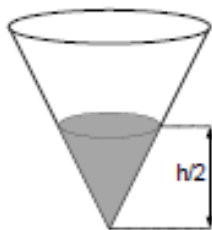
$$k = 2 \quad k^3 = 8 \quad V = \frac{12}{8} = 1,5$$

Ответ: 1,5

Данный прием решения задач не требует знания формулы объема конуса.

Задание 6.

Коническая воронка объемом 16 литров полностью заполнена жидкостью. Из воронки вычерпали часть жидкости, при этом ее уровень снизился до половины высоты воронки. Сколько литров жидкости вычерпали?



$$k = 2 \quad k^3 = 8 \quad V = \frac{16}{8} = 2$$

Найдем сколько литров жидкости вычерпали:

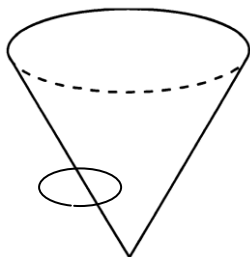
$$16 - 2 = 14$$

Ответ: 14

Задание 7.

В сосуд в виде конуса налита жидкость до $\frac{1}{4}$ высоты. Объем налитой жидкости равен

5. Сколько жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху?



$$k = 4 \quad k^3 = 64 \quad V = 64 \cdot 5 = 320$$

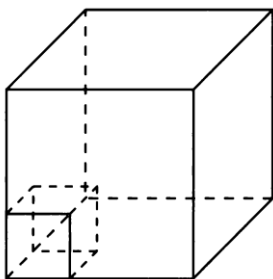
Найдем сколько жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху:

$$320 - 5 = 315$$

Ответ: 315

Задание 8.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен 108. Чему будет равен объем параллелепипеда, если каждое его ребро уменьшить в три раза?

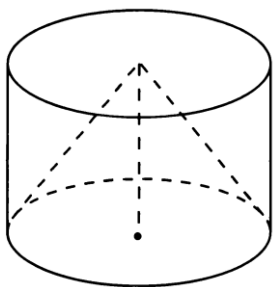


$$k = 3 \quad k^3 = 27 \quad V = \frac{108}{27} = 4$$

Ответ: 4

Задание 9.

Объём цилиндра равен 30. Чему равен объём конуса с таким же основанием и высотой?



Подсказка:

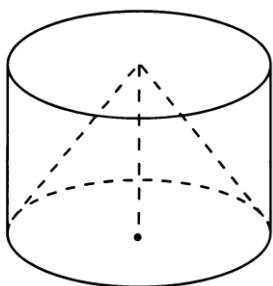
Если цилиндр и конус имеют общее основание и высоту, то $V_k = \frac{1}{3} V_{\text{ц}}$

$$V_k = \frac{1}{3} \cdot 30 = 10$$

Ответ: 10

Задание 10.

Объём конуса равен 25. Чему равен объём цилиндра с таким же основанием и высотой?



$$25 = \frac{1}{3} V_{\text{ц}}$$

$$V_{\text{ц}} = 75$$

Ответ: 75

Практическая работа №43 «Сечения многогранников и шара. Правила построения»

Задание 1.

Равнобокая трапеция вращается вокруг оси, проходящей через вершину нижнего основания параллельно высоте. Найдите объем полученного тела вращения, если нижнее основание трапеции 10 см, верхнее основание 6 см, а острый угол 60° .

Задание 2.

Квадрат со стороной 4 см вращается вокруг оси, проходящей через одну из его вершин параллельно диагонали квадрата. Найдите объем полученного тела вращения.

Задание 3.

Радиус основания конуса равен $3\sqrt{2}$ см, а образующие наклонены к плоскости основания под углом 45° . Найдите объем конуса.

Задание 4.

Найдите объем цилиндра с высотой, равной 5 см, если диагональ осевого сечения цилиндра образует с плоскостью основания угол 45° .

Задание 5.

Найдите объем шарового сектора, если радиус шара равен 3 см, а радиус окружности основания - $\sqrt{5}$ см

Задание 6.

Найдите боковую поверхность конуса, в осевом сечении которого равносторонний треугольник со стороной 6 см.

.

Задание 7.

В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности дугу в 120° . Диагональ сечения равна 20 см. Сечение удалено от оси на 3 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Задание 8.

Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания

под углом 30° . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Задание 9.

Площадь сечения шара плоскостью, проведенной через конец диаметра под углом 60° к нему, равна 75 см^2 . Найдите площадь поверхности шара.

Задание 10.

Стороны треугольника MNK касаются шара. Найдите площадь поверхности шара, если $MK=9$ см, $MN=13$ см, $KN=14$ см и расстояние от центра шара до плоскости MNK равно $\sqrt{6}$ см.

Практическая работа №44

«Решение задач, связанных с применением правил действий с векторами»

Задание 1

Упростите выражение: $\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AO}$

Задание 2

На оси Oх найти точку, равноудаленную от точек $A(2; -4; 5)$ и $B(-3; 2; 7)$

Задание 3

Написать разложение вектора X по векторам (a, b, c)

$X=(-4; 4; 4)$, $a=(3; 1; 0)$, $b=(-1; 0; 6)$, $c=(-1; 2; 0)$.

Задание 4

Заданы два вектора в пространстве. Найти:

- а) их сумму;
 - б) их разность; косинус угла между ними;
 - в) их векторное произведение.
- $a=(0; 1; 1)$, $b=(-2; 0; 1)$.

Практическая работа №45

«Простейшие задачи в координатах»

Задание 1.

Составить уравнение сферы радиуса $R = 5$ с центром в начале координат.

Задание 2.

Написать уравнение сферы с центром в точке $C(2; -3; 5)$ и радиусом, равным 6.

Задание 3.

Найти центр и радиус сферы $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 100$.

Задание 4.

Доказать, что уравнение

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$$

является уравнением сферы.

Задание 5

Напишите уравнение прямой проходящей через две данные точки $C(2; 5)$ и $D(5; 2)$

Практическая работа №46

«Скалярное произведение векторов»

Задание 1

На оси OхOх найти точку, равноудаленную от точек $A(2; -4; 5)$ и $B(-3; 2; 7)$.

Задание 2

Найти косинус угла между векторами АВ и АС.

$$A=(-4;4;4), B=(3;1;0), C=(-1;0;6).$$

Задание 3

Компланарны ли вектора a, b, c ?

$$a=(-3;2;1), b=(3;1;2), c=(3;-1;4)$$

Задание 4

Заданы два вектора в пространстве. Найти:

а) их сумму;

б) их разность; косинус угла между ними;

в) их векторное произведение.

$$a=(0;1;1), b=(-2;0;1).$$

Задание 5

Найти ранг и базис системы векторов, перейти к новому базису. Записать разложения векторов по найденным базисам.

Задание 6

Компланарны ли вектора?

$$a^{\sim}=(-3;2;1), b^{\sim}=(3;1;2), c^{\sim}=(3;-1;4).$$

Практическая работа №47

«Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач»

1. Найти угол между векторами .
2. Найдите угол АСВ в треугольнике ABC.
3. Найти углы, составляемые вектором с координатными осями.

Вариант 1.

1. 2. $A(2; -3;4); B(-2;3;7)$ и $C(1;-2;-5)$.

3. и $B(9; -1;4)$.

Вариант 2.

1. 2. $A(6;-1;2); B(8;-2;4)$ и $C(-3;9;0)$.

3. и $B(-2;3;5)$.

Вариант 3.

1. 2. $A(9; -2;0); B(12;-3;5)$ и $C(1;-2;6)$.

3. и $B(-8; -2;3)$.

Вариант 4.

1. 2. $A(7; -3;1); B(5;4;-2)$ и $C(0;1;-5)$.

3. и $B(4; -1;2)$.

Вариант 5.

1. 2. $A(8;0; -3); B(-2;9;-7)$ и $C(-3;-2;4)$.

3. и $B(2;4; -1)$.

Вариант 6.

1. 2. $A(2; -3; 5)$; $B(0; 1; 7)$ и $C(4; -3; 6)$.

3. и $B(-3; -1; 4)$.

Вариант 7.

1. 2. $A(11; -1; 5)$; $B(10; 0; 4)$ и $C(3; 6; 9)$.

3. и $B(-6; -2; 4)$.

Вариант 8.

1. 2. $A(-4; -3; 0)$; $B(-11; 2; -5)$ и $C(0; -2; 3)$.

3. и $B(5; 9; 2)$.

Вариант 9.

1. 2. $A(0; 1; 2)$; $B(-2; 0; -1)$ и $C(-3; -2; 5)$.

3. и $B(-3; 5; 8)$.

Вариант 10.

1. 2. $A(2; -3; 4)$; $B(-2; 0; 7)$ и $C(-3; -2; 5)$.

