

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 20.05.2024 14:26:09
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886cf9626a198149ad36

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Стерлитамакский филиал

Колледж

Рабочая программа общеобразовательной учебной дисциплины

дисциплина

ОУП.13 Математика

Общеобразовательный цикл, обязательная часть

цикл дисциплины и его часть (обязательная, вариативная)

44.02.02

код

специальность
Преподавание в начальных классах

наименование специальности

квалификация
Учитель начальных классов

Год начала подготовки
2024

Разработчик (составитель)

Спиридонова Н.А.

ученая степень, ученое звание,
категория Ф.И.О.

Стерлитамак 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ	3
1.1. Область применения рабочей программы	3
1.2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы ..	3
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	11
2.1 Объем дисциплины и виды учебной работы	11
2.2. Тематический план и содержание дисциплины	13
3. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, ПРАКТИЧЕСКОГО ОПЫТА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ.....	27
4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ	27
4.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению	27
4.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	27
4.2.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	27
4.2.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)	27
4.2.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).....	28
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	30
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	38

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Область применения рабочей программы

Рабочая программа общеобразовательной учебной дисциплины является частью основной образовательной программы в соответствии с ФГОС для специальности: *44.02.02 Преподавание в начальных классах* (укрупнённая группа специальностей *44.00.00 Педагогическое образование*), для обучающихся очной формы обучения.

Рабочая программа разработана в соответствии с ФГОС среднего общего образования.

1.2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы

Общеобразовательная учебная дисциплина *ОУП.13 Математика* изучается в общеобразовательном цикле учебного плана ООП СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования (ППССЗ)

1.3. Планируемые результаты освоения дисциплины:

1.3.1. Освоение содержания общеобразовательной учебной дисциплины обеспечивает достижение обучающимися следующих результатов:

личностных:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию с использованием информационно-коммуникационных технологий, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

метапредметных:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации,

критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметных:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики и информатики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления, в том числе с помощью информационно-коммуникационных технологий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей;
 - владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

В результате изучения учебного предмета «Математика» на уровне среднего общего образования обучающийся на базовом уровне научится:

- Оперировать на базовом уровне понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал;
- оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой;
- строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;
- распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
 - использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений;
 - проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни

- Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
- оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину;
- выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами;
- выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел;
- сравнивать рациональные числа между собой;
- оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;
- изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа;
- изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;
- выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;
- выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;
- вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах;
- оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов.
-
- В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:
- выполнять вычисления при решении задач практического характера;
- выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств;
- соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями;
- использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни
- Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;
- решать логарифмические уравнения вида $\log a (bx + c) = d$ и простейшие неравенства вида $\log a x < d$;
- решать показательные уравнения, вида $abx+c= d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a) и простейшие неравенства вида $ax < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a);
- приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a – табличное значение соответствующей тригонометрической функции.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач
- Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период;

- оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;
- распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций;
- соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы;
- находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;
- определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.);
- строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания / убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.).
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.);
- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации
- Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;
- определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке;
- решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах;
- соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.);
- использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса
- Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения;
- оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями;
- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни;
- читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков
- Решать несложные текстовые задачи разных типов;
- анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель;

- понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;
- действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи;
- использовать логические рассуждения при решении задачи;
- работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи;
- осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.;
- решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;
- решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;
- решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временной оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.;
- использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п.
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни
- Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);
- изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;
- извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул;
- распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар);
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями;
- использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания;
- соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера;
- соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера;
- оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников)
- Оперировать на базовом уровне понятием декартовых координат в пространстве;
- находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей;
- понимать роль математики в развитии России
- Применять известные методы при решении стандартных математических задач;
- замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности;
- приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства

Обучающийся на базовом уровне получит возможность научиться:

- Оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
- Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
- приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;
- оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа e и π ;
- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
- находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;
- пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;
- находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
- использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;
- выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.
-
- В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
- оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира
-
- Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;
- использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;
- использовать метод интервалов для решения неравенств;
- использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;
- изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;
- выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.
-
- В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:
- составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;
- использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи
- Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;
- оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;
- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.
-
- В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:
- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);

- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)
- Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;
- вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.
-
- В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:
- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;
- интерпретировать полученные результаты
- Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;
- иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;
- иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать подходящие методы представления и обработки данных;
- уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях
- Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;
- выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- решать практические задачи и задачи из других предметов
- Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;

- решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- формулировать свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);
- находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;
- вычислять расстояния и углы в пространстве.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний
- Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;
- находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать простейшие задачи введением векторного базиса
- Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России
- Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

Очная форма обучения

<i>Вид учебной работы</i>	<i>Объем часов</i>
Объем образовательной программы	340
Работа обучающихся во взаимодействии с преподавателем	324
в том числе:	
лекции (уроки)	162
в форме практической подготовки (если предусмотрено)	
практические занятия	162
в форме практической подготовки (если предусмотрено)	

лабораторные занятия	
в форме практической подготовки (если предусмотрено)	
курсовая работа (проект) (если предусмотрена)	
Самостоятельная работа обучающегося (всего)(если предусмотрена)	8
Консультации (если предусмотрена)	2
Промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачета в 1 семестре и экзамена во 2 семестре.	6

2.2. Тематический план и содержание дисциплины

Очная форма обучения

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся, курсовая работ (проект)	Объем часов
1	2	3
1 семестр		
Раздел 1.	Алгебра	54/4
Тема 1.1. Введение	Содержание учебного материала Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО.	2
	Самостоятельная работа: Подготовка сообщения по теме «Развитие понятия о числе»	2
Тема 1.2. Целые иррациональные числа	Содержание учебного материала Иррациональные числа, ось действительных чисел, вычисления значений выражений с иррациональными числами	2
Тема 1.3. Действительные числа	Содержание учебного материала Множество действительных чисел, вычисления значений выражений с действительными числами	2
Тема 1.4. Выполнение арифметических действий над числами	Содержание учебного материала Порядок действий, действия над обыкновенными и десятичными дробями, иррациональными числами	2
	Самостоятельная работа: Подготовка сообщения «История возникновения дробей»	2
Тема 1.5. Приближенные вычисления	Содержание учебного материала Абсолютная и относительная погрешности, округление чисел	2
Тема 1.6. Погрешность в преобразованиях и вычислениях	Содержание учебного материала Погрешности суммы, разности, произведения и частного приближенных величин	2
Тема 1.7. Комплексные числа	Содержание учебного материала Алгебраическая форма комплексного числа, модуль и аргумент, комплексная плоскость	2
Тема 1.8. Степень с натуральным показателем	Содержание учебного материала Свойства степеней с натуральным показателем	2
Тема 1.9. Степень с целым показателем	Практическое занятие Свойства степеней с целым показателем	2

Тема 1.10. Арифметический корень натуральной степени	Содержание учебного материала Свойства корней с натуральной степенью	2
Тема 1.11. Вычисление корней натуральной степени	Содержание учебного материала Вычисление и преобразование выражений с корнями с натуральной степенью	2
Тема 1.12. Степени с рациональным показателем	Содержание учебного материала Запись корня в виде степени с рациональным показателем, свойства степеней с рациональным показателем	2
Тема 1.13. Степени с действительным показателем	Практическое занятие Свойства степеней с действительным показателем	2
Тема 1.14. Преобразование числовых выражений, содержащих степени	Содержание учебного материала Преобразование числовых выражений, содержащих степени	2
Тема 1.15. Преобразование буквенных выражений, содержащих степени	Содержание учебного материала Преобразование буквенных выражений, содержащих степени	2
Тема 1.16. Определение равносильности выражений с радикалами	Содержание учебного материала Понятие равносильности, область допустимых значений подкоренного выражения корней четной степени	2
Тема 1.17. Иррациональные уравнения	Практическое занятие Решение иррациональных уравнений	2
Тема 1.18 Решение показательных уравнений	Содержание учебного материала Решение показательных уравнений	2
Тема 1.19. Решение прикладных задач на сложные проценты	Практическое занятие Сложные и простые проценты, решение прикладных задач на сложные проценты	2
Тема 1.20. Определение логарифма	Содержание учебного материала Понятие логарифма, основное логарифмическое тождество	2
Тема 1.21. Свойства логарифмов	Содержание учебного материала Свойства логарифмов	2
Тема 1.22. Десятичные и натуральные логарифмы	Содержание учебного материала Десятичные и натуральные логарифмы	2

Тема 1.23. Формула перехода к новому основанию логарифма	Практическое занятие Применение формулы перехода к новому основанию при решении задач	2
Тема 1.24. Правила действий с логарифмами	Содержание учебного материала Вычисление значений выражений, содержащих логарифмы	2
Тема 1.25. Преобразование выражений с логарифмами	Практическое занятие Вычисление выражений, содержащих логарифмы	2
Тема 1.26. Логарифмические уравнения	Содержание учебного материала Решение логарифмических уравнений	2
Тема 1.27. Контрольная работа №1	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Логарифмы»	2
Раздел 2.	Основы тригонометрии	42
Тема 2.1. Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат	Содержание учебного материала Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат	2
Тема 2.2. Определение синуса, косинуса угла	Содержание учебного материала Определение синуса, косинуса угла. Тригонометрический круг	2
Тема 2.3. Определение тангенса и котангенса угла	Практическое занятие Определение тангенса и котангенса угла. Линии тангенса и котангенса на тригонометрическом круге	2
Тема 2.4. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла	Содержание учебного материала Основное тригонометрическое тождество, зависимость между тангенсом, котангенсом, синусом и косинусом одного и того же угла	2
Тема 2.5. Применение основных тригонометрических тождеств	Практическое занятие Преобразование тригонометрических выражений с помощью основных тригонометрических тождеств.	2
Тема 2.6. Формулы сложения	Содержание учебного материала Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул синусов, косинусов и тангенсов суммы и разности двух углов.	2
Тема 2.7. Синус, косинус и тангенс	Содержание учебного материала Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул синуса, косинуса и	2

двойного угла	тангенса двойного угла.	
Тема 2.8. Формулы приведения	Содержание учебного материала Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул приведения	2
Тема 2.9. Сумма и разность синусов и косинусов	Содержание учебного материала Преобразование тригонометрических выражений с помощью формул суммы синусов, косинусов и тангенсов углов	2
Тема 2.10. Применение формул тригонометрии при решении задач	Содержание учебного материала Решение задач по тригонометрии	2
Тема 2.11. Контрольная работа №2	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Преобразование и вычисление тригонометрических выражений»	2
Тема 2.12. Арккосинус. Решение уравнения $\cos(x)=a$	Содержание учебного материала Арккосинус. Решение уравнения $\cos(x)=a$ и уравнений, сводящихся к нему	2
Тема 2.13. Арксинус. Решение уравнений $\sin(x)=a$	Содержание учебного материала Арксинус. Решение уравнений $\sin(x)=a$ и уравнений, сводящихся к нему	2
Тема 2.14. Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений $\operatorname{tg}(x)=a$ и $\operatorname{ctg}(x)=a$	Содержание учебного материала Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений $\operatorname{tg}(x)=a$ и $\operatorname{ctg}(x)=a$ и уравнений, сводящихся к ним	2
Тема 2.15. Решение простейших тригонометрических уравнений	Содержание учебного материала Решение простейших тригонометрических уравнений с помощью тригонометрического круга	2
Тема 2.16. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным	Содержание учебного материала Решение тригонометрических уравнений, сводящихся к квадратным	2
Тема 2.17. Однородные тригонометрические уравнения	Содержание учебного материала Решение однородных тригонометрических уравнений	2
Тема 2.18. Универсальная тригонометрическая подстановка	Практическое занятие Решение тригонометрических уравнений с помощью универсальной тригонометрической подстановки	2
Тема 2.19. Метод вспомогательного	Практическое занятие Решение тригонометрических уравнений с методом введения вспомогательного аргумента	2

аргумента		
Тема 2.20. Решение простейших тригонометрических неравенств	Содержание учебного материала Решение простейших тригонометрических неравенств и неравенств, сводящихся к ним	2
Тема 2.21. Контрольная работа №3	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Решение тригонометрических уравнений»	2
Раздел 3.	Функции, их свойства и графики	24/0
Тема 3.1. Определение числовой функции и способы ее задания	Содержание учебного материала Определение числовой функции и способы ее задания. Область определения и область значений функции.	2
Тема 3.2. Свойства функций	Содержание учебного материала Четность-нечетность, монотонность, периодичность.	2
Тема 3.3. Изучение понятия обратной функции	Содержание учебного материала Область определения и область значений обратной функции.	2
Тема 3.4. Функциональные зависимости в реальных процессах	Практическое занятие Исследование функциональных зависимостей в реальных процессах.	2
Тема 3.5. Исследование функции. Преобразования функций	Практическое занятие Схема исследования функции. Решение задач. Сдвиги графика функции по осям x и y , сжатие и растяжение вдоль оси x и y . Построение графиков функций с модулем.	2
Тема 3.6. Итоговая контрольная работа	Практическое занятие	2
2 семестр		
Тема 3.7. Степенные функции	Содержание учебного материала Свойства степенных функций. Решение задач.	2
Тема 3.8. Показательные функции	Практическое занятие Свойства показательных функций. Решение задач.	2
Тема 3.9. Логарифмические функции	Практическое занятие Свойства логарифмических функций. Решение задач.	2
Тема 3.10. Тригонометрические функции $y=\cos x$ и $y=\sin x$	Практическое занятие Свойства тригонометрических функции $y=\cos x$ и $y=\sin x$. Обратные тригонометрические функции. Решение задач.	2
Тема 3.11.	Содержание учебного материала	2

Тригонометрические функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$	Свойства тригонометрических функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$. Обратные тригонометрические функции. Решение задач.	
Тема 3.12. Контрольная работа №4	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Функции и их свойства».	2
Раздел 4.	Комбинаторика	14/2
Тема 4.1. Изучение правил комбинаторики.	Практическое занятие Основные понятия комбинаторики.	2
Тема 4.2. Правило произведения	Практическое занятие Правило произведения. Решение задач.	2
Тема 4.3. Размещения, сочетания	Практическое занятие Размещения, сочетания. Решение задач.	2
Тема 4.4. Перестановки	Практическое занятие Перестановки. Решение задач.	2
Тема 4.5. Решение практических задач с использованием правил комбинаторики	Практическое занятие Решение практических задач с использованием правил комбинаторики.	2
Тема 4.6. Бином Ньютона	Практическое занятие Бином Ньютона. Решение задач.	2
Тема 4.7. Контрольная работа №5	Практическое занятие Контрольная работа «Комбинаторика».	2
Раздел 5.	Теория вероятностей	27/0
Тема 5.1 События. Вероятность события	Содержание учебного материала События. Вероятность события. Решение задач.	2
Тема 5.2 Свойства вероятностей	Практическое занятие Свойства вероятностей. Решение задач.	2
Тема 5.3 Относительная частота	Практическое занятие Относительная частота. Решение задач.	2
Тема 5.4 Теорема сложения вероятностей	Содержание учебного материала Теорема сложения вероятностей. Решение задач.	2
Тема 5.5 Теорема умножения вероятностей	Практическое занятие Теорема умножения вероятностей. Решение задач.	2
Тема 5.6	Практическое занятие	2

Сумма вероятностей противоположных событий	Сумма вероятностей противоположных событий. Решение задач.	
Тема 5.7 Полная группа событий	Практическое занятие Полная группа событий. Решение задач.	2
Тема 5.8 Условная вероятность	Практическое занятие Условная вероятность. Формула Байеса. Решение задач.	2
Тема 5.9 Случайные величины	Практическое занятие Случайные величины. Решение задач.	2
Тема 5.10 Закон распределения случайной величины	Практическое занятие Закон распределения случайной величины. Решение задач.	2
Тема 5.11 Центральные тенденции случайной величины	Практическое занятие Центральные тенденции случайной величины. Решение задач.	2
Тема 5.12 Решение задач	Практическое занятие Решение задач.	2
Тема 5.13 Контрольная работа №6	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Теория вероятностей»..	2
Раздел 6.	Начала математического анализа	58/3
Тема 6.1. Числовые последовательности	Содержание учебного материала Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.	2
	Самостоятельная работа: подготовить сообщение на тему «История появления теории вероятностей»	3
Тема 6.2. Предел последовательности	Содержание учебного материала Предел последовательности	2
Тема 6.3. Вычисление суммы бесконечного числового ряда	Содержание учебного материала Вычисление суммы бесконечного числового ряда. Решение задач.	2
Тема 6.4. Сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии	Практическое занятие Сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии. Решение задач.	2
Тема 6.5. Понятие производной, ее механический смысл	Содержание учебного материала Понятие производной, ее механический смысл. Решение задач.	2

Тема 6.6. Производная степенной функции	Содержание учебного материала Производная степенной функции. Решение задач.	2
Тема 6.7. Правила дифференцирования	Содержание учебного материала Правила дифференцирования. Решение задач.	2
Тема 6.8. Производные элементарных функций	Содержание учебного материала Производные элементарных функций. Примеры.	2
Тема 6.9. Применение таблиц производных элементарных функций	Практическое занятие Нахождение производных функций с помощью таблицы производных.	2
Тема 6.10. Геометрический смысл производной	Содержание учебного материала Геометрический смысл производной. Решение задач.	2
Тема 6.11. Промежутки возрастания и убывания функции	Содержание учебного материала Промежутки возрастания и убывания функции. Решение задач.	2
Тема 6.12. Экстремумы функции	Содержание учебного материала Экстремумы функции. Решение задач.	2
Тема 6.13. Исследование функции с помощью производной	Практическое занятие Исследование функции с помощью производной. Решение задач.	2
Тема 6.14. Наибольшее и наименьшее значение функции	Содержание учебного материала Наибольшее и наименьшее значение функции. Решение задач.	2
Тема 6.15. Решение содержательных задач на нахождение наибольшего (наименьшего) значения функции	Содержание учебного материала Решение содержательных задач на нахождение наибольшего (наименьшего) значения функции.	2
Тема 6.16. Выпуклость графика функции, точки перегиба	Практическое занятие Выпуклость графика функции, точки перегиба. Исследование функции на выпуклость	2
Тема 6.17. Физический смысл производной	Практическое занятие Физический смысл производной. Решение задач. Исследование функции на выпуклость-вогнутость.	2

Тема 6.18. Контрольная работа №7	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Производная»	2
Тема 6.19. Понятие первообразной функции	Содержание учебного материала Понятие первообразной функции. Примеры. Решение задач.	2
Тема 6.20. Правила нахождения первообразных	Содержание учебного материала Правила нахождения первообразных. Решение задач.	2
Тема 6.21. Решение задач на связь первообразной и ее производной	Практическое занятие Решение задач на связь первообразной и ее производной	2
Тема 6.22. Неопределенный интеграл	Практическое занятие Неопределенный интеграл. Примеры. Таблица интегралов.	2
Тема 6.23. Нахождение интегралов с помощью таблицы первообразных	Практическое занятие Нахождение интегралов методом замены переменной. Решение задач.	2
Тема 6.24. Нахождение интегралов методом замены переменной	Практическое занятие Нахождение интегралов методом замены переменной. Решение задач.	2
Тема 6.25. Вычисление определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница	Практическое занятие Вычисление определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.	2
Тема 6.26. Площадь криволинейной трапеции и определенный интеграл.	Содержание учебного материала Площадь криволинейной трапеции и определенный интеграл. Решение задач.	2
Тема 6.27. Применение интеграла для вычисления площадей	Содержание учебного материала Применение интеграла для вычисления площадей плоских фигур. Решение задач.	2
Тема 6.28. Применение интеграла для вычисления физических величин	Практическое занятие Применение интеграла для вычисления значений физических величин. Решение задач	2
Тема 6.29. Контрольная работа №8	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Интегралы».	2
Раздел 7.	Уравнения и неравенства	30/0

Тема 7.1. Простейшие сведения о корнях алгебраических уравнений	Содержание учебного материала Простейшие сведения о корнях алгебраических уравнений. Решение задач.	2
Тема 7.2. Равносильность уравнений	Содержание учебного материала Равносильность уравнений. Решение задач.	2
Тема 7.3. Общие методы решения уравнений.	Содержание учебного материала Решение уравнений.	2
Тема 7.4. Метод разложения на множители	Содержание учебного материала Решение уравнений методом разложения на множители.	2
Тема 7.5. Метод введения новой переменной для решения уравнений.	Содержание учебного материала Решение уравнений методом введения новой переменной.	2
Тема 7.6. Функционально - графический метод	Содержание учебного материала Решение уравнений функционально - графическим методом	2
Тема 7.7. Контрольная работа №9	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Решение уравнений»	2
Тема 7.8. Решение неравенств с одной переменной.	Практическое занятие Решение неравенств с одной переменной методом интервалов	2
Тема 7.9. Системы уравнений. Метод подстановки	Практическое занятие Решение систем уравнений методом подстановки	2
Тема 7.10. Системы уравнений. Метод алгебраического сложения.	Содержание учебного материала Решение систем линейных уравнений методом алгебраического сложения.	2
Тема 7.11. Системы уравнений. Метод введения новых переменных	Содержание учебного материала Решение системы уравнений методом введения новых переменных	2
Тема 7.12. Системы неравенств с одной переменной	Практическое занятие Решение систем неравенств с одной переменной	2
Тема 7.13. Графический метод решения	Практическое занятие Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными	2

систем неравенств с двумя переменными		
Тема 7.14. Применение математических методов для решения содержательных задач	Содержание учебного материала Применение математических методов для решения содержательных задач. Математическое моделирование.	2
Тема 7.15. Контрольная работа №10	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Системы уравнений и неравенства»	2
Раздел 8.	Прямые и плоскости в пространстве	22/0
Тема 8.1. Предмет стереометрии, аксиомы стереометрии	Содержание учебного материала Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии.	2
Тема 8.2 Параллельность прямых, прямой и плоскости	Содержание учебного материала Параллельность прямых. Параллельность прямой и плоскости.	2
Тема 8.3. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми	Содержание учебного материала Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми.	2
Тема 8.4. Параллельность плоскостей	Содержание учебного материала Параллельность плоскостей. Решение задач.	2
Тема 8.5. Параллелепипед	Содержание учебного материала Прямой параллелепипед. Наклонный параллелепипед. Куб.	2
Тема 8.6. Перпендикулярность прямой и плоскости	Содержание учебного материала Перпендикулярность прямой и плоскости. Решение задач.	2
Тема 8.7. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью	Содержание учебного материала Перпендикуляр. Наклонная. Проекция. Угол между прямой и плоскостью.	2
Тема 8.8. Теорема о трех перпендикулярах	Практическое занятие Решение задач с применением теоремы о трех перпендикулярах.	2
Тема 8.9. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей	Содержание учебного материала Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей	2

Тема 8.10. Тетраэдр	Практическое занятие Тетраэдр. Октаэдр. Решение задач.	2
Тема 8.11. Контрольная работа №11	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Прямые и плоскости в пространстве»	2
Раздел 9.	Многогранники и круглые тела	28/0
Тема 9.1. Понятие многогранника. Призма	Содержание учебного материала Вершины, ребра, грани многогранника. Призма. Прямая призма. Правильная призма.	2
Тема 9.2. Пирамида	Практическое занятие Пирамида. Высота пирамиды. Апофема.	2
Тема 9.3. Усеченная пирамида	Практическое занятие Усеченная пирамида. Высота усеченной пирамиды.	2
Тема 9.4. Цилиндр	Практическое занятие Высота цилиндра. Развертка боковой поверхности цилиндра	2
Тема 9.5. Площадь поверхности цилиндра	Практическое занятие Площадь поверхности цилиндра	2
Тема 9.6. Конус	Содержание учебного материала Высота конуса. Образующая. Развертка конуса.	2
Тема 9.7. Площадь боковой и полной поверхности конуса	Практическое занятие Площадь боковой и полной поверхности конуса. Решение задач.	2
Тема 9.8. Сфера и шар	Практическое занятие Центр сферы. Радиус сферы. Шар.	2
Тема 9.9. Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда	Практическое занятие Параллелепипед. Куб.	2
Тема 9.10. Объем призмы	Содержание учебного материала Формула для нахождения объема призмы. Решение задач.	2
Тема 9.11. Объем цилиндра	Практическое занятие Формула для нахождения объема цилиндра. Решение задач.	2
Тема 9.12. Объем пирамиды	Практическое занятие Формула для нахождения объема пирамиды. Решение задач.	2
Тема 9.13. Объем конуса и шара	Практическое занятие Формула для нахождения объема конуса и шара. Решение задач.	2
Тема 9.14.	Практическое занятие	2

Контрольная работа №12	Контрольная работа по теме «Площадь поверхности и объем».	
Раздел 10.	Координаты и вектора	23/0
Тема 10.1. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора	Содержание учебного материала Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора.	2
Тема 10.2. Простейшие задачи в координатах	Содержание учебного материала Решение задач с помощью метода координат	2
Тема 10.3. Скалярное произведение векторов	Содержание учебного материала Скалярное произведение векторов.	2
Тема 10.4. Векторное произведение векторов	Практическое занятие Векторное произведение векторов.	2
Тема 10.5. Уравнение прямой. Угол между прямыми	Содержание учебного материала Уравнение прямой. Угол между прямыми.	2
Тема 10.6. Уравнение плоскости	Практическое занятие Решение задач на уравнение плоскости.	2
Тема 10.7. Вычисление углов между прямыми и плоскостями	Практическое занятие Решение задач на нахождение углов между прямыми и плоскостями.	2
Тема 10.8. Уравнение сферы	Практическое занятие Центр сферы. Радиус сферы. Уравнение сферы.	2
Тема 10.9. Метод координат при решении задач	Содержание учебного материала Применение метода координат при решении задач	2
Тема 10.10. Движения.	Содержание учебного материала Движения.	2
Тема 10.11. Центральная и осевая симметрии	Содержание учебного материала Центральная симметрия. Осевая симметрия.	2
Тема 10.12. Контрольная работа №13	Практическое занятие Контрольная работа по теме «Координаты и вектора».	2

Тема 10.13. Подведение итогов.	Содержание учебного материала Обобщение пройденного материала.	1
Всего за 2 семестр		216/4
Консультация		2
Экзамен		6
Всего		324/16

Последовательное тематическое планирование содержания рабочей программы общеобразовательной учебной дисциплины, календарные объемы, виды занятий, формы организации самостоятельной работы также конкретизируются в календарно-тематическом плане (Приложение № 1)

.

3. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, ПРАКТИЧЕСКОГО ОПЫТА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) – комплект методических и контрольных материалов, используемых при проведении текущего контроля освоения результатов обучения и промежуточной аттестации. (Приложение № 2).

4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Для освоения дисциплины требуется учебная аудитория, которая должна удовлетворять требованиям Санитарно-эпидемиологических правил и нормативов и быть оснащена типовым оборудованием, в том числе специализированной учебной мебелью и средствами обучения, достаточными для выполнения требований к уровню подготовки обучающихся

4.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

4.2.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная учебная литература:

1. Богомолов, Н. В. Математика. Алгебра и начала анализа. Базовый уровень: 10—11 классы : учебник для среднего общего образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 241 с. — (Общеобразовательный цикл). — ISBN 978-5-534-16084-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/530391> (дата обращения 25.09.23г.).

Дополнительная учебная литература:

1. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 240 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09525-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511954>(дата обращения 25.09.23г.).
2. Богомолов, Н. В. Геометрия : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 108 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09528-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511955>(дата обращения 25.09.23г.).