3. и $B(1; 6; 0)$.

Вариант 11.

1. 2. $A(2; -3; 4)$; $B(3; 4; 5)$ и $C(-1; -2; 0)$.

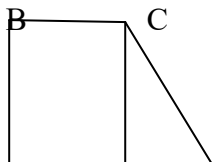
3. и $B(5; 0; 10)$.

Вариант 12.

1. 2. $A(9; -8; 6)$; $B(-2; 0; 7)$ и $C(0; -2; 6)$.

3. и $B(8; 4; 0)$.

Практическая работа №49 «Повторение изученного»

1 вариант	2 вариант	3 вариант
Задание № 1	Задание № 1	Задание № 1
На стороне BC параллелограмма ABCD взята точка K так, что $BK : KC = 1 : 4$. Выразите векторы AC, BK, CK, AK, KD через $AB = p$ и $AD = k$. Выразите AS, если точка S – середина KD.	На стороне HK ромба MNKC взята точка E так, что $KE : HE = 1 : 6$. Выразите векторы CH, KE, HE, CE, EM через $CK = p$ и $CM = q$. Выразите CD, если точка D – середина ME.	В параллелограмме ABCD точка K – середина AB, точка P – середина BC. Выразите векторы AC, BD, AK, CP, CO, AP через векторы $AB = a$, $AD = b$.
Задание № 2	Задание № 2	Задание № 2
В равнобедренной трапеции	В равнобедренной трапеции	

острые углы равны 45^0, меньшее основание равно 5 см, а расстояние между основаниями 4 см. Найдите большее основание и среднюю линию трапеции.	острые углы равны 60^0, большая сторона равна 10 см, а большее основание 15 см. Найдите меньшее основание и среднюю линию трапеции	 А К Д ABCD – трапеция, $BC \parallel AD$, CD = 6 см, угол Д равен 30^0, BC = 4 см. Найдите среднюю линию трапеции.
---	---	---

Содержание, этапы проведения и критерии оценивания практических работ представлены в методических указаниях по проведению практических работ.

Проверка выполнения самостоятельной работы. Самостоятельная работа направлена на самостоятельное освоение и закрепление результатов обучения.

Самостоятельная подготовка обучающихся по дисциплине предполагает следующие виды и формы работы:

- Выполнение расчетных заданий.

Список задач для самостоятельного решения

1. Выяснить, каким числом (рациональным или иррациональным) является числовое значение выражения: 1) $(\sqrt{8} - 3)(3 + 2\sqrt{2})$; 2) $(\sqrt{27} - 2)(2 - 3\sqrt{3})$; 3) $(\sqrt{50} + 4\sqrt{2})\sqrt{2}$;
2. Найти абсолютную погрешность приближения 0,55 числа $\frac{5}{8}$
3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных. 1) 735274; 2) 32465103; 3) 6,0054;
4. Найдите значение выражения: $(2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}) \cdot \sqrt[3]{6}$.
5. Вычислите: $\frac{(0,216^{\frac{4}{9}})^{\frac{3}{2}}}{0,09^{\frac{3}{4}} \cdot 0,027^{\frac{1}{6}}}$
6. Вычислите: $2^3 \cdot 2^{-2} + 2^{-3} \cdot 2^2 + 1,25$.
7. Найдите значение выражения: $\left(\frac{x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^{-1}}} \right)^{\frac{3}{4}}$ при $x = 0,0625$
8. Решить уравнения: 1) $(x - 2)(x + 3) = 0$; 2) $(x - 1)\sqrt{x + 4} = 0$;
9. Найдите корень уравнения: 1) $(\frac{1}{4})^{x-3} = 64$; 2) $(\frac{1}{7})^{x-3} = 49$.
10. С какой процентной ставкой необходимо вложить деньги в банк, если через 2 года вкладчик хочет получить 120000 рублей при первоначальном взносе 100000 рублей?
11. Вычислить, используя определение и свойства логарифмов: $5^{\log_5 16} - 11^{\log_{11} 12}$
12. Решите уравнение: $\log_7(2x^2 - 7x + 6) - \log_7(x - 2) = \log_7 x$
13. Найдите значение выражения 1) $3\operatorname{tg}45^\circ - \sqrt{3}\operatorname{ctg}60^\circ + 4\sin30^\circ$
14. Доказать тождество $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
15. Вычислить $\cos(\alpha + \beta)$, если $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ и $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$
16. Преобразовать в произведение $\sin 18^\circ + \sin 20^\circ$
17. Упростить выражение $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$
18. Вычислить 1) $\cos 315^\circ + \sin 210^\circ + \operatorname{tg} 420^\circ$; 2) $\sin \frac{13\pi}{6} - \cos \frac{11\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{11\pi}{4}$.

19. Решить уравнение, разложив на множители его левую часть $\sin x - \sin 3x = 0$
20. Решить неравенство 1) $\cos x \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$; 2) $\sin 2x > \frac{1}{2}$
21. Вычислите $2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg}(-1) + \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$
22. Решить уравнение $\sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
23. Найти все решения уравнения на заданном отрезке $\cos\frac{x}{3} = \frac{1}{2}, [-6\pi; 6\pi]$
24. Найти область определения и область значений каждой из функций 1) $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; 2) $y = 2 + \frac{4}{x-3}$
25. Найдите точки максимума и минимума функции ее максимумы и минимумы $y = -x^2 + 6x - 8$
26. Выяснить, является ли, четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной функция: 1) $y = x^3 - \frac{x}{2} + \sin x$; 2) $y = x^2 + \cos 3x$;
27. Сколько различных двухзначных чисел с разными цифрами можно составить, используя цифры: 1) 1 и 5; 2) 0 и 6; 3) 2, 4 и 6; 4) 0, 1 и 8; 5) 3, 4, 5 и 6; 6) 0, 2, 3, 4 и 6?
28. Администрация города решила переименовать 3 улицы. К выбору были предложены 7 названий. Сколькими способами могут быть переименованы эти 3 улицы?
29. Сколькими способами можно разместить 6 различных автомобилей в семи одноместных боксах?
30. В магазин поступило 30 холодильников, пять из которых имеют заводской дефект. Случайным образом выбирают один холодильник. Какова вероятность того, что он будет без дефекта?
31. Какова вероятность того, что в четырех сданных картах будет один туз и один король?
32. Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X по известному закону ее распределения, заданному таблично:

X	8	4	6	5
P	0,2	0,5	0,2	0,1

33. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 150. Найти b_1 , если $q = 1/3$
34. Вычислить производную функции $(12 - 7x)^3 \cdot (x^3 - 2x)^4$
35. С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$.
36. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^3 + x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.
37. Решить уравнение $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$
38. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3^{y+1} - 2^x = 5, \\ 4^x - 6 \cdot 3^y + 2 = 0. \end{cases}$
39. Решите уравнение: $\sqrt{2x - x^2 + 8} + \sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{-x - 2} + 1$
40. Решить неравенство $\frac{1}{x^2 - 8x + 7} > \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 8x + 7}$
41. Изобразите расстояние и угол между скрещивающимися диагоналями параллельных граней куба.
42. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найти угол между прямыми $A_1 D$ и $D_1 E$, где E - середина ребра CC_1
43. Дана прямая и две точки A и B , расположенные по одну сторону от неё. Найдите на прямой такую точку C , чтобы треугольник ABC имел наименьший периметр.
44. Найдите объем цилиндра с высотой, равной 5 см, если диагональ осевого сечения цилиндра образует с плоскостью основания угол 45° градусов.
45. Площадь сечения шара плоскостью, проведенной через конец диаметра под углом 60° к нему, равна $75\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь поверхности шара.
46. Найдите диаметр шара, объем которого равен $36\pi \text{ см}^3$.
47. Стороны треугольника равны 12 см и 9 см, а угол между ними 30° . найти площадь треугольника
48. Написать уравнение сферы с центром в точке $C(2; -3; 5)$ и радиусом, равным 6.

Проверка выполнения контрольных работ. Контрольная работа проводится с

целью результатов обучения и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся в конце изучения темы или раздела. Согласно календарно-тематическому плану дисциплины предусмотрено проведение следующих контрольных работ:

- Контрольная работа №1 по разделу «Алгебра»
- Контрольная работа №2 по разделу «Основы тригонометрии»
- Контрольная работа №3 по разделу «Функции, их свойства и графики»
- Контрольная работа №4 по разделу «Элементы теории вероятностей и статистики»
- Контрольная работа №5 по теме «Производная и ее применение»
- Контрольная работа №6 по разделу «Уравнения и неравенства»
- Контрольная работа №7 по разделу «Прямые и плоскости в пространстве»
- Контрольная работа №8 по разделу «Многогранники и круглые тела»

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Запишите числа в виде бесконечных периодических дробей: $\frac{7}{25}$, $\frac{41}{30}$
2. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: 1,(7); -5,3(23).
3. Вычисление: $(\frac{1}{6})^{\frac{1}{2}}$
4. Вычислите: $(2^3\sqrt{2})^6$
5. Вычислите: $\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4}$
6. Представьте в виде степеней с рациональным показателем $\frac{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}{x}$.
7. Найдите значение выражений $\sqrt{a^2} + \sqrt{16b^2} + 4b$ при $a = -2000$, $b = -3000$
8. Расположите числа в порядке возрастания $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}}$; $9^{-\frac{1}{3}}$; $3^{\frac{3}{4}}$; $\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$
9. Упростите выражение $\frac{x-16}{x+x^{0,5}+1} : \frac{x^{0,5}+4}{x^{1,5}-1}$ и найдите его значение при $x = 2,25$

Вариант 2

1. Запишите числа в виде бесконечных периодических дробей: $\frac{2}{7}$, $\frac{8}{15}$
2. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: 4,(8); -2,6(93).
3. Вычислите: $810000^{\frac{1}{4}}$
4. Вычислите: $(-3\sqrt{2})^4$
5. Вычислите: $\sqrt[4]{144} \cdot \sqrt[4]{9}$
6. Представьте в виде степеней с рациональным показателем $\frac{\sqrt{x^5 \cdot \sqrt{x}}}{x}$.
7. Найдите значение выражений $\sqrt{9a^2} + \sqrt{b^2} + 3a$ при $a = -100$, $b = -2000$
8. Расположите числа в порядке возрастания $2^{-\frac{3}{4}}$; $2; \frac{1}{2}; 2^{\frac{2}{3}}; 2^{-\frac{4}{3}}$
9. Упростите выражение $\frac{x-9}{x-x^{0,5}+1} : \frac{x^{0,5}+3}{x^{1,5}+1}$ и найдите его значение при $x = 6,25$

Вариант № 1

1. Вычислить $\log_3 81$

2. Вычислить $\log_{169} 13$
3. Вычислить $\log_4 \log_3 9$
4. Вычислить $\frac{\lg 125}{\lg 5}$
5. Вычислить $\log_6 12 - \log_6 3 + \log_6 9$
6. Вычислить $2 \log_2 6 + \log_2 \frac{35}{9} - \log_2 35$
7. Вычислить $\log_3 2 - \log_3 2 \cdot \log_2 6 + \log_3 6$
8. Вычислить $\lg 7(\log_7 15 + \log_7 4 - \log_7 6)$
9. Вычислить $0,3^{2 \log_{0,3} 4 + 2}$
10. Решите уравнение $\log_5(7 - x) = 2$.
11. Найдите корень уравнения $\log_5(x - 1) = \log_5(2x - 3)$.
12. Найдите корень уравнения $2 \log_5^2 x - 7 \log_5 x + 3 = 0$.
13. Найдите корень уравнения $\log_3(7 - x) = \log_3(1 - x) + 1$
14. Найдите корень уравнения $2 \log_4(3x - 5) = \log_2(15 - x)$

Вариант №2

1. Вычислить $\log_5 125$
2. Вычислить $\log_{25} 5$
3. Вычислить $\log_3 \log_4 64$
4. Вычислить $\frac{\lg 256}{\lg 4}$
5. Вычислить $\log_3 6 + \log_3 4 + \log_3 \frac{9}{24}$
6. Вычислить $2 \log_6 27 - \log_6 81 - 2 \log_6 18$
7. Вычислить $2 \log_2 8 + \log_2 \frac{25}{16} - \log_2 25$
8. Вычислить $\lg 3(\log_3 25 - \log_3 2 + \log_3 8)$
9. Вычислить $9^{\log_9 2 + \log_5 \frac{1}{25}}$
10. Решите уравнение $\log_6(-3 + x) = 1$
11. Решите уравнение $\log_6(x + 17) = \log_6(2x + 7)$
12. Решите уравнение $\log_2(3x + 8) = \log_2(3 - x) + 1$
13. Решите уравнение $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 = 0$
14. Решите уравнение $\log_6(18 - x) = 4 \log_{36} 2$

Вариант №3

1. Вычислить $\log_4 \frac{1}{16}$
2. Вычислить $\log_{81} 9$
3. Вычислить $\log_2 \log_4 256$
4. Вычислить $\frac{\lg 32}{\lg 2}$

5. Вычислить $\log_4 5 + \log_4 25 + \log_4 \frac{2}{125}$

6. Вычислить $\log_2 10 - \log_2 5 + \log_2 8$

7. Вычислить $2\log_7 32 - \log_7 256 - 2\log_7 14$

8. Вычислить $\lg 2(\log_2 75 - \log_2 15 + \log_2 20)$

9. Вычислить: $4^{\log_2 9} + 9$

10. Решите уравнение $\log_7(-5 - x) = 3$

11. Решите уравнение $\log_{17}(4x - 9) = \log_{17} x$

12. Решите уравнение $2\log_6^2 x + 5\log_6 x + 2 = 0$.

13. Решите уравнение $\log_{26}(2x - 1) - \log_{26} x = 0$

14. Решите уравнение $11^{\log_{11}(x+1)} = 2$.

Вариант №4

1. Вычислить $\log_5 \frac{1}{25}$

2. Вычислить $\log_{121} 11$

3. Вычислить $\log_5 \log_{32} 2$

4. Вычислить $\frac{\lg 27}{\lg 3}$

5. Вычислить $\log_5 10 + \log_5 50 - \log_5 4$

6. Вычислить $\log_2 8 - \log_2 3 + \log_2 12$

7. Вычислить $3\log_2 4 + \log_2 \frac{15}{16} - \log_2 15$

8. Вычислить $\lg 4(\log_4 35 + \log_4 2 - \log_4 7)$

9. Вычислить $25^{\log_5 3 - \log_{25} 27}$

10. Решите уравнение $\log_2(6 - x) = 5$

11. Найдите корень уравнения $\log_2(x + 3) = \log_2(3x - 15)$

12. Решите уравнение $\log_5 x = -\log_{0,2}(14 - x)$

13. Решите уравнение $\log_6(x + 17) = \log_6(2x + 7)$

14. Решите уравнение $3\log_4^2 x - 7\log_4 x + 2 = 0$

Контрольная работа №2

1 вариант

1. а) перевести градусы в радианы: 155° , 55° ;

б) перевести радианы в градусы $\frac{2\pi}{7}$, $\frac{\pi}{15}$.

2. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ и α лежит во 2 четверти.

3. Вычислите:

а) $\sqrt{3} \sin 60^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{ctg} 135^\circ + \operatorname{ctg} 90^\circ$;

б) $\cos \frac{\pi}{6} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} + \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$. в) $\sin\left(-\frac{19\pi}{6}\right) + 2\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$

4. Решите уравнение: $\sqrt{2} \sin 3x - 1 = 0$.
5. Решите уравнение: $2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0$
6. Упростите выражение:
- а) $\frac{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)}{\sin^2(-\alpha)}, \alpha \neq \pi, n \in \mathbb{Z};$
- б) $\cos(\alpha - \beta) - 2 \sin \alpha \sin \beta$ в) $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - 2 \sin(\pi - \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)}$
- г) $\sin(3\pi + \alpha) + \cos(\pi - \alpha) - \sin(-\alpha) + \cos(-\alpha).$
7. Решите уравнение: $\cos 3x \cos 5x = \sin 3x \sin 5x$

2 вариант

1. а) перевести градусы в радианы: $175^\circ, 75^\circ$;
 б) перевести радианы в градусы $\frac{2\pi}{9}, \frac{\pi}{12}$.
2. Найти $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ и α лежит в 3 четверти.
3. Вычислите:
- а) $\sin 30^\circ + \sqrt{6} \cos 45^\circ \sin 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{ctg} 150^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ$;
 б) $\cos \frac{\pi}{3} - \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4} + \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$. в) $4 \sin^2 120^\circ - 2 \cos 600^\circ + \sqrt{27} \operatorname{tg} 660^\circ$.
4. Решите уравнение: $2 \cos 3x - \sqrt{2} = 0$.
5. Решите уравнение: $2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0$
6. Упростите выражение:
- а) $\frac{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)}{\sin \alpha}, \alpha \neq \pi, n \in \mathbb{Z};$
- б) $\sin(2\pi + \alpha) + \cos(\pi + \alpha) + \sin(-\alpha) + \cos(-\alpha).$
- в) $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta);$
- г) $\frac{\sin(-\alpha) + \cos(\pi + \alpha)}{1 + 2 \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos(-\alpha)}.$
7. Решите уравнение: $\sin 6x \cos x + \cos 6x \sin x = \frac{1}{2}$

3 вариант

1. а) перевести градусы в радианы: $195^\circ, 95^\circ$;
 б) перевести радианы в градусы $\frac{3\pi}{7}, \frac{2\pi}{15}$.
2. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$ и α лежит во 2 четверти.
3. Вычислите:
- а) $\sqrt{2} \sin 45^\circ - \cos 30^\circ \sin 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 135^\circ - \operatorname{tg} 0^\circ$;

б) $\sin \frac{\pi}{3} + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} - \sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$. в) $\cos \left(-\frac{25\pi}{3} \right) - 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$.