4.2.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Перечень договоров ЭБС и БД			
Учебный		Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия

год			документа
2024/ 2025	1	Договор на доступ к ЭБС ZNANIUM.COM между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «Знаниум» № 1151-эбс от 11.07.2023	С 12.07.2023 по 11.07.2024
	2	Договор на доступ к ЭБС ZNANIUM.COM между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «Знаниум» № 223/801 от 23.08.2023 (предоставление доступа к коллекции ЭФУ «Федеральный перечень учебников издательства «Провещение»	С 28.08.2023 по 27.08.2024
	3	Договор на доступ к ЭБС «ЭБС ЮРАЙТ» (полная коллекция) между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» № 1/24-эбс от 01.03.2024 г.	С 03.03.2024 по 02.03.2025
	4	Договор на доступ к ЭБС «Университетская библиотека онлайн» между УУНиТ «Нексмедиа» № 223-1279 от 26.09.2023	01.10.2023 по 30.09.2024
	5	Договор на доступ к ЭБС «Лань» между УУНиТ и издательством «Лань» № ОГЗ-1033 от 20.07.2023	С 08.08.2023 по 07.08.2024
	6	Договор на доступ к электронным изданиям в составе базы данных «НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU» между УУНиТ и ООО НЭБ № ОГЗ-1696 от 04.12.2023	С 01.01.2024 по 30.12.2024
	7	Договор на БД диссертаций между УУНиТ и РГБ № 223-997 от 11.07.2023	С 10.08.2023 по 09.08.2024
	8	Договор о подключении к НЭБ и о предоставлении доступа к объектам НЭБ между БашГУ в лице директора СФ БашГУ с ФГБУ «РГБ» № 101/НЭБ/1438-П от 11.06.2019 Дополнительное соглашение к договору 101/НЭБ/1438-п от 11.06.19 г. об изменении стороны договора вследствие реорганизации в форме присоединения между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ с ФГБУ «РГБ» от 14.02.2023 г.	С 11.06.2019 по 10.06.2024
	9	Договор на доступ к ЭБС VOOK.ru (доступ к учебнику: Основы российской государственности : учебник / А. В. Малько, А. А. Вилков, В. В. Гурьев [и др.] ; под ред. А. В. Малько. — Москва : КноРус, 2024. — 263 с. — ISBN 978-5-406-12322-5) между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «КноРус медиа» № 75 от 23.10.2023 г.	С 23.10.2023 по 22.10.2024

4.2.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

№	Наименование	Кол-во ПК
1.	Adobe Photoshop CS4 EXT Russian AcademicEdition	30 / ООО «Общество информационных технологий». Государственный контракт №13 от 06.05.2009
2.	Corel DRAW Graphics Suite X4 Education License ML	32 / ООО «Общество информационных технологий». Государственный контракт №13 от 06.05.2009
3.	Kaspersky Endpoint Security	950 /ООО «Смартлайн» Гражданско-правовой договор №44/013 от 06.12.2021
4.	Mathcad University Classroom Perpetual-15 Floating	15 / ООО «Общество информационных технологий». Государственный контракт №13 от 06.05.2009
5.	MATLAB Classroom new Product Concurrent License	15/ Государственный контракт №16 от 11.01.2011
6.	Office Standart 2007 Russian OpenLicensePack NoLevel Acdmc	200 / ООО «Общество информационных технологий». Государственный контракт №13 от 06.05.2009
7.	Office Standart 2007 Russian OpenLicensePack NoLevel Acdmc	137 / ЗАО «СофтЛайн Трейд». Государственный контракт от 18.03.2008
8.	Office Standart 2010 RUS OLP NL Acdmc	200 /Лицензионный договор №04297 от 9.04.2012
9.	Программный комплекс "Виртуальные лабораторные работы по Сопротивлению материалов" Columbus 2007 / Columbus 10	20 /ИП Кузьмин Алексей Леонидович, договор №001-11 от 02.11.2015
10.	АО «Уфанет» (Интернет)	Договор №273RK1154-10 от 1 июля 2018 г.
11.	АБИС «Руслан» (модули)	1 / ООО «Открытые библиотечные системы» договор №095 от 01.09.2014 г.
12.	ФОНД РГБ	30 / ФГБУ «РГБ». Договор №095/04/0220 от 06.12.2017 г.
13.	База электронных периодических изданий	Не ограничено/ ООО «ИВИС». Договор №133-П 1650 от 03.07.2018 г.
14.	ЭБС «Лань»	Не ограничено / ООО «ЭБС ЛАНЬ». Договор №848 от 03.09.2018 г.
15.	База данных «Электронно-библиотечная система eLibrary»	Не ограничено / ООО «РУНЕБ». Договор №1256 от 13.12.2017 г.
16.	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	27000 / ООО «НексМедиа». Договор №847 от 03.09.2018 г.
17.	Windows Vista Business	137 / Софтлайн Уфа. 06.05.2008 г.
18.	Windows XP	Лицензионное соглашение MSDN. Государственный контракт №9 от 18.03.2008 г. ЗАО «СофтЛайн»
19.	Windows 7	Неограниченна 3 года/ Microsoft Imagine. Подписка №8001361124 от 04.10.2017г.
20.	Windows 10	Неограниченна 3 года/ MicrosoftImagine.Подписка №8001361124 от 04.10.2017г.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Стерлитамакский филиал

Колледж

Календарно-тематический план

по дисциплине

ОУП.13 Математика

	специальность
<i>44.02.02</i>	<i>Преподавание в начальных классах</i>
код	наименование специальности
	квалификация
	<i>Учитель начальных классов</i>

Разработчик (составитель)

Спиридонова Н.А.

ученая степень, ученое звание,
категория, Ф.И.О.

Стерлитамак 2024

Очная форма обучения

1 семестр

№ п/п	Наименование разделов и тем	Кол- во часов	Календарные сроки изучения (план)	Вид занятия	Домашнее задание
Раздел 1. Алгебра					
1	Введение	2/2	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
2	Целые и рациональные числа	2/4	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
3	Действительные числа	2/6	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
4	Выполнение арифметических действий над числами	2/8	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
5	Приближенные вычисления.	2/10	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
6	Погрешность в преобразованиях и вычислениях	2/12	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
7	Комплексные числа	2/14	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
8	Степень с натуральным показателем	2/16	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
9	Степень с целым показателем	2/18	Сентябрь	Практическое занятие	Решить задачи
10	Арифметический корень натуральной степени	2/20	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
11	Вычисление корней натуральной степени	2/22	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
12	Степени с рациональным показателем	2/24	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
13	Степени с действительным показателем	2/26	Сентябрь	Практическое занятие	Решить задачи
14	Преобразование числовых выражений, содержащих степени	2/28	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
15	Преобразование буквенных выражений, содержащих степени	2/30	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
16	Определение равносильности выражений с радикалами	2/32	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
17	Иррациональные уравнения	2/34	Сентябрь	Практическое занятие	Решить задачи
18	Решение показательных уравнений	2/36	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
19	Решение прикладных задач на сложные проценты	2/38	Сентябрь	Практическое занятие	Решить задачи
20	Определение логарифма	2/40	Сентябрь	Лекция	Решить задачи
21	Свойства логарифмов	2/42	Октябрь	Лекция	Решить задачи
22	Десятичные и натуральные логарифмы	2/44	Октябрь	Лекция	Решить задачи
23	Формула перехода к новому основанию логарифма	2/46	Октябрь	Практическое занятие	Решить задачи
24	Правила действий с логарифмами	2/48	Октябрь	Лекция	Решить задачи
25	Преобразование выражений с логарифмами	2/50	Октябрь	Практическое занятие	Решить задачи
26	Логарифмические уравнения	2/52	Октябрь	Лекция	Решить задачи

27	Контрольная работа №1	2/54	Октябрь	Практическое занятие	
Раздел 2. Основы тригонометрии					
28	Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат	2/56	Октябрь	Лекция	Решить задачи
29	Определение синуса, косинуса угла	2/58	Октябрь	Лекция	Решить задачи
30	Определение тангенса и котангенса угла	2/60	Октябрь	Практическое занятие	Решить задачи
31	Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла	2/62	Октябрь	Лекция	Решить задачи
32	Применение основных тригонометрических тождеств	2/64	Октябрь	Практическое занятие	Решить задачи
33	Формулы сложения	2/66	Октябрь	Лекция	Решить задачи
34	Синус, косинус и тангенс двойного угла	2/68	Октябрь	Лекция	Решить задачи
35	Формулы приведения	2/70	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
36	Сумма и разность синусов и косинусов	2/72	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
37	Применение формул тригонометрии при решении задач	2/74	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
38	Контрольная работа №2	2/76	Ноябрь	Практическое занятие	Решить задачи
39	Арккосинус. Решение уравнения $\cos(x) = a$	2/78	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
40	Арксинус. Решение уравнений $\sin(x)=a$	2/80	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
41	Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений $\operatorname{tg}(x)=a$ и $\operatorname{ctg}(x)=a$	2/82	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
42	Решение простейших тригонометрических уравнений	2/84	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
43	Тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным	2/86	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
44	Однородные тригонометрические уравнения	2/88	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
45	Универсальная тригонометрическая подстановка	2/90	Ноябрь	Практическое занятие	Решить задачи
46	Метод вспомогательного аргумента	2/92	Ноябрь	Практическое занятие	Решить задачи
47	Решение простейших тригонометрических неравенств	2/94	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
48	Контрольная работа №3	2/96	Ноябрь	Практическое занятие	
Раздел 3. Функции, их свойства и графики					
49	Определение числовой функции и способы ее задания	2/98	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
50	Свойства функций	2/100	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
51	Изучение понятия обратной функции	2/102	Ноябрь	Лекция	Решить задачи
52	Функциональные зависимости в реальных процессах	2/104	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
53	Исследование функции. Преобразования функций	2/106	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
54	Итоговая контрольная работа	2/108	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи

Всего часов	108			
--------------------	------------	--	--	--

2 семестр

№ п/п	Наименование разделов и тем	Кол-во часов	Календарные сроки изучения (план)	Вид занятия	Домашнее задание
55	Степенные функции	2/110	Декабрь	Лекция	Решить задачи
56	Показательные функции	2/112	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
57	Логарифмические функции	2/114	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
58	Тригонометрические функции $y=\cos x$ и $y=\sin x$	2/116	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
59	Тригонометрические функции $y=\operatorname{tg} x$ и $y=\operatorname{ctg} x$	2/118	Декабрь	Лекция	Решить задачи
60	Контрольная работа №4	2/120	Декабрь	Практическое занятие	
Раздел 4. Комбинаторика					
61	Изучение правила комбинаторики.	2/122	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
62	Правило произведения	2/124	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
63	Размещения, сочетания	2/126	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
64	Перестановки	2/128	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
65	Решение практических задач с использованием правил комбинаторики	2/130	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
66	Бином Ньютона	2/132	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
67	Контрольная работа №5	2/134	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
Раздел 5. Элементы теории вероятностей и статистики					
68	События. Вероятность события	2/136	Декабрь	Лекция	Решить задачи
69	Свойств вероятностей	2/138	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
70	Относительная частота	2/140	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
71	Теорема сложения вероятностей	2/142	Декабрь	Лекция	Решить задачи
72	Теорема умножения вероятностей	2/144	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
73	Сумма вероятностей противоположных событий	2/146	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
74	Полная группа событий	2/148	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи

75	Условная вероятность	2/150	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
76	Случайные величины	2/152	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
77	Закон распределения случайной величины	2/154	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
78	Центральные тенденции случайной величины	2/156	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
79	Решение задач	2/158	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
80	Контрольная работа №6	2/160	Декабрь	Практическое занятие	Решить задачи
Раздел 6. Начала математического анализа					
82	Числовые последовательности	2/162	Январь	Лекция	Решить задачи
83	Предел последовательности	2/164	Январь	Лекция	Решить задачи
84	Вычисление суммы бесконечного числового ряда	2/166	Январь	Лекция	Решить задачи
85	Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии	2/168	Январь	Практическое занятие	Решить задачи
86	Понятие производной, ее механический смысл	2/170	Январь	Лекция	Решить задачи
87	Производная степенной функции	2/172	Январь	Лекция	Решить задачи
88	Правила дифференцирования	2/174	Январь	Лекция	Решить задачи
89	Производные элементарных функций	2/176	Январь	Лекция	Решить задачи
90	Применение таблицы производных элементарных функций	2/178	Январь	Практическое занятие	Решить задачи
91	Геометрический смысл производной	2/180	Январь	Лекция	Решить задачи
92	Промежутки возрастания и убывания функции	2/182	Январь	Лекция	Решить задачи
93	Экстремумы функции	2/184	Февраль	Лекция	Решить задачи
94	Исследование функции с помощью производной	2/186	Февраль	Практическое занятие	Решить задачи
95	Наибольшее и наименьшее значение функции	2/188	Февраль	Лекция	Решить задачи
96	Решение содержательных задач на нахождение наибольшего(наименьшего) значения функции	2/190	Февраль	Лекция	Решить задачи
97	Выпуклость графика функции, точки перегиба	2/192	Февраль	Практическое занятие	Решить задачи
98	Физический смысл производной	2/194	Февраль	Практическое занятие	Решить задачи
99	Контрольная работа №7	2/196	Февраль	Практическое занятие	Решить задачи
100	Понятие первообразной функции	2/198	Февраль	Лекция	Решить задачи
101	Правила нахождения первообразных	2/200	Февраль	Лекция	Решить задачи
102	Решение задач на связь первообразной и ее производной	2/202	Февраль	Практическое занятие	Решить задачи

103	Неопределенный интеграл	2/204	Февраль	Практическое занятие	Решить задачи
104	Нахождение интегралов с помощью таблицы первообразных	2/206	Февраль	Практическое занятие	Решить задачи
105	Нахождение интегралом методом замены переменной	2/208	Февраль	Практическое занятие	Решить задачи
106	Вычисление определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница	2/210	Февраль	Практическое занятие	Решить задачи
107	Площадь криволинейной трапеции и определенный интеграл.	2/212	Март	Лекция	Решить задачи
108	Применение интеграла для вычисления площадей	2/214	Март	Лекция	Решить задачи
109	Применение интеграла для вычисления физических величин	2/216	Март	Практическое занятие	Решить задачи
110	Контрольная работа №8	2/218	Март	Практическое занятие	
Раздел 7. Уравнения и неравенства					
111	Простейшие сведения о корнях алгебраических уравнений	2/220	Март	Лекция	Решить задачи
112	Равносильность уравнений	2/222	Март	Лекция	Решить задачи
113	Общие методы решения уравнений.	2/224	Март	Лекция	Решить задачи
114	Метод разложения на множители.	2/226	Март	Лекция	Решить задачи
115	Метод введения новой переменной для решения уравнений.	2/228	Март	Лекция	Решить задачи
116	Функционально-графический метод	2/230	Март	Лекция	Решить задачи
117	Контрольная работа №9	2/232	Март	Практическое занятие	Решить задачи
118	Решение неравенств с одной переменной.	2/234	Март	Практическое занятие	Решить задачи
119	Системы уравнений. Метод подстановки	2/236	Март	Практическое занятие	Решить задачи
120	Системы уравнений. Метод алгебраического сложения.	2/238	Март	Лекция	Решить задачи
121	Системы уравнений. Метод введения новых переменных	2/240	Март	Лекция	Решить задачи
122	Системы неравенств с одной переменной	2/242	Март	Практическое занятие	Решить задачи
123	Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными	2/244	Март	Практическое занятие	Решить задачи
124	Применение математических методов для решения содержательных задач	2/246	Март	Лекция	Решить задачи
125	Контрольная работа №10	2/248	Апрель	Практическое занятие	Решить задачи
Раздел 8. Прямые и плоскости в пространстве					
126	Предмет стереометрии, аксиомы стереометрии	2/250	Апрель	Лекция	Решить задачи
127	Параллельность прямых, прямой и плоскости	2/252	Апрель	Лекция	Решить задачи
128	Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми	2/254	Апрель	Лекция	Решить задачи
129	Параллельность плоскостей	2/256	Апрель	Лекция	Решить задачи