4. Решите уравнение: $2 \sin 3x - 1 = 0$.

5. Решите уравнение: $2 \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x - 2 = 0$.

6. Упростите выражение:

а) $\frac{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)}{\cos \alpha}$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi, n \in \mathbb{Z}$;

б) $\sin(\pi + \alpha) + \cos(2\pi + \alpha) - \sin(-\alpha) - \cos(-\alpha)$.

в) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$;

г) $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \sin(2\pi + \alpha)}{2 \cos(\alpha) \sin(-\alpha) + 1}$.

7. Решите уравнение: $\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = 1$

4 вариант

1. а) перевести градусы в радианы: 145° , 15° ;

б) перевести радианы в градусы $\frac{5\pi}{9}$, $\frac{\pi}{7}$.

2. Найти $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и α лежит в 3 четверти.

3. Вычислите:

а) $\cos 60^\circ - \sqrt{6} \cos 30^\circ \sin 45^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ \operatorname{tg} 150^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ$;

б) $\sin \frac{\pi}{6} + \sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4} - \sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$. в) $2 \sin 870^\circ + \sqrt{12} \cos 570^\circ - \operatorname{tg}^2 60^\circ$.

4. Решите уравнение: $2 \cos 3x - 1 = 0$.

5. Решите уравнение: $2 \operatorname{ctg}^2 x - 3 \operatorname{ctg} x - 2 = 0$.

6. Упростите выражение:

а) $\frac{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)}{\cos^2(-\alpha)}$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi, n \in \mathbb{Z}$.

б) $\sin(\pi - \alpha) + \cos(3\pi - \alpha) + \sin(-\alpha) + \cos(-\alpha)$.

в) $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin 2x}$

г) $\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta)$

7. Решите уравнение: $\sin 3x \cos 5x - \cos 3x \sin 5x = 0,5$

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. По графику функции ответьте на вопросы:

1) Каковы промежутки возрастания функции?

2) Каковы промежутки убывания функции?

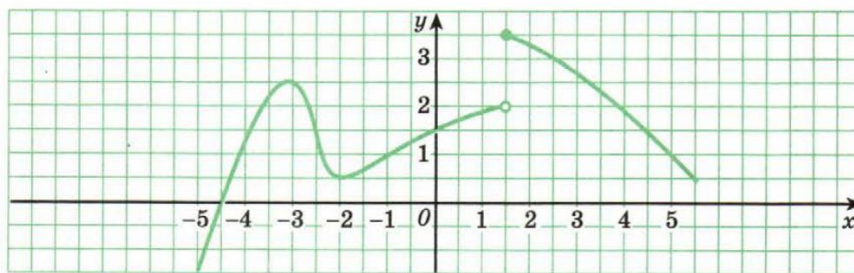
3) Назовите точки максимума и минимума функции. Какие значения принимает функция в этих точках?

4) Каковы наибольшее и наименьшее значения этих функций на отрезке $[-2; 2]$?

5) В каких точках функция не является непрерывной и каковы значения функции в этих точках?

6) На каких промежутках функция непрерывна?

7) Функция, изображенная на графике, является четной или нечетной?



2. Докажите четность (нечетность) функции: а) $y = x^3 - 3x$; б) $y = \frac{5x^3}{1-x^2}$.

3. Исследуйте функцию и постройте ее график $y = (x-2)^3 - 1$.

4. Найдите область определения функции: $y = \frac{2}{\cos^2 x}$.

5. Найдите область значений функции: $y = 2\cos x \operatorname{tg} x$.

6. В одной системе координат схематически постройте графики функций $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ и

$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

7. Решить уравнение: а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$, б) $4^x + 2^x - 20 = 0$.

Вариант 2

1. По графику функции ответьте на вопросы:

1) Каковы промежутки возрастания функции?

2) Каковы промежутки убывания функции?

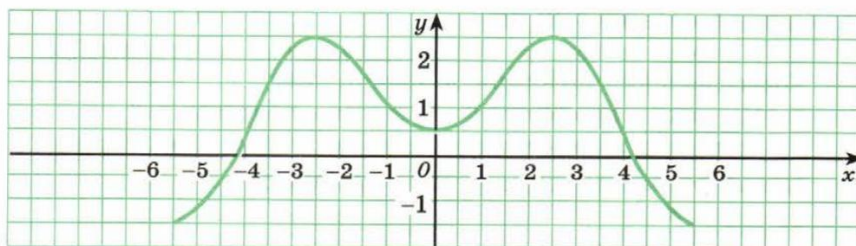
3) Назовите точки максимума и минимума функции. Какие значения принимает функция в этих точках?

4) Каковы наибольшее и наименьшее значения этих функций на отрезке $[-2; 2]$?

5) В каких точках функция не является непрерывной и каковы значения функции в этих точках?

6) На каких промежутках функция непрерывна?

7) Функция, изображенная на графике, является четной или нечетной?



2. Докажите четность (нечетность) функции: а) $y = x^4(x^2 + 2)$; б) $y = \frac{|x| + 2}{x^2}$

3. Исследуйте функцию и постройте ее график $y = 4 - (x+2)^4$.

4. Найдите область определения функции: $y = \frac{1}{1 + 2\sin 2x}$

5. Найдите область значений функции: $y = 2 + 3\cos 5x$

6. В одной системе координат схематически постройте графики функций $y = \log_4 x$ и $y = 4^x$

7. Решить уравнение: а) $0,1^{2x-3} = 10$, б) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$.

Контрольная работа №4

Вариант 1

- В ящике лежат 20 шариков, 12 из которых черные. Какова вероятность вытащить наугад:
а) черный шарик?
б) три черных шарика за один раз?
- Дана выборка результатов внешнего оценивания по математике нескольких человек (в баллах): 167, 197, 167, 145, 145, 180, 150, 195, 167, 137. Составить таблицу распределения элементов выборки по частотам и относительным частотам. Найти моду, медиану, среднее значение выборки. Построить полигон частот.
- В коробке лежат карточки, на которых записаны буквы слова ОСНОВАТЕЛЬНОСТЬ. Какова вероятность того, что на наугад взятой карточке будет записана буква: а) О; б) согласная буква?
- Найдите $A \cup B$ и $A \cap B$, если $A = \{2; 3; 7\}$, $B = \{5; 7; 3\}$
- В коробке лежат 4 голубых, 3 красных, 9 зеленых и 6 желтых шариков. Какова вероятность того, что выбранный шарик будет не зеленый?
- Какова вероятность того, что при подбрасывании игральной кости выпадет не более трех очков?
- На десяти карточках записаны натуральные числа от 1 до 10. Наугад берут две из них. Какова вероятность того, что модуль разности чисел на карточках равен 3?
- Решить уравнение: $C_x^2 = 153$

Вариант 2

- В вазе лежат 15 конфет, пять из которых шоколадные. Какова вероятность вытащить наугад: а) шоколадную конфету? б) три шоколадные конфеты за один раз?
- Дана выборка количества новорожденных в городе А на протяжении нескольких дней: 56, 45, 51, 46, 48, 50, 46, 48, 49, 51. Найти моду, медиану, среднее значение выборки. Построить полигон частот.
- В коробке лежат 30 карточек, на которых записаны числа от 1 до 30. Какова вероятность того, что на наугад взятой карточке будет записано число, которое: а) кратно 7; б) не кратно ни числу 2, ни числу 3, ни числу 5?
- Найдите $A \cup B$ и $A \cap B$, если $A = \{2; 3; 7\}$, $B = \{5; 7; 3\}$
- Мальчик забыл последнюю цифру семизначного номера телефона друга. Какова вероятность того, что он набрал верный номер.
- Бросают игральную кость один раз. Какова вероятность того, что выпадет число, не меньше двух?
- На карточках записаны числа от 1 до 12. Наугад берут две из них. Какова вероятность того, что сумма чисел на карточках будет равна 12?
- Решить уравнение: $A_x^2 = 20$

Контрольная работа №5

Вариант 1

1. Найти производную функции

а) x^8 ; б) x^{-11} ; в) $x^{\frac{2}{3}}$; г) $\frac{1}{\sqrt[8]{x^3}}$; д) $(1-3x)^4$; е) $(-5x)^3$.

2. Найти $f'(x_0)$

а) $f(x) = \sqrt{3-2x}$, $x_0 = -11$; б) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 3x^2$, $x_0 = \frac{1}{4}$.

3. Найти производную функции

а) $x^3 + \frac{1}{x} - 1$; б) $(x+7) \cdot x^2$; в) $\frac{2x+3}{2-3x}$.

4. Найти производную функции

а) $e^x + \sin x$; б) $\cos x - \log_5 x$; в) 3^{2x+1} ; г) $\cos(x^2-3)$.

5. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.

Вариант 2

1. Найти производную функции

а) x^9 ; б) x^{-12} ; в) $x^{\frac{4}{5}}$; г) $\frac{1}{\sqrt[6]{x^5}}$; д) $(2-5x)^4$; е) $(-2x)^5$

2. Найти $f'(x_0)$

а) $f(x) = \sqrt{1-5x}$, $x_0 = -3$; б) $f(x) = 4\sqrt{x} + \frac{1}{10x}$, $x_0 = \frac{1}{9}$.

3. Найти производную функции

а) $x^2 - \frac{1}{x} + 3$; б) $(x-6) \cdot x^3$; в) $\frac{2x+3}{3-2x}$.

4. Найти производную функции

а) $\cos x + 3^x$; б) $\ln x - \sin x$; в) 2^{3x-1} ; г) $\sin(x^3+2)$.

5. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$.

Контрольная работа №6

Вариант 1

1. Решить неравенство:

а. $\frac{30x-9}{x-2} \geq 25(x+2)$ б. $\frac{4x-x^2}{3+2x} \leq 0$

2. Решить иррациональное уравнение: $\sqrt{x+8} - x + 2 = 0$

3. Решить иррациональное неравенство: $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq x - 1$

4. Решить показательное и логарифмическое уравнение:

а. $\log_3(2x+1) = \log_3 13 + 1$ б. $4^{3x} + 2 = 9 \cdot 2^{3x}$

5. Решить показательное неравенство:

а. $32^{2x+3} < 0,25$ б. $\left(\frac{1}{9}\right)^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \geq 36$

6. Решить логарифмическое неравенство: $\log_5(4x+1) > -1$

7. Решить систему уравнений:

а. $\begin{cases} 2y - 3x = 6, \\ 2x + y = \log_3 135 - \log_3 5 \end{cases}$ б. $\begin{cases} x - y = 6, \\ x^3 - y^3 = 126. \end{cases}$

Вариант 2

1. Решить неравенство:

a. $x > \frac{1}{x-1}$

b. $\frac{4x-9x^2}{10-x} \geq 0$

2. Решить иррациональное уравнение: $\sqrt{2x^2 - 4x} = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}$

3. Решить иррациональное неравенство: $\sqrt{x+3} > x+1$

4. Решить показательное уравнение:

a. $9 \cdot 81^{1-2x} = 27^{2-x}$

b. $4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} = 4$

5. Решить показательное неравенство:

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^{2+4x} \geq 0,75^{1-8x}$

b. $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 < 0$

6. Решить логарифмическое неравенство: $2\lg 6 - \lg x > 3\lg 2$

7. Решить систему уравнений:

a. $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ \frac{3^y}{27} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x-2} \end{cases}$

b. $\begin{cases} y^2 - xy + 1 = 0, \\ x^2 + 2x = -y^2 - 2y - 1. \end{cases}$

Вариант 3

1. Решить неравенство:

a. $\frac{4x^2+8x-5}{x+1} < 0$

b. $\frac{(x-5)(2x+7)}{4-x} \geq 0$

2. Решить иррациональное уравнение: $4\sqrt{x+1} = 2x+2$

3. Решить иррациональное неравенство: $\sqrt{-x^2 + 6x - 5} > 8 - 2x$

4. Решить показательное и логарифмическое уравнение:

a. $0,3^{6x-1} - 0,3^{6x} = 0,7$

b. $-\log_7(5-x) = \log_7 2 - 1$

5. Решить показательное неравенство:

a. $2^{x-1} + 2^x \geq 2^{x+1} - 4$

b. $3^{2x-1} + 3^{2x} < 108$

6. Решить логарифмическое неравенство: $2\lg 6 - \lg x > 3\lg 2$

7. Решить систему уравнений:

a. $\begin{cases} 2x + y = 15, \\ x - 3y = \log_2 144 - \log_2 9 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3(x+1) + 2(y-2) = 20, \\ x + 2y = 4. \end{cases}$

Вариант 4

1. Решить неравенство:

a. $x + 2 < \frac{4}{1-x}$

b. $\frac{3x^2+4x-4}{8+15x} < 0$

2. Решить иррациональное уравнение: $\sqrt{6 - 4x - x^2} = x + 4$

3. Решить иррациональное неравенство: $\sqrt{4x-8} \geq x-5$

4. Решить показательное уравнение:

a. $2^x + 2^{x+2} = 20$

b. $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$

5. Решить показательное неравенство:

a. $2^{x-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}}$

b. $8 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x + 1 \geq 0$

6. Решить логарифмическое неравенство: $\log_5(4x+1) > -1$

7. Решить систему уравнений:

a. $\begin{cases} 2y - x = 6, \\ 9^{2x+y} = 3^{2-3y} \end{cases}$

b. $\begin{cases} x + 2y = 6, \\ 3x^2 - xy + 4y^2 = 48. \end{cases}$

Контрольная работа №7
I вариант

- №1.** Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости α . Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.
- Каково взаимное положение прямых EF и AB ?
 - Чему равен угол между прямыми EF и AB , если $\angle ABC = 150^\circ$? Поясните ответ.
- №2.** Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:
- параллельными;
 - скрещивающимися?
- Сделайте рисунок для каждого возможного случая.
- №3.** Через точку O , лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_2B_2 , если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.
- №4.** Диагональ куба равна 6 см. Найдите:
- ребро куба;
 - косинус угла между диагоналями куба и плоскостью одной из его граней.
- №5.** Из точки A к плоскости α проведены наклонные AB и AC , образующие с плоскостью α равные углы. Известно, что $BC = AB$. Найдите углы треугольника ABC .

II вариант

- №1.** Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC . Точка P – середина стороны AD , а K – середина стороны DC .
- Каково взаимное положение прямых PK и AB ?
 - Чему равен угол между прямыми PK и AB , если $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle BCA = 80^\circ$?
Поясните ответ.
- №2.** Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:
- параллельными;
 - скрещивающимися?
- Сделайте рисунок для каждого возможного случая.
- №3.** Через точку O , не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_1B_1 , если $A_2B_2 = 15$ см, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.
- №4.** Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат; диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$ см, а его измерения относятся как 1:12. Найдите:
- измерения параллелепипеда;
 - синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.
- №5.** Из точки A к плоскости проведены перпендикуляр AO и две равные наклонные AB и AC . Известно, что $BC = BO$. Найдите углы треугольника BOC .

Контрольная работа №8

Вариант 1

1. Основанием для прямой призмы является равнобедренная трапеция, длины боковых сторон которой равны по 13 см, основания 11 см и 21 см, площадь диагонального сечения призмы равна 180 см^2 . Найдите высоту призмы.

- А. 16 см. Б. 12 см. В. 9 см.

2. Точка M удалена от каждой вершины квадрата на 10 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости квадрата, если его сторона равна $6\sqrt{2}$ см.

- А. 8 см. Б. 9 см. В. 10 см.

3. Через точку пересечения диагоналей ромба $ABCD$ проведен к его плоскости перпендикуляр MO длиной 12 см. Диагонали ромба равны 18 см и 10 см. Найдите длину большей наклонной.

- А. 15 см. Б. 12 см. В. 10 см.

4. Площадь основания цилиндра относится к площади осевого сечения как $\pi\sqrt{3}:4$. Найдите угол между диагональю осевого сечения цилиндра и плоскостью основания.

- А. 60° . Б. 45° . В. 30° .

5. Высота конуса равна 10 см. Найдите площадь сечения, проходящего через вершину конуса и хорду основания, стягивающую дугу в 60° , если плоскость сечения образует с плоскостью основания конуса угол 30° .

- А. 100 см^2 . Б. 200 см^2 . В. 500 см^2 .

6. Найдите объем куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если $DE = 1$ см, где E - середина ребра AB .

- А. $\frac{8}{\sqrt{5}} \text{ см}^3$. Б. $\frac{8}{5\sqrt{5}} \text{ см}^3$. В. $1,5 \text{ см}^3$.

7. Высота цилиндра на 12 см больше его радиуса, а площадь полной поверхности равна $288\pi \text{ см}^2$. Найдите радиус основания цилиндра.

- А. 6 см. Б. 9 см. В. 16 см.