130	Параллелепипед	2/258	Апрель	Лекция	Решить задачи
131	Перпендикулярность прямой и плоскости	2/260	Апрель	Лекция	Решить задачи
132	Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью	2/262	Апрель	Лекция	Решить задачи
133	Теорема о трех перпендикулярах	1/264	Апрель	Практическое занятие	Решить задачи
134	Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей	2/266	Апрель	Лекция	Решить задачи
135	Тетраэдр	2/268	Апрель	Практическое занятие	Решить задачи
136	Контрольная работа №11	2/270	Апрель	Практическое занятие	
Раздел 9. Многогранники и круглые тела					
137	Понятие многогранника. Призма	2/272	Апрель	Лекция	Решить задачи
138	Пирамида	2/274	Апрель	Практическое занятие	Решить задачи
139	Усеченная пирамида	2/276	Апрель	Практическое занятие	Решить задачи
140	Цилиндр	2/278	Апрель	Практическое занятие	Решить задачи
141	Площадь поверхности цилиндра	2/280	Апрель	Практическое занятие	Решить задачи
142	Конус	2/282	Май	Лекция	Решить задачи
143	Площадь боковой и полной поверхности конуса	2/284	Май	Практическое занятие	Решить задачи
144	Сфера и шар	2/286	Май	Практическое занятие	Решить задачи
145	Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда	2/288	Май	Практическое занятие	Решить задачи
146	Объем призмы	2/290	Май	Лекция	Решить задачи
147	Объем цилиндра	2/292	Май	Практическое занятие	Решить задачи
148	Объем пирамиды	2/294	Май	Практическое занятие	Решить задачи
149	Объем конуса и шара	2/296	Май	Практическое занятие	Решить задачи
150	Контрольная работа №12	2/298	Май	Практическое занятие	
Раздел 10. Координаты и векторы					
151	Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора	2/300	Май	Лекция	Решить задачи
152	Простейшие задачи в координатах	2/302	Май	Лекция	Решить задачи
153	Скалярное произведение векторов	2/304	Май	Лекция	Решить задачи
154	Векторное произведение векторов	2/306	Май	Практическое занятие	Решить задачи
155	Уравнение прямой. Угол между прямыми	2/308	Июнь	Лекция	Решить задачи
156	Уравнение плоскости	2/310	Июнь	Практическое занятие	Решить задачи
157	Вычисление углов между прямыми и плоскостями	2/312	Июнь	Практическое занятие	Решить задачи

158	Уравнение сферы	2/314	Июнь	Практическое занятие	Решить задачи
159	Метод координат при решении задач	2/316	Июнь	Лекция	Решить задачи
160	Движения.	2/318	Июнь	Лекция	Решить задачи
161	Центральная и осевая симметрии	2/320	Июнь	Лекция	Решить задачи
162	Контрольная работа №	2/322	Июнь	Практическое занятие	
163	Подведение итогов	2/324	Июнь	Лекция	
Всего часов		324			
Экзамен		6			

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Стерлитамакский филиал

Колледж

Фонд оценочных средств

по дисциплине

ОУП.13 Математика

Общеобразовательный цикл, обязательная часть

цикл дисциплины и его часть (обязательная, вариативная)

специальность

44.02.02

Преподавание в начальных классах

код

наименование специальности

квалификация

Учитель начальных классов

Разработчик (составитель)

Спиридонова Н.А.

ученая степень, ученое звание,
категория, Ф.И.О.

Стерлитамак2024

I Паспорт фондов оценочных средств

1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для проверки результатов освоения дисциплины ОУП.13 Математика, входящей в состав программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 44.02.02 Учитель начальных классов. **Работа обучающихся во взаимодействии с преподавателем** 324 часа, на самостоятельную работу 10 часов.

2. Объекты оценивания – результаты освоения дисциплины

ФОС позволяет оценить следующие результаты освоения дисциплины:

личностных:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию с использованием информационно-коммуникационных технологий, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

метапредметных:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметных:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики и информатики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления, в том числе с помощью информационно-коммуникационных технологий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей;
- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

В результате изучения учебного предмета «Математика» на уровне среднего общего образования обучающийся на базовом уровне научится:

- Оперировать на базовом уровне понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал;
- оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой;
- строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;
- распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений;
- проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни
- Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
- оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на

- тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину;
- выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами;
 - выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел;
 - сравнивать рациональные числа между собой;
 - оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;
 - изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа;
 - изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;
 - выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;
 - выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;
 - вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
 - изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах;
 - оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов.
 -
 - В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:
 - выполнять вычисления при решении задач практического характера;
 - выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств;
 - соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями;
 - использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни
 - Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;
 - решать логарифмические уравнения вида $\log a (bx + c) = d$ и простейшие неравенства вида $\log a x < d$;
 - решать показательные уравнения, вида $abx+c= d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a) и простейшие неравенства вида $ax < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a);
 - приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a – табличное значение соответствующей тригонометрической функции.
 -
 - В повседневной жизни и при изучении других предметов:
 - составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач
 - Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период;
 - оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;
 - распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций;

- соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы;
- находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;
- определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.);
- строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания / убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.).
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.);
- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации
- Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;
- определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке;
- решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах;
- соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.);
- использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса
- Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения;
- оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями;
- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни;
- читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков
- Решать несложные текстовые задачи разных типов;
- анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель;
- понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;
- действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи;
- использовать логические рассуждения при решении задачи;
- работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи;

- осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.;
- решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;
- решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;
- решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временной оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.;
- использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п.
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни
- Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);
- изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;
- извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул;
- распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар);
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями;
- использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания;
- соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера;
- соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера;
- оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников)
- Оперировать на базовом уровне понятием декартовых координаты в пространстве;
- находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда
- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей;
- понимать роль математики в развитии России
- Применять известные методы при решении стандартных математических задач;

- замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности;
- приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства

Обучающийся на базовом уровне получит возможность научиться:

- Оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
- Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
- приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;
- оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа e и π ;
- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
- находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;
- пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;
- находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
- использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;
- выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.
-
- В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:
- выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
- оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира

-
- Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;
- использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;
- использовать метод интервалов для решения неравенств;
- использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;
- изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;
- выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.
-
- В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:
- составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;
- использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи
- Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;
- оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;
- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.
-
- В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:
- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);
- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)
- Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;

- вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.
-
- В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:
- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;
- интерпретировать полученные результаты
- Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;
- иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;
- иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать подходящие методы представления и обработки данных;
- уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях
- Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;
- выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- решать практические задачи и задачи из других предметов
- Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;
- решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;

- применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- формулировать свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);
- находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;
- вычислять расстояния и углы в пространстве.
-
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний
- Оперировать понятиями декартовых координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;
- находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать простейшие задачи введением векторного базиса
- Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России
- Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

3 Формы контроля и оценки результатов освоения дисциплины

Контроль и оценка результатов освоения – это выявление, измерение и оценивание результатов освоения дисциплины.

В соответствии с учебным планом специальности 44.02.01 Дошкольное образование, рабочей программой общеобразовательной учебной дисциплины БУД.09 Математика предусматривается текущий и промежуточный контроль результатов освоения.

3.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения.

Текущий контроль результатов освоения дисциплины в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании следующих обязательных форм контроля:

- выполнение практических работ,
- проверка выполнения самостоятельной работы студентов,
- проверка выполнения контрольных работ.

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – устный опрос, решение задач, тестирование по темам отдельных занятий.

Выполнение и защита практических работ. Практические работы проводятся с

целью усвоения и закрепления результатов освоения дисциплины. В ходе практической работы обучающиеся учатся использовать формулы, и применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.

Список практических работ:

- Практическая работа №1 «Степень с целым показателем»
- Практическая работа №2 «Степени с действительным показателем»
- Практическая работа №3 «Иррациональные уравнения»
- Практическая работа №4 «Решение прикладных задач на сложные проценты»
- Практическая работа №5 «Формула перехода к новому основанию логарифма».
- Практическая работа №6 «Преобразование выражений с логарифмами»
- Практическая работа №7 «Определение тангенса и котангенса угла»
- Практическая работа №8 «Применение основных тригонометрических тождеств»
- Практическая работа №9 «Универсальная тригонометрическая подстановка»
- Практическая работа №10 «Функциональные зависимости в реальных процессах»
- Практическая работа №11 «Исследование функции»
- Практическая работа №12 «Преобразования функций»
- Практическая работа №13 «Показательные функции»
- Практическая работа №14 «Логарифмические функции»
- Практическая работа №15 «Тригонометрические функции $y=\cos x$ и $y=\sin x$ »
- Практическая работа №16 «Изучение правила комбинаторики»
- Практическая работа №17 «Правило произведения»
- Практическая работа №18 «Размещения, сочетания»
- Практическая работа №19 «Перестановки»
- Практическая работа №20 «Решение практических задач с использованием правил комбинаторики»
- Практическая работа №21 «Бином Ньютона»
- Практическая работа №22 «Свойств вероятностей»
- Практическая работа №23 «Относительная частота»
- Практическая работа №24 «Теорема сложения вероятностей»
- Практическая работа №25 «Сумма вероятностей противоположных событий»
- Практическая работа №26 «Полная группа событий»
- Практическая работа №27 «Условная вероятность»
- Практическая работа №28 «Случайные величины»
- Практическая работа №29 «Закон распределения случайной величины»
- Практическая работа №30 «Центральные тенденции случайной величины»
- Практическая работа №31 «Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии»
- Практическая работа №32 «Применение таблицы производных элементарных функций»
- Практическая работа №33 «Исследование функции с помощью производной»
- Практическая работа №34 «Выпуклость графика функции, точки перегиба»
- Практическая работа №35 «Физический смысл производной»

- Практическая работа №36 «Решение задач на связь первообразной и ее производной»
- Практическая работа №37 «Неопределенный интеграл»
- Практическая работа №38 «Нахождение интегралов с помощью таблицы первообразных»
- Практическая работа №39 «Нахождение интегралом методом замены переменной»
- Практическая работа №40 «Вычисление определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница»
- Практическая работа №41 «Применение интеграла для вычисления физических величин»
- Практическая работа №42 «Решение неравенств с одной переменной»
- Практическая работа №43 «Системы уравнений. Метод подстановки»
- Практическая работа №44 «Системы неравенств с одной переменной»
- Практическая работа №45 «Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными»
- Практическая работа №46 «Теорема о трех перпендикулярах»
- Практическая работа №47 «Тетраэдр»
- Практическая работа №48 «Пирамида»
- Практическая работа №49 «Усеченная пирамида»
- Практическая работа №50 «Цилиндр»
- Практическая работа №51 «Площадь поверхности цилиндра»
- Практическая работа №52 «Площадь боковой и полной поверхности конуса»
- Практическая работа №53 «Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда»
- Практическая работа №54 «Объем цилиндра»
- Практическая работа №55 «Объем пирамиды»
- Практическая работа №56 «Объем пирамиды»
- Практическая работа №57 «Объем конуса и шара»
- Практическая работа №58 «Векторное произведение векторов»
- Практическая работа №59 «Уравнение плоскости»
- Практическая работа №60 «Вычисление углов между прямыми и плоскостями»
- Практическая работа №62 «Уравнение сферы»

Практическая работа №1

«Решение прикладных задач на сложные проценты»

Существует формула для начисления сложного процента:

$$S=A*(1+R)^T$$

A- сумма вклада;

R- ставка процента;

T- количество периодов;

S- получаемая сумма.

Рассмотрим несколько задач, решаемых по этой формуле.

Задание 1.

Рассчитать сумму вклада через 3 года при сложной процентной ставке 10%

годовых, если было вложено 100000 рублей.

Задание 2.

С какой процентной ставкой необходимо вложить деньги в банк, если через 2 года вкладчик хочет получить 120000 рублей при первоначальном взносе 100000 рублей?

Задание 3.

За 5 лет при сложной процентной ставке 7% годовых на счету у вкладчика стало 200000 рублей. Сколько денег он вложил в банк?

Задание 4.

Для обучения в колледже необходимо 120000 рублей. Родители Оксаны положили в банк 75000 рублей под 6% годовых (сложная процентная ставка). Будет ли у них необходимая сумма, если пока Оксана в первом классе (считать обучение в школе 9 лет)?

Задание 5.

Борис хочет вложить 50000 рублей на 5 лет, чтобы получить не меньше 70000 рублей. Один банк предлагает вложить деньги под 8% годовых, а другой - под 0,5% в месяц. Какому банку отдать предпочтение Борису?

Задание 6.

Какую сумму нужно вложить в банк, чтобы через 3 года на счету было 59550 рублей, если сложная процентная ставка банка равна 0,5% в месяц?

Практическая работа №2

«Применение основных тригонометрических тождеств»

Основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Вспомним, что квадрат любого числа всегда больше или равен нулю и еще раз внимательно посмотрим на основное тригонометрическое тождество.

Замечаем, что $\sin^2 \alpha \ll 1$ и $\cos^2 \alpha \ll 1$

Откуда $-1 \ll \sin \alpha \ll 1$ и $-1 \ll \cos \alpha \ll 1$

Найдем $\sin \beta$ и $\cos \beta$, заметим, что $\sin \alpha = \cos \beta$; $\cos \alpha = \sin \beta$; $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta$

То есть в прямоугольном треугольнике синус одного острого угла равен косинусу другого (и наоборот).

Заметим, что зная косинус одного угла, можно найти синус (тангенс, котангенс). И наоборот.

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

Знак +/- зависит от того, какой четверти принадлежит угол α .

Задание 1

Отвечаем на вопрос, может ли синус произвольного угла равняться -2; 8; 1; 0,2; 1/8; $\sqrt{3}/2$

Может ли косинус произвольного угла равняться -6; -0,6; 1/2; 1/14; $\sqrt{5}/25$

Задание 2

Может ли синус и косинус одного и того же угла удовлетворять условиям (либо задание может звучать так – существует ли такой угол α , что его синус и косинус равны соответственно)

$$1) \quad \sin \alpha = \frac{1}{2}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Подставляем значение в основное тригонометрическое тождество, проверяем

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 \quad \text{Ответ: ДА(существует)}$$

$$2) \quad \sin \alpha = \frac{1}{4}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Подставляем значение в основное тригонометрическое тождество, проверяем

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{3}{16} = \frac{1}{4}$$

Ответ: НЕТ (такого угла α не существует)

Задание 3

Найти множество значений функции $y = 7 \cos \alpha - 3$

Вспоминаем

$$-1 \ll \cos \alpha \ll 1$$

$$-7 \ll 7 \cos \alpha \ll 7$$

$$-7 - 3 \ll 7 \cos \alpha - 3 \ll 7 - 3$$

$$-10 \ll y \ll 4$$

Ответ : $-10 \ll y \ll 4$

Тангенс острого угла прямоугольного треугольника – отношение противолежащего катета к прилежащему

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Котангенс острого угла прямоугольного треугольника – отношение прилежащего катета к противолежащему

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Откуда $\operatorname{tg} \alpha * \operatorname{ctg} \alpha = 1$, либо, что тоже самое $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$

Задание 4

Чему равен тангенс, если котангенс равен -2; -7; 1/3; 15/2?

Задание 5

Может ли тангенс угла равняться -4; 6; -3; 0; 1000000?

Задание 6

Доказать тождество $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

Практическая работа №3

«Функциональные зависимости в реальных процессах»

Ответить на вопросы:

1. Кто из ученых дал определение функции как изменение ординаты точки в зависимости от изменения ее абсциссы?
2. Кто впервые стал употреблять слово "функция"?
3. Кто впервые дал явное определение функции?
4. Кто ввел обозначение функции символом f?
5. Охарактеризуйте функциональные зависимости в музыке.
6. В чем заключается математический портрет пословиц? Приведите два конкретных примера.
7. Какие функциональные зависимости встречаются в биологии?
8. Какие функциональные зависимости встречаются в информатике?