8. В цилиндр вписана правильная n -угольная призма. Найти отношение объемов призмы и цилиндра, если $n = 4$.

- А. $\frac{2}{\pi}$. Б. 5. В. $\frac{4}{3\pi}$.

9. Основанием пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник ABC , у которого гипотенуза AB равна 29 см, катет AC равен 21 см. Ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

- А. 580 см^2 . Б. 650 см^2 . В. 790 см^2 .

Вариант 2

1. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол 30° . Найдите объем призмы, если сторона основания $\sqrt{2}$ см.

- А. 2 см^3 . Б. 4 см^3 . В. $5\sqrt{2} \text{ см}^3$.

2. Из точки A проведены к плоскости наклонные AB и AC длиной 12 см и 18 см. Найдите длины проекций наклонных, если одна из них на 10 см больше другой.

- А. 14 см и 4 см. Б. 6 см и 9 см. В. 10 см и 20 см.

3. Из точки M к плоскости проведены наклонные MA и MB длиной 10 см и 17 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости, если длины проекций пропорциональны числам 2 и 5.

- А. 6 см. Б. 7 см. В. 8 см.

4. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60° . Найдите радиус цилиндра.

- А. 12 см. Б. $12\sqrt{3}$ см. В. 14 см.

5. Высота конуса равна 8 дм. На каком расстоянии от вершины конуса надо провести плоскость, параллельную основанию, чтобы площадь сечения была равна половине площади основания?

А. $2\sqrt{3}$ дм. Б. 5 дм. В. $4\sqrt{2}$ дм.

6. Какое количество нефти (в тоннах) вмещает цилиндрическая цистерна диаметром 18 м и высотой 7 м, если плотность нефти $0,85 \text{ г/см}^3$?

А. 1513 т. Б. 900 т. В. 2408 т.

7. Наибольшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна 8 см и составляет с боковым ребром угол в 30° . Найдите объем призмы.

А. 72 см^3 . Б. 64 см^3 . В. 60 см^3 .

8. Равнобедренная трапеция, основания которой равны 6 см и 10 см, а острый угол 60° , вращается вокруг большего основания. Вычислите площадь поверхности полученного тела.

А. 40 см^2 . Б. $40\sqrt{3} \text{ см}^2$. В. 150 см^2 .

9. В цилиндр вписана правильная n -угольная призма. Найдите отношение объемов призмы и цилиндра, если $n = 3$.

А. $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$. Б. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$. В. $\frac{3\pi}{7}$.

Вариант 3

1. Основание прямой призмы - треугольник со сторонами 5 см и 3 см и углом, равным 120° , между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна 35 см^2 . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

А. 42 см^2 . Б. 75 см^2 . В. 108 см^2 .

2. Основанием пирамиды $DABC$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = AC$, $BC = 6 \text{ см}$, высота $AH = 9 \text{ см}$. Известно также, что $DA = DB = DC = 13 \text{ см}$. Найдите высоту пирамиды.

А. 12 см. Б. 13 см. В. 16 см.

3. Точка M одинаково удалена от всех вершин правильного треугольника ABC и от его плоскости на 6 см. Найдите расстояние от точки M до вершин треугольника, если его сторона равна $8\sqrt{3} \text{ см}$.

А. 8 см. Б. 10 см. В. 12 см.

4. Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC . Известно, что $AB = AC = 5 \text{ см}$, $BC = 6 \text{ см}$, $AD = 12 \text{ см}$. Найдите расстояние от точки D до отрезка BC .

А. 6,5 см. Б. $10\sqrt{3} \text{ см}$. В. $4\sqrt{10} \text{ см}$.

5. Найдите высоту конуса, если площадь его осевого сечения равна 6 дм^2 , а площадь основания равна 8 дм^2 .

А. $6\sqrt{\frac{\pi}{8}}$. Б. $8\sqrt{\frac{\pi}{6}}$. В. $\sqrt{\frac{\pi}{8}}$.

6. Диаметр Луны составляет (приблизительно) четвертую часть диаметра Земли. Найдите отношение объемов Луны и Земли, считая их шарами.

А. $\frac{1}{64}$. Б. $\frac{1}{16}$. В. $\frac{1}{8}$.

7. Найдите образующую усеченного конуса, если радиусы оснований 3 см и 6 см, а высота 4 см.

А. 4 см. Б. 5 см. В. 6,5 см.

8. Равнобедренная трапеция, основания которой равны 6 см и 10 см, а острый угол 60° , вращается вокруг большего основания. Найдите объем тела вращения.

А. $48\pi \text{ см}^3$. Б. $100\pi + 6 \text{ см}^3$. В. $120\pi \text{ см}^3$.

9. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 12 см, 10 см, 10 см. Каждая боковая грань наклонена к основанию под углом 45° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

А. 48 см^2 . Б. $48\sqrt{3} \text{ см}^2$. В. $48\sqrt{2} \text{ см}^2$.

Вариант 4

1. Основание прямой призмы – равнобедренный треугольник со стороной 6 см, а диагональ боковой грани 10 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
 А. 2 см^2 . Б. $2\sqrt{2}\text{ см}^2$. В. 4 см^2 .
2. Основание пирамиды - прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Высота пирамиды равна 12 см и проходит через точку пересечения диагоналей основания. Найдите боковые ребра пирамиды.
 А. 12 см. Б. 13 см. В. $13\sqrt{2}\text{ см}$.
3. Через вершину B ромба $ABCD$ проведена прямая BM , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки M до прямых, содержащих стороны ромба, если $AB = 25\text{ см}$, $\angle BAD = 60^\circ$, $BM = 12,5\text{ см}$.
 А. 12,5 см и 25 см Б. 13 см и 25 см. В. 12,5 см и 24 см.
4. Высота цилиндра равна 10 дм. Площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра и удаленной на 9 дм от нее, равна 240 дм^2 . Найдите радиус цилиндра.
 А. 15 дм. Б. 15,5 дм. В. $15\sqrt{2}\text{ дм}$.
5. Площадь осевого сечения конуса равна $0,6\text{ см}^2$. Высота конуса равна 1,2 см. Найдите площадь полной поверхности конуса.
 А. $1,5\pi\text{ см}^2$. Б. $0,9\sqrt{2}\pi\text{ см}^2$. В. $0,9\pi\text{ см}^2$.
6. Найдите образующую усеченного конуса. Если радиусы оснований равны 3 см и 6 см, а высота равна 4 см.
 А. 5,5 см. Б. 5 см. В. $5\sqrt{2}\text{ см}$.
7. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 18 см и составляет угол в 30° с плоскостью боковой грани и угол в 45° с боковым ребром. Найдите объем параллелепипеда.
 А. $729\sqrt{2}\text{ см}^3$. Б. 729 см^3 . В. $729\sqrt{2}\text{ см}^3$.
8. Разверткой боковой поверхности конуса является сектор с дугой β . Найдите β , если высота конуса равна 4 см, а радиус основания равен 3 см.
 А. 230° . Б. 250° . В. 216° .
9. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с диаметром основания 1,5 м и высотой 3 м, если на 1 м^2 расходуется 200 г краски.
 А. 1,125 кг. Б. 1,5 кг. В. $1\frac{3}{8}\pi\text{ кг}$.

Ответы:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Вариант 1	В	А	А	В	Б	Б	А	А	В
Вариант 2	Б	А	В	Б	В	А	А	Б	А
Вариант 3	Б	А	Б	В	А	А	Б	В	В
Вариант 4	А	В	А	А	В	Б	В	В	А

Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения

Результаты обучения	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
личностных:	
гражданское воспитание: сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского	Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия

общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением	
патриотическое воспитание: сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
духовно-нравственное воспитание: осознание духовных ценностей русского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
эстетическое воспитание: эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
физическое воспитание: сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью	<i>Выполнение практических работ № 1, 10, 23, 27 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
трудовое воспитание: готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>

математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности	
экологическое воспитание: сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
ценности научного познания: сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе	<i>Выполнение практических работ № 1 – 28 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
метапредметных:	
выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа	<i>Устный опрос во время занятия Выполнение практических работ № 1 – 47 Решение задач во время занятия Контрольные работы № 1 – 8</i>
воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные	<i>Устный опрос во время занятия Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Решение задач во время занятия</i>
делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Решение задач во время занятия Контрольные работы № 1 – 8</i>

анalogии	
проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия Контрольные работы №1 – 8</i>
выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев)	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Решение задач во время занятия Контрольные работы №1 – 8</i>
использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение	<i>Устный опрос во время занятия Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия Контрольные работы №1 – 8</i>
проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Решение задач во время занятия Контрольные работы №1 – 8</i>
самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений	<i>Устный опрос во время занятия Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Решение задач во время занятия</i>
выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи	<i>Устный опрос во время занятия Решение задач во время занятия</i>
выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Устный опрос во время занятия Решение задач во время занятия</i>
структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически	<i>Решение задач во время занятия Выполнение практических работ № 1 – 47</i>
оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям, сформулированным самостоятельно	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Устный опрос во время занятия Решение задач во время занятия Контрольные работы №1 – 8</i>
воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями	<i>Устный опрос во время занятия Решение задач во время занятия</i>

общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47</i>
в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения	<i>Устный опрос во время занятия Оценка правильности выполнения самостоятельной работы</i>
представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Решение задач во время занятия Контрольные работы №1 – 8</i>
владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Решение задач во время занятия Контрольные работы №1 – 8</i>
оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия</i>
понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия Выполнение практических работ № 1 – 47</i>

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия Выполнение практических работ № 1 – 47</i>
предметных:	
сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики и информатики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке	<i>Устный опрос во время занятия Решение задач во время занятия</i>
сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления, в том числе с помощью информационно-коммуникационных технологий	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Устный опрос во время занятия Решение задач во время занятия</i>
владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач	<i>Выполнение практических работ № 1 – 47 Решение задач во время занятия Контрольные работы №1 – 8</i>
владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем	<i>Выполнение практических работ № 33– 47 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Контрольные работы № 6</i>
сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей	<i>Выполнение практических работ № 17 – 37 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Устный опрос во время занятия Контрольные работы № 5</i>
владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах	<i>Выполнение практических работ № 38– 47 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Устный опрос во время занятия Решение задач во время занятия Контрольные работы №7</i>
сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире	<i>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Устный опрос во время занятия</i>
применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;	<i>Устный опрос во время занятия Решение задач во время занятия</i>

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей	Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Устный опрос во время занятия Контрольные работы № 4
умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин; владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач	Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Устный опрос во время занятия Решение задач во время занятия

3.2 Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине в 1 семестре – дифференцированный зачет (итоговая контрольная работа), во 2 семестре – экзамен.

Обучающиеся допускаются к сдаче экзамена при выполнении всех видов самостоятельной работы, практических работ и контрольных работ, предусмотренных рабочей программой и календарно-тематическим планом дисциплины.

Дифференцированный зачет (итоговая контрольная работа) проводится за счет времени, отведенного на изучение дисциплины, при условии своевременного и качественного выполнения обучающимся всех видов работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины.

Перечень вопросов к итоговой контрольной работе

Вариант 1

1. Вычислите: $4^7 \cdot 11^4 : 44^4$
2. Найдите значение выражения: $\frac{2 \cdot \sqrt{128}}{\sqrt{32}}$.
3. Вычислите: $\log_2 8 + \log_{25} 100 - \log_{25} 4$.
4. Найдите решение уравнения: $\log_6(x^2 - 5) = \log_6 4x$
5. Вычислите $\log_2 \left(\cos \frac{\pi}{3} \right)$.
6. Переведите из радиан в градусы $\frac{5\pi}{6}$.
7. Укажите четверть, в которой лежит угол α , если $\alpha = 470^\circ$
8. Найдите значение косинуса угла α , если известно, что: $\sin \alpha = 0,6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
9. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{x+4}{x^2-49}}$.
10. Банковская процентная ставка равна 7% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 34347 рублей.
11. В вазе лежат яблоки: 10 зеленых и 5 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

Вариант 2

1. Вычислите: $7^2 \cdot 3^7 : 21^2$.

2. Найдите значение выражения: $\frac{3 \cdot \sqrt{108}}{\sqrt{3}}$
3. Вычислите: $\log_6 36 + \log_3 99 - \log_3 11$.
4. Найдите решение уравнения: $\log_3(10 - x^2) = \log_3 3x$
5. Вычислите $\log_3 \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \right)$
6. Переведите из радиан в градусы $\frac{7\pi}{6}$.
7. Укажите четверть, в которой лежит угол α , если $\alpha = 500^\circ$.
8. Найдите значение косинуса угла α , если известно, что: $\sin \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
9. Найдите область определения функции $f(x) = \log_5 \frac{6x - x^2}{x + 2}$.
10. Банковская процентная ставка равна 9% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 59405 рублей.
11. В вазе лежат яблоки: 5 зеленых и 10 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 3 зеленых и 2 красных яблока?

Вариант 3

1. Вычислите: $3^5 \cdot 25^6 : 75^5$.
2. Найдите значение выражения: $\frac{\sqrt{405}}{4\sqrt{5}}$.
3. Вычислите: $\log_2 96 - \log_2 3 - \log_9 81$.
4. Найдите решение уравнения: $\log_5(x^2 - 8) = \log_5 2x$.
5. Вычислите $\log_2 \left(\sin \frac{\pi}{6} \right)$.
6. Переведите из радиан в градусы $\frac{5\pi}{3}$.
7. Укажите четверть, в которой лежит угол α , если $\alpha = 380^\circ$.
8. Найдите значение косинуса угла α , если известно, что: $\sin \alpha = -0,6$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
9. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{36 - x^2}{x - 3}}$.
10. Банковская процентная ставка равна 12% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 56448 рублей.
11. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 12 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 желтых и 2 красных яблока?

Вариант 4

1. Вычислите: $9^5 \cdot 11^5 : 99^4$.
2. Найдите значение выражения: $\frac{5 \cdot \sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$.
3. Вычислите: $\log_4 320 - \log_4 5 - \log_6 216$.
4. Найдите решение уравнения: $\log_2(6 - x^2) = \log_2 5x$.

5. Вычислите $\log_3 \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} \right)$.
6. Переведите из радиан в градусы $\frac{7\pi}{3}$.
7. Укажите четверть, в которой лежит угол α , если $\alpha = 700^\circ$.
8. Найдите значение косинуса угла α , если известно, что: $\sin \alpha = -0,8$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
9. Найдите область определения функции $f(x) = \log_5 \frac{x-3}{x^2+7x}$.
10. Банковская процентная ставка равна 11% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 73926 рублей.
11. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 12 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 желтых и 4 красных яблока?

Обучающиеся допускаются к сдаче экзамена при выполнении всех видов самостоятельной работы, практических и контрольных работ, предусмотренных рабочей программой и календарно-тематическим планом дисциплины.

Перечень вопросов к экзамену

Часть А

1. Корень n -ой степени. Свойства корня n -ой степени. Обобщение понятия о показателе степени
2. Понятие логарифма и его свойства. Основное логарифмическое тождество.
3. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.
4. Логарифмические уравнения. Приемы решения. Примеры.
5. Логарифмическая функция. Ее свойства, график
6. Тригонометрические функции. Определение синуса, косинуса, тангенса, котангенса.
7. Радианная мера угла. Переход от градусной меры к радианной и наоборот.
8. Зависимость между тригонометрическими функциями одного угла.
9. Формулы двойного угла. Формулы сложения.
10. Решение простейших тригонометрических уравнений.
11. Тригонометрические функции. Область определения и множество значений тригонометрических функций.
12. Обратные тригонометрические функции.
13. Основные понятия комбинаторики: размещения, перестановки и сочетания.
14. Теория вероятностей. Событие, вероятность события.
15. Зависимость и независимость событий. Совместность и несовместность событий. Противоположность событий.
16. Теория вероятностей. Сложение и умножение вероятностей.
17. Приращение функции и приращение аргумента. Определение производной.
18. Физический и механический смысл производной.
19. Уравнение касательной к графику функции
20. Правила и формулы дифференцирования.
21. Применение производной для нахождения экстремума функции
22. Стереометрия. Основные аксиомы стереометрии и следствия из аксиом.
23. Прямые и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
24. Взаимное расположение прямой и плоскости. Параллельность прямой и плоскости.

25. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Перпендикулярность двух плоскостей.
26. Двугранный угол. Угол между плоскостями.
27. Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Формула Эйлера.
28. Призма и ее свойства. Прямая и наклонная призмы.
29. Правильная призма. Площадь боковой и полной поверхности призмы.
30. Куб. Параллелепипед и его свойства. Объем куба. Объем параллелепипеда.
31. Пирамида и ее свойства. Площадь боковой и полной поверхности пирамиды.
32. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.
33. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).
34. Тела и поверхности вращения. Цилиндр. Основания, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Площадь боковой и полной поверхности.
35. Тела и поверхности вращения. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Площадь боковой и полной поверхности.
36. Шар и сфера. Площадь поверхности сферы.
37. Сечения шара и сферы.
38. Формулы объема пирамиды, цилиндра и конуса. Формула объема шара.