Практическая работа №4

«Подготовка к дифференцированному зачету»

Задание 1

Вычислить

$$1) \quad 23,267 : 2,3 - 3,6 \cdot (17,2 \cdot 0,125 + 0,005 : 0,1) + 6,25 \cdot 3,2 ;$$

$$2) \quad 9,25 \cdot 1,04 - (6,372 : 0,6 + 1,125 \cdot 0,8) : 1,2 + 0,16 \cdot 6,25 \cdot$$

Задание 2

Упростить

1) $3\sqrt{\frac{5}{9}} - \frac{1}{2}\sqrt{20} + 3\sqrt{180} - 4\sqrt{\frac{125}{4}}$;

2) $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{6}} - \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$.

Задание 3

Вычислить

1) $8^{\log_2 \frac{1}{3}}$; 2) $\log_2 \frac{1}{32}$; 3) $\log_{3\sqrt{2}} \frac{1}{18}$; 4) $\frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} \log_3 9$

Задание 4

Решить уравнение

1) $(\log_2 x)^2 - 3 \log_2 x + 2 = 0$; 2) $(\log x)^2 + 5 = 2 \log x^3$;

3) $\log_2 (2x - 18) + \log_2 (x - 9) = 5$

Задание 5

Вычислите

1) $\log_2 \left(\cos \frac{\pi}{3} \right)$; 2) $\log_3 \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \right)$

Задание 6

Найти градусную меру угла, выраженного в радианах:

1) $\frac{\pi}{6}$; 2) $\frac{\pi}{9}$; 3) $\frac{3\pi}{4}$; 4) 2; 5) 3; 6) 0,36

Задание 7

Укажите четверть, в которой лежит угол α , если $\alpha = 300^\circ$.

Задание 8

Найдите значение косинуса угла α , если известно, что: $\sin \alpha = -0,6$ и

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$$

Задание 9

Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 2}}{16 - x^2}$.

Задание 10

Банковская процентная ставка равна 12% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 56448 рублей.

Задание 11

Сколькими способами можно разместить 6 различных автомобилей в семи одноместных боксах?

Практическая работа №5

«Решение задач с применением свойств вероятностей»

Задание 1

В урне находится 15 белых, 5 красных и 10 чёрных шаров. Наугад извлекается 1 шар, найти вероятность того, что он будет: а) белым, б) красным, в) чёрным.

Задание 2

В магазин поступило 30 холодильников, пять из которых имеют заводской дефект. Случайным образом выбирают один холодильник. Какова вероятность того, что он будет без дефекта?

Задание 3

Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры, но помнит, что одна из них – ноль, а другая – нечётная. Найти вероятность того, что он наберёт правильный номер.

Задание 4

Абонент забыл пин-код к своей сим-карте, однако помнит, что он содержит три «пятёрки», а одна из цифр – то ли «семёрка», то ли «восьмёрка». Какова вероятность успешной авторизации с первой попытки?

Задание 5

Найти вероятность того, что при бросании двух игральных костей в сумме выпадет: а) пять очков; б) не более четырёх очков; в) от 3 до 9 очков включительно.

Задание 6

В лифт 20-этажного дома на первом этаже зашли 3 человека. И поехали. Найти вероятность того, что: а) они выйдут на разных этажах б) двое выйдут на одном этаже; в) все выйдут на одном этаже.

Задание 7

Какова вероятность того, что в четырех сданных картах будет один туз и один король?

Задание 8

В ящике находится 15 качественных и 5 бракованных деталей. Наудачу извлекаются 2 детали. Найти вероятность того, что: а) обе детали будут качественными; б) одна деталь будет качественной, а одна – бракованной; в) обе детали бракованные.

Задание 9

Игроку в покер сдаётся 5 карт. Найти вероятность того, что он получит: а) пару десятков и пару валетов; б) флеш (5 карт одной масти); в) каре (4 карты одного номинала). Какую из перечисленных комбинаций вероятнее всего получить?

Практическая работа №6

«Решение практических задач на обработку числовых данных»

Задание 1

Найдем математическое ожидание случайной величины X – числа стандартных деталей среди трех, отобранных из партии в 10 деталей, среди которых 2 бракованных. Составим ряд распределения для X . Из условия задачи следует, что X может принимать значения 1, 2, 3.

Задание 2

Задан закон распределения дискретной случайной величины X :

X	40	42	41	44
p	0,1	0,3	0,2	0,4

Найдите: 1) математическое ожидание; 2) дисперсию; 3) среднее квадратическое отклонение.

Задание 3

Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X по известному закону ее распределения, заданному таблично:

	8	4	6	5
	0,2	0,5	0,2	0,1

Задание 4

Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ x^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание $M(x)$; 3) дисперсию $D(x)$.

Задание 5

Рабочий обслуживает три станка. Известно, что вероятность бесперебойной работы на протяжении одного часа после наладки равна для первого станка 0,9, для второго станка – 0,8 и для третьего станка – 0,7. Найти вероятность того, что за этот час лишь один станок откажет в работе и потребует вмешательства рабочего.

Задание 6

Вероятность попадания в цель при отдельном выстреле равна 0,6. Найти вероятность того, что число попаданий при 600 выстрелах будет заключено в пределах от 330 до 375.

Задание 7

Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X по известному закону ее распределения, заданному таблично:

	8	4	6	5
	0,2	0,5	0,2	0,1

Практическая работа №7

«Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии»

Задание 1

Представить в виде обыкновенной дроби число 0,(6).

Задание 2

Дана последовательность $C_n = 5(-2)^n$. Докажите, что эта последовательность является геометрической прогрессией.

Задание 3

Дана геометрическая прогрессия $b_n = 2(-3)^n$. Найдите пятый член прогрессии.

Задание 4

Найдите сумму первых восьми членов прогрессии.

Задание 5

Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии 8;2;0,5;...

Задание 6

Дана геометрическая прогрессия C_n с положительными членами, в которой $C_4=24; C_6=96$. а) Найдите C_1 . б) Определите количество членов прогрессии, начиная с первого, сумма которых равна 45.

Задание 6

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 150. Найти b_1 , если $q = 1/3$

Задание 7

Сумма членов бесконечной геометрической прогрессии b_n в три раза больше ее первого члена. Найдите отношение b_2/b_4 .

Практическая работа №8

«Применение таблицы производных элементарных функций»

Задание

Вычислить производную функции:

1. $x^7 + 5x^6 + 24x^2 - 7$
2. $7x^4 - \sqrt[3]{x^2}$
3. $\frac{2}{\sqrt[5]{x^7}} - 4x^8$
4. $(5x^2 - 3x)^4$
5. $(7x + 4)^3 \cdot (8 - 6x)^5$
6. $12x^4 - 5x^7 + 8 - 3x$
7. $12x^3 - \sqrt[5]{x^4}$
8. $12x^3 + \frac{4}{\sqrt[7]{x^3}}$
9. $(4x^3 - 12)^5$
10. $(12 - 7x)^3 \cdot (x^3 - 2x)^4$

Практическая работа №9

«Проведение с помощью производной исследования функции»

Задание 1

С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции:
 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$.

Задание 2

Исследуйте функцию и постройте её график: $f(x) = -0,5x^2 + 2x + 6$.

Задание 3

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5$ на промежутке $[-3; 2]$.

Задание 4

С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$.

Задание 5

Исследуйте функцию и постройте её график: $f(x) = -x^2 - 2x + 8$.

Задание 6

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ на отрезке $[-2; 1]$.

Задание 7

С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$.

Задание 8

Исследуйте функцию и постройте её график: $f(x) = -x^2 + 3x + 4$.

Задание 9

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ на промежутке $[-4; 3]$.

Практическая работа №10

«Выпуклость графика функции, точки перегиба»

Практическая работа №11

«Решение задач на связь первообразной и ее производной»

Задание

Найдите первообразную

1. $f(x) = 6x - 9 + 3x^5 - \frac{3}{\sqrt{x}}$
2. $f(x) = 5 \cos(4x - 2) + 5x$

$$3. f(x) = \frac{3}{4\sin^2(5-2x)}$$

$$4. f(x) = \frac{2}{\sqrt{4x+3}} - \frac{4}{x^5}$$

$$5. f(x) = \frac{3}{(5-7x)^4}$$

$$6. f(x) = 5e^{2x+3} + 4x^2$$

$$7. f(x) = \frac{4}{x} + 5^x$$

$$8. f(x) = \frac{3}{2x-5} - 4$$

$$9. f(x) = 3^{4x-5} + 8e^{\frac{x}{5}+3}$$

Практическая работа №12 «Решение неравенств с одной переменной»

Рассмотрим решение в общем виде: $f(x) > g(x)$ (1).

x_0 называется частным решением, если $f(x_0) > g(x_0)$.

Множество всех частных решений есть общее решение (или просто решение) неравенства. Решить неравенство – значит найти его общее решение.

Рассмотрим отличия неравенств от уравнений:

1. Имеет бесконечное множество решений (как правило).
2. Невозможна проверка подстановкой в исходное неравенство.

Поэтому неравенства можно решать только равносильными преобразованиями:

$$f(x) > g(x) \dots \Leftrightarrow (2) \dots x \in X$$

Решение неравенства заключается в замене исходного неравенства более простым, но равносильным неравенством.

Определение 1.

Неравенства $f(x) > g(x)$ (1) и $p(x) > k(x)$ (2) называются равносильными, если их решения совпадают. $f(x) > g(x) \Leftrightarrow p(x) > k(x)$.

Пример 1

Пример 1.

$$1. 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$2. \log(4x - 1) > 0 \Leftrightarrow 4x - 1 > 1 \Leftrightarrow 4x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

Множества решений совпадают. Значит:

$$2x - 1 > 0 \Leftrightarrow \log(4x - 1) > 0$$

Определение 2. Равносильность неравенств

Определение 2. Если решение неравенства $f(x) > g(x)$ (1) содержится в решении неравенства $p(x) > k(x)$ (2), то неравенство (2) есть следствие неравенства (1).

$$f(x) > g(x) \Rightarrow p(x) > k(x).$$

Рассмотрим некоторые из равносильных преобразований:

$$1. f(x) > g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) > 0$$

$$2. f(x) > g(x) \Leftrightarrow f^{2n+1}(x) > g^{2n+1}(x)$$

$$3. a^{f(x)} > a^{g(x)} \xLeftrightarrow{a>1} f(x) > g(x)$$

$$4. a^{f(x)} > a^{g(x)} \xLeftrightarrow{0<a<1} f(x) < g(x)$$

$$5. f(x) > g(x) \xLeftrightarrow{h(x)>0} f(x) * h(x) > g(x) * h(x)$$

$$6. f(x) > g(x) \xLeftrightarrow{h(x)<0} f(x) * h(x) < g(x) * h(x)$$

Рассмотрим примеры, в которых можно допустить типовые ошибки:

Пример 2

$$1. \frac{1}{x} \leq 1$$

«Решение»:

$$x \neq 0$$

$$\frac{1}{x} * x \leq 1 * x$$

$$x \geq 1$$

«Ответ»: $x \geq 1$ ($x = -10, -11$ – частные решения)

Проблема в умножении на x . Он мог быть и отрицательным, и положительным. Надо менять знак.

Правило: в неравенствах нельзя умножать на x , если его знак не известен.

$$2. \frac{1}{x} = 1$$

Решение:

$$\frac{1}{x} * x = 1 * x$$

$$x = 1$$

Ответ: $x = 1$ (верно)

Правильное решение:

3.

$$1. \begin{cases} \frac{1}{x} \leq 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$



Рис. 1. Иллюстрация к примеру 1

$$2. \begin{cases} \frac{1}{x} \leq 1 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \geq x \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0$$



Рис. 2. Иллюстрация к примеру 2

Ответ: $x < 0$ или $x \geq 1$

Практическая работа №13 «Системы уравнений. Метод подстановки»

Рассмотрим системы двух уравнений с двумя неизвестными (1) и трех уравнений с

три неизвестными (2).

$$\begin{cases} p(x, y) = 0 \\ q(x, y) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Здесь p и q – некоторые выражения, зависящие от пары переменных x и y .

$$\begin{cases} p(x, y, z) = 0 \\ q(x, y, z) = 0 \\ r(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Здесь p , q и r – некоторые выражения, зависящие от тройки переменных x , y и z .

Частным решением системы 1 называется пара чисел (x_0, y_0) такая, при подстановке которой в уравнения системы получим верные равенства.

Частным решением системы 2 называется тройка чисел (x_0, y_0, z_0) такая, при подстановке которой в уравнения системы получим верные равенства.

Решить систему уравнений означает найти множество всех ее решений.

Чтобы найти множество всех решений системы, лучше всего пользоваться эквивалентными или равносильными преобразованиями, то есть такими, которые не искажают множество решений. В результате таких преобразований мы получаем равносильные системы, то есть имеющие одно и то же множество решений

Таким образом, процесс решения системы сводится к постепенному переходу от заданной сложной системы к все более простой и так до тех пор, пока не получим ответ.

Методы решения систем с помощью эквивалентных преобразований:

- метод подстановки;
- метод алгебраического сложения;
- метод введения новых переменных;

2. Суть метода подстановки

Повторим метод подстановки. Напомним суть данного метода. Мы рассматриваем заданную систему вида 1 и замечаем, что в одном из уравнений, пусть во втором, легко выразить одну переменную через другую, пусть y через x :

$$\begin{cases} p(x, y) = 0 \\ q(x, y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p(x, y) = 0 \\ y = y(x) \end{cases}$$

Полученное выражение подставляем в первое уравнение системы:

$$\begin{cases} p(x, y) = 0 \\ y = y(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p(x, y(x)) = 0 \\ y = y(x) \end{cases}$$

Таким образом мы получаем одно уравнение (в данном случае первое) только относительно x . решаем это уравнение, находим все значения x , подставляем их в выражение для y и находим соответствующие значения y .

3. Решение примеров

Пример 1 – решить систему методом подстановки:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -2 \end{cases}$$

В данном случае удобно из первого уравнения выразить y :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ xy = -2 \end{cases}$$

Подставим полученное выражение во второе уравнение:

$$\begin{cases} y = 1 - x \\ xy = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ x(1 - x) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ x - x^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ x = 2 \\ y = 1 - x \\ x = -1 \end{cases}$$

Находим соответствующие значения y :

$$\begin{cases} y = 1 - x \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 - x \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - (-1) \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ответ: (2;-1), (-1;2)

Пример 2 – решить систему методом подстановки:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2^x 3^y = 24 \end{cases}$$

В данном случае удобно из первого уравнения выразить x :

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2^x 3^y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 2^x 3^y = 24 \end{cases}$$

Подставим полученное выражение во второе уравнение:

$$\begin{cases} x = y + 2 \\ 2^x 3^y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 2^{y+2} 3^y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 4 * 2^y 3^y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 4 * (2 * 3)^y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 4 * 6^y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 6^y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Находим соответствующее значение x :

$$\begin{cases} x = y + 2 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (3;1)

В следующей системе важно обратить внимание на ОДЗ.

Пример 3 – решить систему методом подстановки:

$$\begin{cases} \log_{y+2}(x+3) = 1 \\ x^2 - 3y = 1 \end{cases}$$

Укажем ОДЗ для первого уравнения:

$$\begin{cases} x + 3 > 0 \\ y + 2 > 0 \\ y + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ y > -2 \\ y \neq -1 \end{cases}$$

При соблюдении ОДЗ первое уравнение можно преобразовать:

$$(y + 2)^1 = x + 3 \Leftrightarrow y + 2 = x + 3$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} y + 2 = x + 3 \\ x^2 - 3y = 1 \end{cases}$$

В данном случае удобно из первого уравнения выразить y :

$$\begin{cases} y + 2 = x + 3 \\ x^2 - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 - 3y = 1 \end{cases}$$

Подставим полученное выражение во второе уравнение:

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 - 3(x + 1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 - 3x - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x = 4 \\ y = x + 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Находим соответствующие значения y :

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 + 1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 + 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Сверившись с ОДЗ, выписываем ответ.

Ответ: (5;4), (-1;0)

Пример 4 – решить систему методом подстановки:

$$\begin{cases} x + y = \pi \\ \cos x - \cos y = 1 \end{cases}$$

В данном случае удобно из первого уравнения выразить y:

$$\begin{cases} x + y = \pi \\ \cos x - \cos y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi - x \\ \cos x - \cos y = 1 \end{cases}$$

Подставим полученное выражение во второе уравнение:

$$\begin{cases} y = \pi - x \\ \cos x - \cos y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi - x \\ \cos x - \cos(\pi - x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi - x \\ \cos x - (-\cos x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi - x \\ 2 \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi - x \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi - x \\ x = \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n \\ y = \pi - x \\ x = -\arccos \frac{1}{2} + 2\pi n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi - x \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ y = \pi - x \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n \end{cases}$$

Находим соответствующие значения y:

$$\begin{cases} y = \pi - x \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ y = \pi - x \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi - \frac{\pi}{3} - 2\pi n \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ y = \pi + \frac{\pi}{3} - 2\pi n \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2\pi}{3} - 2\pi n \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ y = \frac{4\pi}{3} - 2\pi n \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n \end{cases}$$

Ответ: $(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} - 2\pi n)$, $(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} - 2\pi n)$

Обратим внимание, что n здесь пробегает все целочисленные значения

Пример 5 – решить систему методом подстановки:

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(y - x) = 4 \\ 3^x + 2 * 3^{y-2} = 171 \end{cases}$$

Рассмотрим первое уравнение:

$$y - x = \sqrt{2^4} = 4 > 0 \rightarrow \text{ОДЗ соблюдено}$$

Получили равносильную систему:

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(y - x) = 4 \\ 3^x + 2 * 3^{y-2} = 171 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 4 \\ 3^x + 2 * 3^{y-2} = 171 \end{cases}$$

В данном случае удобно из первого уравнения выразить y :

$$\begin{cases} y - x = 4 \\ 3^x + 2 * 3^{y-2} = 171 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ 3^x + 2 * 3^{y-2} = 171 \end{cases}$$

Подставим полученное выражение во второе уравнение:

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = x + 4 \\ 3^x + 2 * 3^{y-2} = 171 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ 3^x + 2 * 3^{x+4-2} = 171 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ 3^x + 2 * 3^{x+2} = 171 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ 3^x + 2 * 9 * 3^x = 171 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ 3^x + 18 * 3^x = 171 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ 19 * 3^x = 171 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ 3^x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Находим соответствующие значения y :

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + 4 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ответ: (2;6)

Практическая работа №14 «Прямоугольный параллелепипед»

Поверхность, составленная из двух равных параллелограммов $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ и четырех параллелограммов ABB_1A_1 , BCC_1B_1 , CDD_1C_1 , DAA_1D_1 , называется **параллелепипедом** (рис. 1).

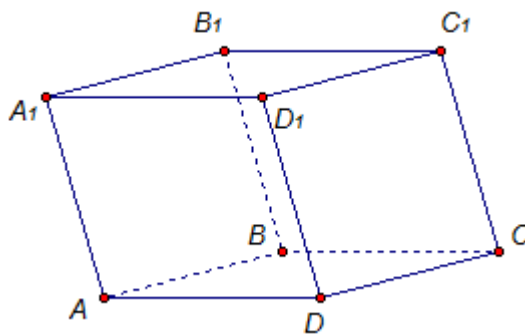


Рис. 1 Параллелепипед

То есть: имеем два равных параллелограмма $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ (основания), они лежат в параллельных плоскостях так, что боковые ребра AA_1 , BB_1 , DD_1 , CC_1 параллельны. Таким образом, составленная из параллелограммов поверхность называется **параллелепипедом**.

Таким образом, поверхность параллелепипеда - это сумма всех параллелограммов, из которых составлен параллелепипед.

Свойства параллелепипеда

1. *Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны.*

(фигуры равны, то есть их можно совместить наложением)

Например:

$ABCD = A_1B_1C_1D_1$ (равные параллелограммы по определению),

$AA_1B_1B = DD_1C_1C$ (так как AA_1B_1B и DD_1C_1C – противоположные грани параллелепипеда),

$AA_1D_1D = BB_1C_1C$ (так как AA_1D_1D и BB_1C_1C – противоположные грани параллелепипеда).

2. *Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.*

Диагонали параллелепипеда AC_1 , B_1D , A_1C , D_1B пересекаются в одной точке O , и каждая диагональ делится этой точкой пополам (рис. 2).

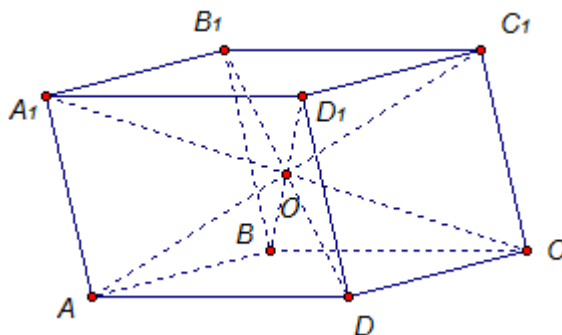


Рис. 2 Диагонали параллелепипеда пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

3. *Имеются три четверки равных и параллельных ребер параллелепипеда: 1 – AB , A_1B_1 , D_1C_1 , DC , 2 – AD , A_1D_1 , B_1C_1 , BC , 3 – AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 .*

Прямой параллелепипед

Определение. Параллелепипед называется прямым, если его боковые ребра перпендикулярны основаниям.

Пусть боковое ребро AA_1 перпендикулярно основанию (рис. 3). Это означает, что прямая AA_1 перпендикулярна прямым AD и AB , которые лежат в плоскости основания. А, значит, в боковых гранях лежат прямоугольники. А в основаниях лежат произвольные параллелограммы. Обозначим, $\angle BAD = \varphi$, угол φ может быть любым.

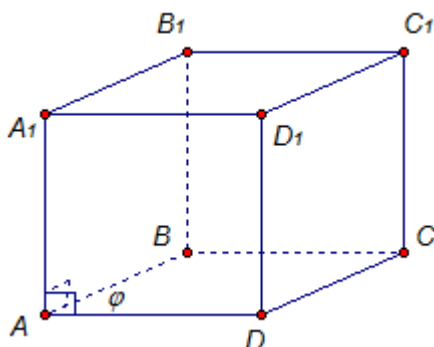


Рис. 3 Прямой параллелепипед

Итак, прямой параллелепипед - это параллелепипед, в котором боковые ребра перпендикулярны основаниям параллелепипеда.

Прямоугольный параллелепипед

Определение. Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые ребра перпендикулярны к основанию. Основания являются прямоугольниками.

Параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный (рис. 4), если:

1. $AA_1 \perp ABCD$ (боковое ребро перпендикулярно плоскости основания, то есть параллелепипед прямой).
2. $\angle BAD = 90^\circ$, т. е. в основании лежит прямоугольник.

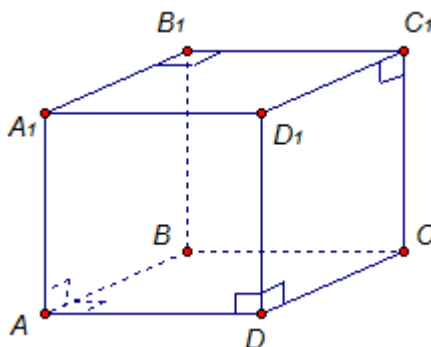


Рис. 4 Прямоугольный параллелепипед

Прямоугольный параллелепипед обладает всеми свойствами произвольного параллелепипеда. Но есть дополнительные свойства, которые выводятся из определения прямоугольного параллелепипеда.

Итак, **прямоугольный параллелепипед** - это параллелепипед, у которого боковые ребра перпендикулярны основанию. **Основание прямоугольного параллелепипеда - прямоугольник.**

Свойства прямоугольного параллелепипеда

1. *В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней прямоугольники.*

$ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ – прямоугольники по определению.

2. *Боковые ребра перпендикулярны основанию.* Значит, все боковые грани прямоугольного параллелепипеда - прямоугольники.

3. *Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда прямые.*

Рассмотрим, например, двугранный угол прямоугольного параллелепипеда с ребром AB , т. е. двугранный угол между плоскостями ABB_1 и ABC .

AB – ребро, точка A_1 лежит в одной плоскости – в плоскости ABB_1 , а точка D в другой – в плоскости $A_1B_1C_1D_1$. Тогда рассматриваемый двугранный угол можно еще обозначить следующим образом: $\angle A_1ABD$.

Возьмем точку A на ребре AB . AA_1 – перпендикуляр к ребру AB в плоскости ABB_1 , AD перпендикуляр к ребру AB в плоскости ABC . Значит, $\angle A_1AD$ – линейный угол данного двугранного угла. $\angle A_1AD = 90^\circ$, значит, двугранный угол при ребре AB равен 90° .

$$\angle(ABB_1, ABC) = \angle(AB) = \angle A_1ABD = \angle A_1AD = 90^\circ.$$

Аналогично доказывается, что любые двугранные углы прямоугольного параллелепипеда прямые.

Теорема

Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

Примечание. Длины трех ребер, исходящих из одной вершины прямоугольного параллелепипеда, являются измерениями прямоугольного параллелепипеда. Их иногда называют длина, ширина, высота.

Дано: $ABCD A_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед (рис. 5).

Доказать: $AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$.

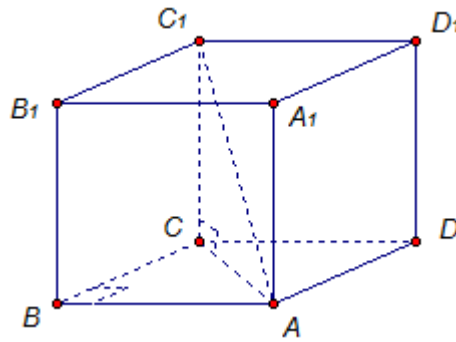


Рис. 5 Прямоугольный параллелепипед

Доказательство:

Прямая CC_1 перпендикулярна плоскости ABC , а значит, и прямой AC . Значит, треугольник CC_1A – прямоугольный. По теореме Пифагора:

$$AC_1^2 = AC^2 + CC_1^2$$

Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC . По теореме Пифагора:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Но BC и AD – противоположные стороны прямоугольника. Значит, $BC = AD$. Тогда:

$$AC^2 = AB^2 + AD^2$$

Так как $AC_1^2 = AC^2 + CC_1^2$, а $AC^2 = AB^2 + AD^2$, то $AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + CC_1^2$. Поскольку $CC_1 = AA_1$, то $AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$ что и требовалось доказать.

Следствие - Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны

Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

Обозначим измерения параллелепипеда ABC как a, b, c (см. рис. 6), тогда $AC_1 = CA_1 = B_1D = DB_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

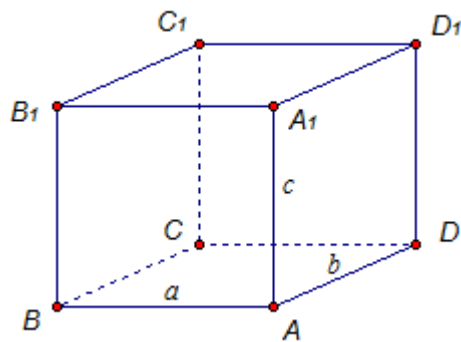


Рис. 6

Куб

Определение. Прямоугольный параллелепипед, у которого все три измерения равны, называется кубом.

Все грани куба – это равные квадраты.

Задача 1 Найти диагональ куба

Найти диагональ куба с ребром 1 (рис. 7).

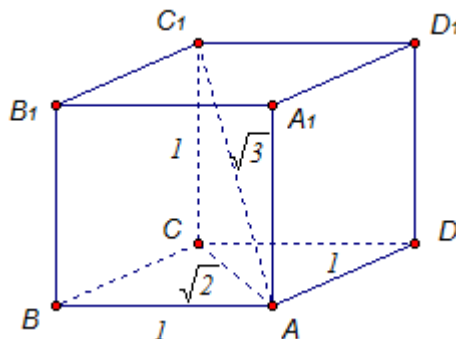


Рис. 7

Решение:

$$AC_1 = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA_1^2} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3} \text{ см.}$$

Ответ: $\sqrt{3}$ см.

Задача 2

Рисунок

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 8). Докажите, что плоскости ABC_1 и $A_1 B_1 D$ перпендикулярны.

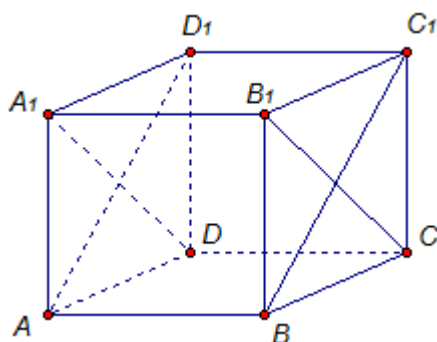


Рис. 8

Доказательство:

Прямые BC_1 и B_1C перпендикулярны как диагонали квадрата BB_1C_1C .

Прямая DC перпендикулярна плоскости BB_1C_1 , а значит, и прямой BC_1 , которая лежит в этой плоскости.

Имеем, прямая BC_1 перпендикулярна двум пересекающимся прямым B_1C и DC плоскости, значит A_1B_1D . Значит, прямая BC_1 перпендикулярна плоскости A_1B_1D .

Плоскость ABC_1 проходит через перпендикуляр BC_1 ко второй плоскости A_1B_1D , значит, плоскости ABC_1 и A_1B_1D перпендикулярны по признаку, что и требовалось доказать.