Часть В

1. Упростите выражение $\frac{x-16}{x+x^{0,5}+1} : \frac{x^{0,5}+4}{x^{1,5}-1}$ и найдите его значение при $x = 2,25$
2. Расположите числа в порядке возрастания $2^{-\frac{3}{4}}; 2; \frac{1}{2}; 2^{\frac{2}{3}}; 2^{-\frac{4}{3}}$
3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: $4,(8); -2,6(93)$.
4. Расположите числа в порядке возрастания $\left(\frac{1}{3}\right)^2; \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}}; 9^{-\frac{1}{3}}; 3^{\frac{3}{4}}; \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$
5. Вычислите: $\log_4 5 + \log_4 25 + \log_4 \frac{2}{125}$
6. Вычислите: $\log_3 72 - \log_3 \frac{16}{27} + \log_3 18$
7. Вычислите: $\log_4 \frac{1}{5} + \log_4 36 + \frac{1}{2} \log_4 \frac{25}{81}$
8. Решите логарифмическое уравнение: $\log_3 (2x - 1) = 2$
9. Решите логарифмическое уравнение $\log_5 (x + 1) = \log_5 (4x - 5)$
10. Решите логарифмическое уравнение $\log_3 (3x - 5) = \log_3 (x - 3)$
11. Решите логарифмическое уравнение $\log_2 (x + 3) = 4$
12. Решите логарифмическое уравнение $\log_2 (4 - x) + \log_2 (1 - 2x) = 2 \log_2 3$
13. Решите логарифмическое уравнение $\lg (3 - x) - \lg (x + 2) = 2 \lg 2$
14. Упростите выражение: $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - 1}$
15. Упростите выражение: $\frac{\sin(360^\circ - \alpha) \cos(-\alpha)}{\cos(180^\circ + \alpha)}$
16. Упростите выражение: $1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

17. Упростите выражение: $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2})\operatorname{tg}(-\alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}$
18. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ и α - угол II координатной четверти
19. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$ и α - угол I координатной четверти
20. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -0,8$ и α - угол III координатной четверти
21. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и α - угол I координатной четверти
22. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \cos(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$
23. Решите тригонометрическое уравнение: $\sin^2 x - 0,25 = 0$
24. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$
25. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$
26. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \sin^2 x + 7 \sin x - 4 = 0$
27. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \sin(x + \frac{\pi}{2}) + \sqrt{2} = 0$
28. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$
29. Решите показательное уравнение: $\left(\frac{16}{25}\right)^{x+3} = \left(\frac{125}{64}\right)^2$
30. Решите показательное уравнение: $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$
31. Решите показательное уравнение: $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$
32. Решите показательное уравнение: $\left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3} = 4,5^{x-2}$
33. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 5 - \frac{1}{2}x^2$ в точке $x_0 = 2$.
34. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = e^{2x}$ в точке $x_0 = 0$.
35. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x^3 + 5x$ в точке $(1; 8)$.
36. Найдите производную функции $y = \frac{5-x}{x+2}$
37. Найдите значение производной функции $y = 3x + 4 - 5 \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$
38. Найдите производную функции $y = \frac{3+2x}{x-5}$
39. Найдите производную функции $y = -\frac{5}{4}x^4 + 3x^2 - 2x + 11$
40. Найдите производную функции $y = x^5 - x(x^3 + 7)$.
41. Найти промежутки возрастания функции $y = x^2 - 2x + 3$.
42. Исследуйте функцию $f(x) = 3x^5 - 20x^3$ на возрастание (убывание) и экстремумы.
43. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 3$ на возрастание (убывание).
44. В ящике 20 шаров, из них 12 белых, остальные голубые. Извлекают 2 шара. Найти вероятности, что оба шара белые.
45. В первой урне содержится 8 синих и 10 желтых шаров, во второй 4 белых и 12 желтых шаров. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару. Найти вероятность того, что оба извлеченных шара желтого цвета.

46. Алфавит некоторого языка содержит 12 букв. Сколько существует трехбуквенных слов, составленных из букв этого алфавита, если буквы в словах могут повторяться?
47. Алфавит некоторого языка содержит 12 букв. Сколько существует трехбуквенных слов, составленных из букв этого алфавита, если буквы в словах не могут повторяться?
48. В корзине 16 шаров, из них 14 белых, остальные синие. Извлекают 2 шара. Найти вероятности событий того, что оба шара синие; первый шар белый, а второй синий.
49. На дежурство из 3 мальчиков и 4 девочек случайно отбирают 4 дежурных. Сколькими способами их можно отобрать при условии, что будут отобраны 2 мальчика и 2 девочки?
50. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы за определенный промежуток времени первого, второго и третьего элемента соответственно равны 0,4; 0,3; 0,5. Найти вероятность того, что за это время откажут все три элемента.
51. Из 15 туристов надо выбрать дежурного и его помощника. Сколькими способами это можно сделать?
52. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 12 см, а радиус основания – 6 см. Найдите высоту цилиндра.
53. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 см, а апофема – 15 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
54. В основании правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат со стороной 4 см. Диагональ призмы AC_1 образует с плоскостью основания $ABCD$ угол 60° . Найдите высоту призмы и площадь полной поверхности.
55. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол 60° . Найдите объем призмы, если сторона основания 8 см.
56. Радиусы оснований усеченного конуса равны 12 см и 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 45° . Найдите площадь и объем усеченного конуса.
57. Найдите полную площадь поверхности и объем пирамиды, у которой высота равна 2 м, а основанием пирамиды является квадрат со стороной 3 м.
58. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами **12 см, 10 см, 10 см**. Каждая боковая грань наклонена к основанию под углом 60° . Найдите объем и площадь боковой поверхности пирамиды.
59. Найдите сторону основания и высоту правильной четырехугольной призмы, если $S_{\text{полн}} = 90 \text{ см}^2$, $S_{\text{бок}} = 40 \text{ см}^2$.
60. Высота цилиндра равна 10 дм. Площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра и удаленной на 9 дм от нее, равна 240 дм^2 . Найдите радиус цилиндра.
61. Основание прямой призмы – равнобедренный треугольник со стороной **6 см**, а диагональ боковой грани 10 см. Найдите площадь боковой поверхности и объем призмы.
62. В правильной четырехугольной призме площадь основания равна 25 см^2 , а высота 4 см. Найдите диагональ и объем призмы.
63. Основанием прямой призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 5 см, высота призмы равна 8 см. Найдите площадь полной поверхности.
64. Радиус окружности, описанной около основания правильной шестиугольной призмы, равен 3 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если её высота равна 10 см.
65. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол 30° . Найдите площадь боковой поверхности и объем призмы, если сторона основания $\sqrt{2}$ см.
66. Высота цилиндра на **12 см** больше его радиуса, а площадь полной поверхности равна **$288\pi \text{ см}^2$** . Найдите радиус основания цилиндра.
67. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол 60° . Найдите объем призмы, если сторона основания 6 см.

68. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол 60° . Найти отношение объёмов конуса и шара.
69. Радиус шара равен $R=5$. Найдите площадь полной поверхности вписанного в шар куба.
70. Радиусы оснований усеченного конуса равны 4 см и 12 см, а образующая равна 17 см. Найдите:
а) высоту усеченного конуса; б) площадь осевого сечения.
71. В основании правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат со стороной 8 см. Диагональ призмы AC_1 образует с плоскостью основания $ABCD$ угол 30° . Найдите высоту призмы и площадь полной поверхности.

4 Система оценивания комплекта ФОС текущего контроля и промежуточной аттестации

При оценивании лабораторной, практической и самостоятельной работы обучающегося учитывается следующее:

- качество выполнения практической части работы;
- качество оформления отчета по работе;
- качество устных ответов на контрольные вопросы при защите работы.

Каждый вид работы оценивается по пяти бальной шкале.

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

Критерии оценивания практических работ.

Практическая работа оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Каждое задание оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех заданий оценка соответствует средней.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания самостоятельных работ.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом

рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания контрольных работ.

«5» (отлично) – решено 81-100% заданий.

«4» (хорошо) – решено 61 – 80% заданий.

«3» (удовлетворительно) – решено 41 – 60% заданий.

«2» (неудовлетворительно) – решено менее 40% заданий.

Критерии оценивания итоговой контрольной работы

– выполнено правильно 9-11 заданий – оценка «отлично» (80 – 100%);

– выполнено правильно 6-8 заданий – оценка «хорошо» (55– 79%);

– выполнено правильно 4-6 заданий – оценка «удовлетворительно» (36–54%);

– выполнено правильно 0-3 заданий – оценка «неудовлетворительно» (0-35%).

Критерии оценивания ответов по экзаменационным билетам.

Ответ по экзаменационному билету оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Первый вопрос максимально оценивается оценкой «5» (отлично).

Каждая из двух задач оценивается отдельно максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех трех заданий оценка соответствует средней.