Практическая работа №15 «Площадь поверхности цилиндра»



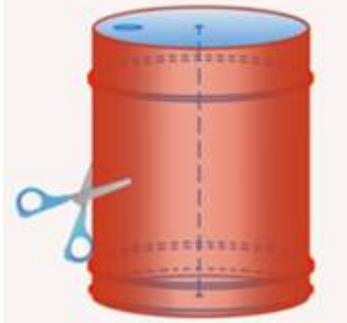
Рис. 1. Цилиндрическая бочка

Мы с вами знаем, что такое цилиндр, попробуем найти площадь его поверхности. Зачем нужно решать такую задачу? Например, нужно понять, сколько материала пойдет на изготовление цилиндрической бочки (См. Рис. 1).



Рис. 2. Пизанская башня

Или сколько кирпичей понадобится, чтобы сложить кирпичную башню (вроде Пизанской, только ровную)? (См. Рис. 2.)

	
Рис. 3. Бочка, обмотанная тканью	Рис. 4. Разрезанная ткань

Конечно, измерить площадь боковой поверхности цилиндра просто так не получится. Но представим себе все ту же бочку, обмотанную тканью. (См. Рис. 3.) Как найти площадь куска ткани? Ну конечно, разрезав ткань и разложив ее на столе! Получится прямоугольник, его площадь легко найдем. (См. Рис. 4.)

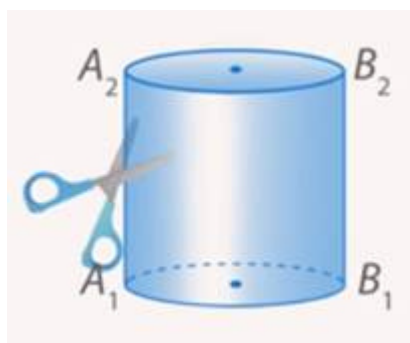


Рис. 5

Сделаем так же с цилиндром. «Разрежем» его боковую поверхность вдоль любой образующей, например A_1A_2 . (См. Рис. 5.)

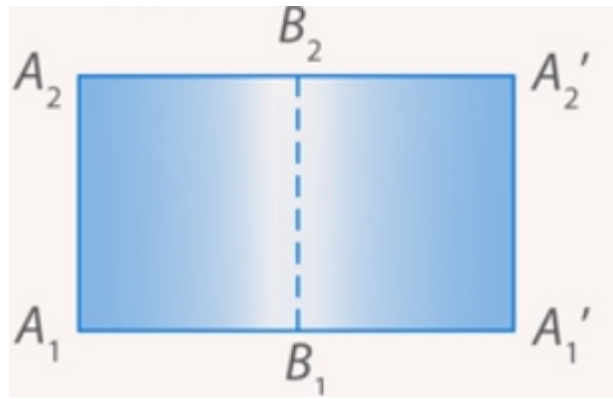


Рис. 6. Развертка боковой поверхности

Теперь «размотаем» боковую поверхность на плоскость. Получаем прямоугольник $A_1A_2B_2B_1$, где A_1 и A_1' – одна и та же точка на цилиндре (аналогично A_2 и A_2'). (См. Рис. 6.)

Такой прямоугольник называется разверткой боковой поверхности цилиндра.

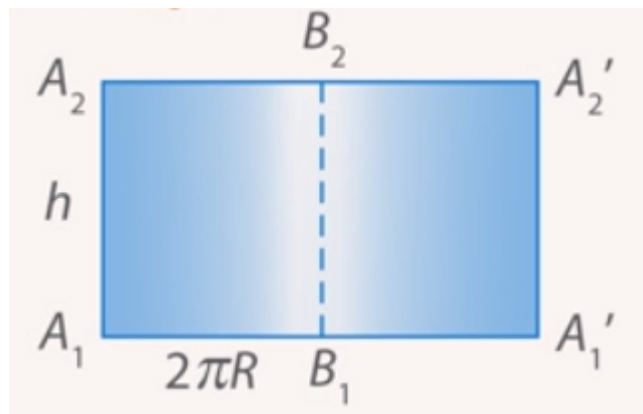


Рис. 7. Развертка боковой поверхности

Что мы знаем про этот прямоугольник? Его сторона A_1A_2 равна высоте цилиндра (ведь образующая равна высоте). Другая сторона A_1A_1' равна длине окружности основания, то есть $2\pi R$. (См. Рис. 7.)

Значит, площадь прямоугольника равна $2\pi R h$. Итак, $S_{б.п.} = 2\pi R h$, где R – радиус основания цилиндра, h – высота.

Площадь полной поверхности цилиндра

Наряду с площадью боковой поверхности можно найти и площадь полной поверхности. Для этого к площади боковой поверхности надо прибавить площади оснований. Но каждое основание – это круг радиуса R , чья площадь по формуле равна πR^2 .

Окончательно, имеем:

$S_{\text{пол}} = S_{\text{б.п.}} + 2\pi R^2 = 2\pi R(R + h)$, где R – радиус основания цилиндра, h – высота.

Примеры задач на применение выведенных формул

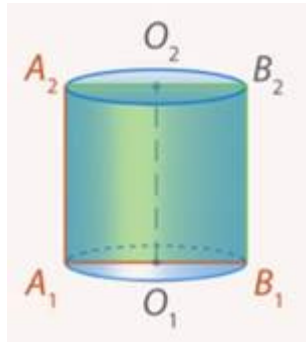


Рис. 8. Иллюстрация к примеру 1

Пример 1. Площадь боковой поверхности цилиндра равна S . Найти площадь осевого сечения цилиндра. (См. Рис. 8.)

Решение. Как мы знаем, $S_{\text{б.п.}} = 2\pi Rh$, а $S_{\text{ос}} = 2Rh$. Значит $S_{\text{ос}} = S_{\text{б.п.}} : \pi = \frac{S}{\pi}$.

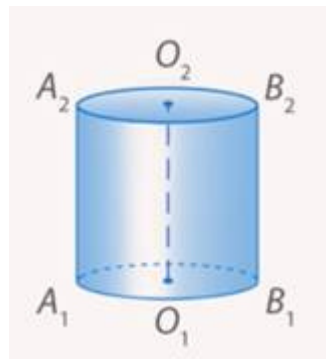


Рис. 9. Иллюстрация к примеру 2

Ответ: $\frac{S}{\pi}$.

Пример 2. Высота цилиндра на 12 см больше его радиуса, а площадь полной поверхности равна $288\pi \text{ см}^2$. Найти радиус основания и высоту. (См. Рис. 9.)

Решение. По формуле имеем: $2\pi R(R + h) = 288\pi$; $R(R + h) = 144$.

По условию, $h = R + 12$, имеем:

$$R(2R + 12) = 144; R^2 + 6R - 72 = 0;$$

$$\begin{cases} R = 6 \\ R = -12 \end{cases}$$

Так как радиус положителен, то $R = 6 \text{ см}; h = 18 \text{ см}$.

Ответ: $R = 6 \text{ см}; h = 18 \text{ см}$.

Практическая работа №16 «Объем пирамиды, конуса и шара»

Легко или сложно вычислять объемы? Пока мы умеем находить лишь объемы параллелепипедов, цилиндров и призм, поэтому задача вычисления объемов кажется довольно легкой. Действительно, и формулы доказывались без труда, и вычисления были не слишком громоздкими. Собственно, формула для нахождения объема прямоугольного параллелепипеда известна еще с начальной школы.

Идея была относительно проста. Мы ввели объем куба, через него нашли объем прямоугольного параллелепипеда, по сути, «разбив» его на кубики, отсюда пришли к призмам, а от них – к цилиндрам. Но в случае пирамиды и конуса «разбить» их на кубики не получится.

Хотя древние греки пробовали. В V веке до н. э. греческим математиком Демокритом было высказано предположение, что объем пирамиды равен трети объема призмы с тем же основанием и той же высотой. Доказать это не смог ни он, ни получивший позднее тот же результат Евклид. Впрочем, данная формула подтверждалась практикой – действительно, мы можем измерить объем любой конкретной пирамиды с любой степенью точности. Например, если взять пирамидку и заполнить ее чем-нибудь (водой, песком), а потом вычислить объем того, чем мы заполняли. Впрочем, ученые и по сей день пытаются разбить призму на три равных пирамиды, что доказало бы формулу.

Объем пирамиды и усеченной пирамиды

В наши дни формула давно доказана. И сделано это с помощью интегралов. Помним, что $V = \int_a^b S(x)dx$, где $S(x)$ – это площадь сечения фигуры плоскостью, перпендикулярной некоторой оси, которую мы провели.

С помощью этого метода выведем объем пирамиды. Начнем с объема треугольной пирамиды.

Рассмотрим пирамиду $OABC$ (O – вершина), обозначим ее объем через V ; площадь ее основания $S_{ABC} = S$; ее высота $OH = h$ (см. Рис. 1).

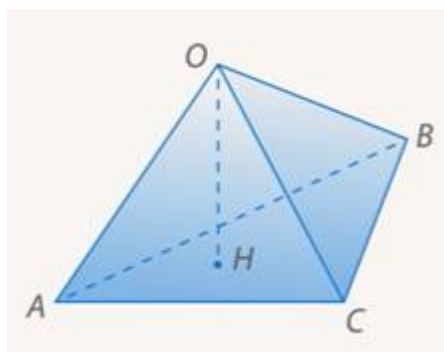


Рис. 1. Пирамида $OABC$

Проведем ось OX , совпадающую с лучом OH . Рассмотрим произвольную точку M на этой оси внутри пирамиды. Через эту точку проведем сечение $A_1B_1C_1$, перпендикулярное нашей оси. Помним, что $V = \int_0^h S(x)dx$, где $S(x)$ – площадь сечения $A_1B_1C_1$ (см. Рис. 2). Выразим, чему равно $S(x)$.

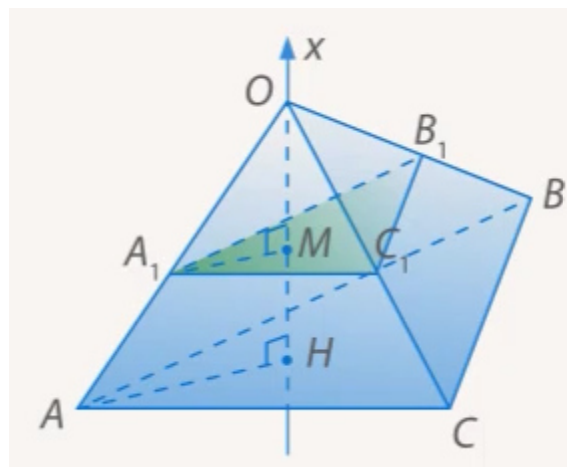


Рис. 2. Проведенные ось OX и перпендикулярное оси сечение $A_1B_1C_1$

Заметим, что $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$: из того, что плоскости $A_1B_1C_1$ и ABC перпендикулярны оси OX , следует, что плоскости параллельны, а значит, $A_1C_1 \parallel AC$, $B_1C_1 \parallel BC$ и $A_1B_1 \parallel AB$. Тогда получается, что $\triangle A_1OC_1 \sim \triangle AOC$, $\triangle B_1OC_1 \sim \triangle BOC$ и $\triangle A_1OB_1 \sim \triangle AOB$, откуда следует, что $\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{OC_1}{OC} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1B_1}{AB} = k$ (по третьему признаку подобия) (см. Рис. 3).

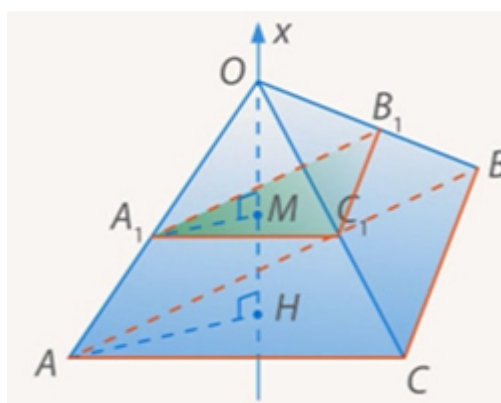


Рис. 3. Подобные треугольники

Найдем, чему равен коэффициент подобия k .

Рассмотрим $\triangle AHO$ и $\triangle A_1MO$. Они подобны с тем же коэффициентом k , т.

к. $\frac{OA_1}{OC} = \frac{OA_2}{OA} = k$, а значит, $\frac{OA_1}{OA} = \frac{OM}{OH} = k$. Из условия $OH = h$, и пусть $MH = x$, тогда $OM = h - x$. Получаем, что $\frac{OM}{OH} = \frac{h-x}{h} = k$.

Учитывая, что $\frac{S_{\triangle A_1 B_1 C_1}}{S_{\triangle ABC}} = k^2$, получаем $\frac{S(x)}{S} = \frac{(h-x)^2}{h^2}$; $S(x) = \frac{S(h-x)^2}{h^2}$.

Окончательно,

$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h \frac{S(h-x)^2}{h^2} dx = S \int_0^h \frac{(x-h)^2}{h^2} d(x-h) = S \cdot \frac{(x-h)^3}{3h^2} \Big|_0^h = 0 - \left(-\frac{S \cdot h^3}{3h^2} \right) = \frac{Sh}{3}$$

Итак, мы доказали, что объем треугольной пирамиды $V = \frac{1}{3} S \cdot h$.

Осталось вывести формулу для произвольной пирамиды. Это делается просто: разбиваем произвольную пирамиду на треугольные (см. Рис. 4).

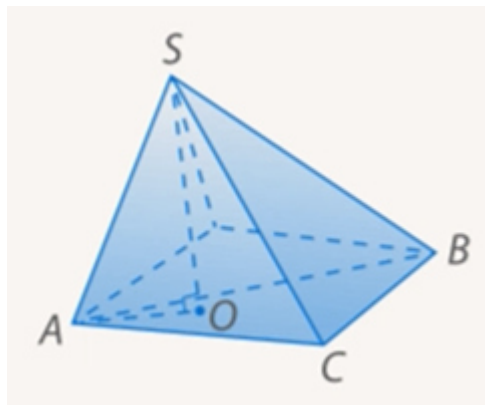


Рис. 4. Разбиение произвольной пирамиды на треугольные

Тогда

$$V_{\text{пир.}} = V_{1 \text{ тр. пир.}} + V_{2 \text{ тр. пир.}} = \frac{S_{1 \text{ осн.}} h}{3} + \frac{S_{2 \text{ осн.}} h}{3} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (S_{1 \text{ осн.}} + S_{2 \text{ осн.}}) = \frac{1}{3} h \cdot S_{\text{пир.}}$$

Итак, окончательно, теорема, которую мы доказали: объем пирамиды равен трети произведения площади ее основания и высоты $V = \frac{1}{3} S \cdot h$.

В качестве следствия можно доказать и формулу для вычисления объема усеченной пирамиды (см. Рис. 10): $V_{\text{успир.}} = \frac{1}{3} h (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$, где h – высота усеченной пирамиды, а S_1 и S_2 – площади ее оснований.

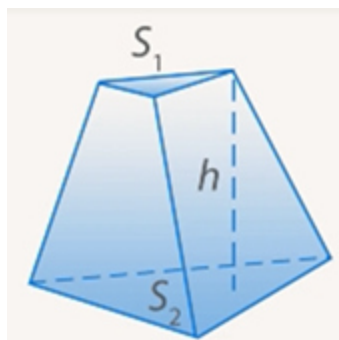


Рис. 10. Усеченная пирамида

Доказательство (без интеграла)

Докажем, что $V_{\text{пир.}} = \frac{1}{3} S \cdot h$. Как и в первом доказательстве, мы докажем формулу для треугольной пирамиды, а как она обобщается до произвольной, вы уже знаете.

Пусть $SABC$ – треугольная пирамида, S – вершина, $\triangle ABC$ – основание (см. Рис. 5).

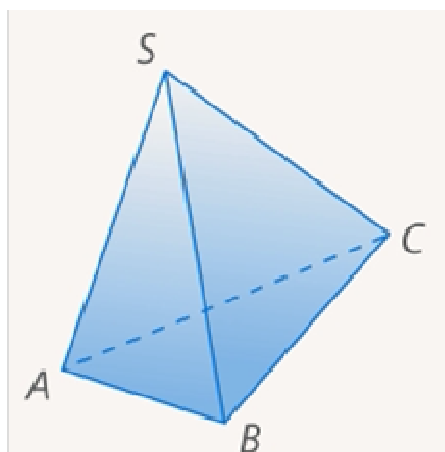


Рис. 5. $SABC$ – треугольная пирамида

Дополним эту пирамиду до призмы с тем же основанием и высотой (см. Рис. 6).

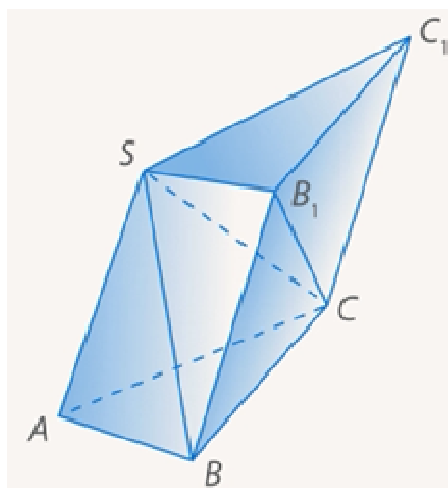


Рис. 6. Призма $ABCSB_1C_1$

Эта призма составлена из трех пирамид: данной $SABC$, $SBCB_1$ и SCC_1B_1 (см. Рис. 7).

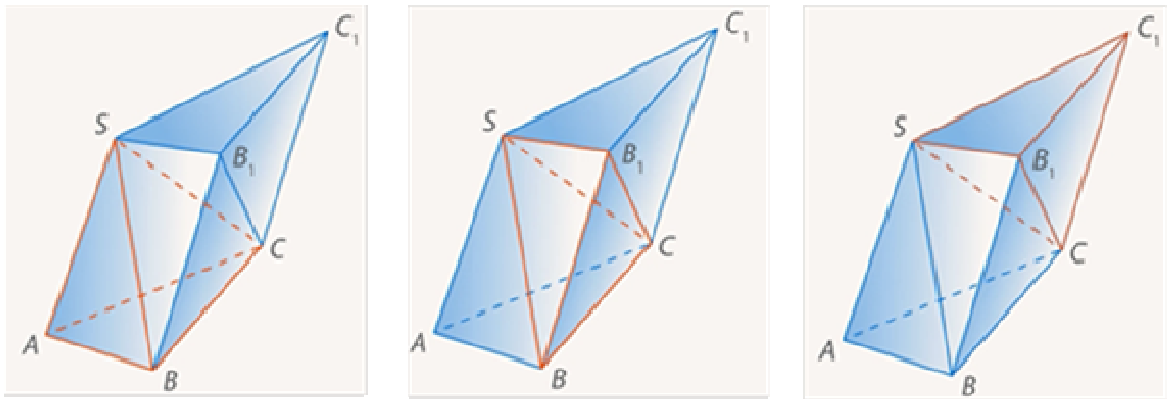


Рис. 7. Призма из трех пирамид

Рассмотрим исходную пирамиду $ABCS$ и пирамиду $BCSB_1$. Заметим, что у них $\triangle ASB = \triangle B_1BS$ (как треугольники, образовавшиеся при проведении диагонали SB в параллелограмме ASB_1B). Высоты, проведенные из точки C на каждую из этих плоскостей, совпадают $h_1 = h_2$ (см. Рис. 8).

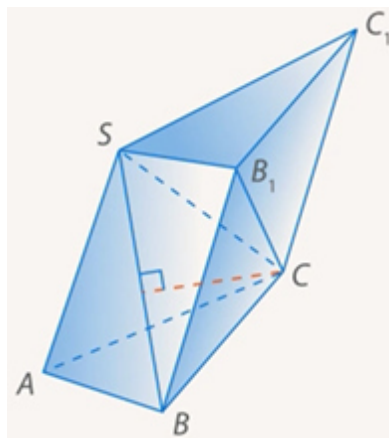


Рис. 8. Высота, проведенная к плоскости ASB_1B

Раз у пирамид $ABCS$ и $BCSB_1$ равны высоты и основания, то равны и объемы $V_{ABCS} = V_{BCSB_1}$ (следует из равенства объемов равновеликих тел).

Аналогично если рассмотреть пирамиды SCC_1B_1 и $SCBB_1$, то $V_{SCC_1B_1} = V_{SCBB_1}$, т. к. $\triangle CC_1B_1 = \triangle B_1BC$ (как треугольники, образовавшиеся при проведении диагонали B_1C в параллелограмме BB_1C_1C). Высоты, проведенные из точки S на каждую из этих плоскостей, совпадают $h_1 = h_2$ (см. Рис. 9). То есть площади оснований и высоты равны.

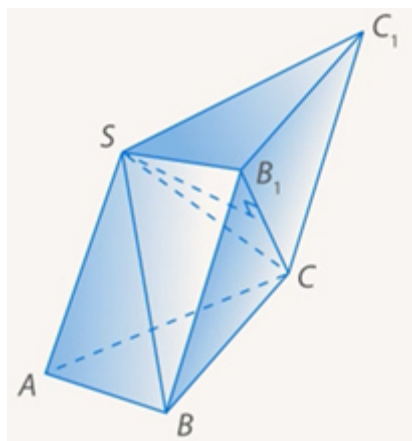


Рис. 9. Высота, проведенная к плоскости BB_1C_1C

Получили, что все три пирамиды имеют один и тот же объем $V_{SCC_1B_1} = V_{SCBB_1} = V_{ABCS}$, то есть $V_{\text{пр.}} = V_{SCC_1B_1} + V_{SCBB_1} + V_{ABCS} = 3V_{ABCS} = Sh$, откуда $V_{ABCS} = \frac{Sh}{3}$. Теорема доказана.

Объем усеченной пирамиды

Итак, пусть у усеченной пирамиды $A_1B_1C_1A_2B_2C_2$ основания имеют площади S_1, S_2 ; высота – h . Достроим эту усеченную пирамиду до обычной пирамиды. Пусть O – вершина пирамиды. Опустим высоту, она пересечет основания в точках M_1 и M_2 соответственно. Пусть $OM_2 = x$ (см. Рис. 11).

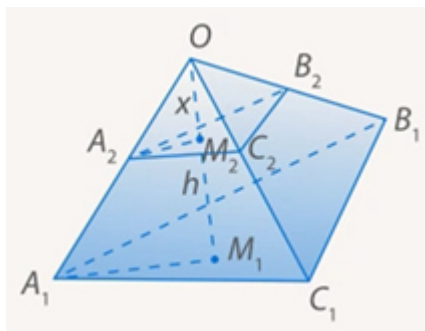


Рис. 11. Иллюстрация к условию

Заметим, что $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_2B_2C_2$ и коэффициент подобия $k = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$ (обосновывалось ранее).

Тогда очевидно, что объем усеченной пирамиды равен разности объемов большой пирамиды и малой, то есть:

$$V = V_{OA_1B_1C_1} - V_{OA_2B_2C_2} = \frac{1}{3}S_1(x+h) - \frac{1}{3}S_2 \cdot x$$

Осталось найти x .

Из того, что $\Delta A_1 B_1 C_1 \sim \Delta A_2 B_2 C_2$, получаем $\frac{A_2 M_2}{A_2 M_1} = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}}$ (в силу того что это соответствующие отрезки подобных фигур, чьи площади нам известны).

С другой стороны, $\Delta O M_2 A_2 \sim \Delta O M_1 A_1$ (было выведено ранее), тогда $\frac{O M_2}{O M_1} = \frac{h+x}{x} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$.

Значит, $(h+x)\sqrt{S_2} = x\sqrt{S_1}$, $h = x\sqrt{\frac{S_1}{S_2}} - x$, $x = \frac{h\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_1}-\sqrt{S_2}}$.

Окончательно,

$$V = \frac{1}{3} \left(S_1 \cdot \left(h + \frac{h\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_1}-\sqrt{S_2}} \right) - S_2 \cdot \frac{h\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_1}-\sqrt{S_2}} \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{hS_1\sqrt{S_1} - hS_2\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_1}-\sqrt{S_2}} \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{\sqrt{S_1}-\sqrt{S_2}} \cdot (S_1\sqrt{S_1} - S_2\sqrt{S_2}) = \frac{1}{3} h(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

в силу формулы разности кубов. Что и требовалось доказать.

Пример 1

Закрепим выведенную формулу объема пирамиды примером.

Чему равен объем V правильной треугольной пирамиды $SABC$, если $AB = 6$, $AS = 4$? (См. Рис. 12.)

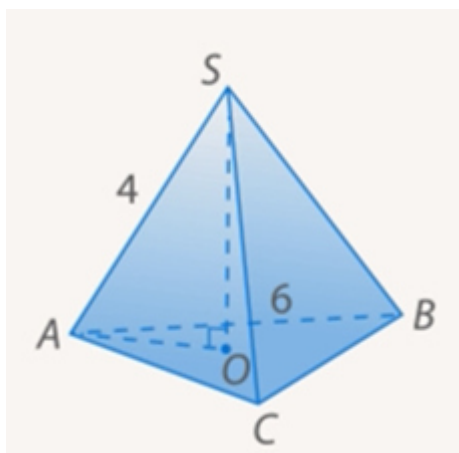


Рис. 12. Иллюстрация к задаче

Решение. Как мы знаем, $V = \frac{1}{3} S \cdot h$.

Поскольку в основании лежит правильный треугольник (см. Рис. 13),

$$\text{то } S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{36 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}.$$

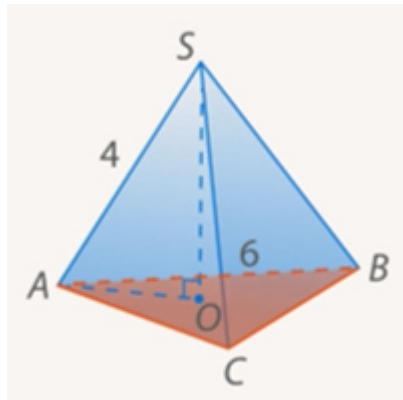


Рис. 13. Правильный треугольник в основании

Найдем высоту SO из прямоугольного треугольника $\triangle SOA$. Гипотенуза $SA = 4$, а катет OA – радиус описанной окружности, который равен $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, то есть $OA = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ (см. Рис. 14).

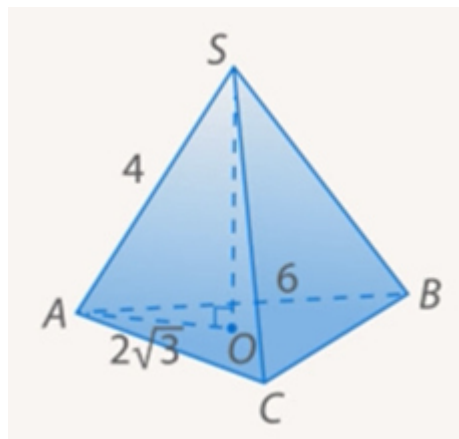


Рис. 14. Стороны $\triangle SOA$

Отсюда по теореме Пифагора $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{16 - 12} = 2$. А значит, объем равен

$$V = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3} \cdot 2 = 6\sqrt{3}.$$

Ответ: $6\sqrt{3}$.

Объем конуса и усеченного конуса

Теорема. Объем конуса (см. Рис. 15) равен $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}Sh$, где R – радиус основания конуса, h – его высота.

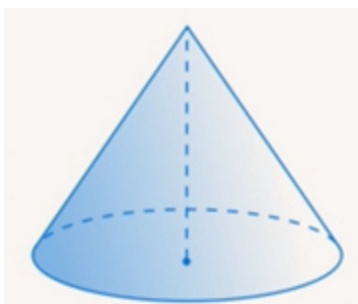


Рис. 15. Конус

Формула для вычисления объема конуса в точности совпадает с аналогичной формулой для пирамиды, так как конус – это, по сути, и есть пирамида, только в основании лежит «бесконечноугольник» – окружность (см. Рис. 16).

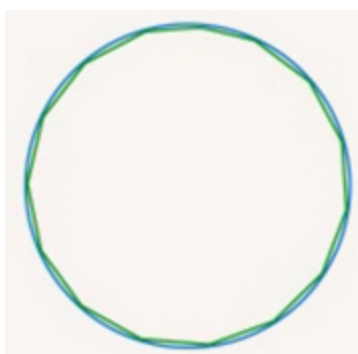


Рис. 16. Многоугольник, стремящийся к окружности

Если подставить в формулу объема пирамиды площадь основания конуса, то есть площадь круга, то мы и приходим к формуле $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$.

Доказывается же формула для конуса абсолютно аналогично пирамиде. Рассматривается такая же ось, отмечается точно такое же подобие, а дальше берется тот же самый интеграл (см. Рис. 17).

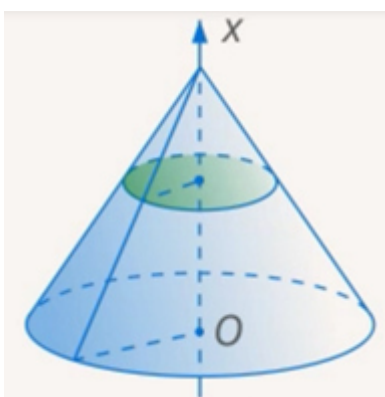


Рис. 17. Иллюстрация для доказательства формулы

Аналогичным выглядит и следствие про усеченный конус (см. Рис.

18): $V_{\text{уск}} = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2) = \frac{1}{3}\pi h(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$. Доказательство абсолютно аналогично тому, что было приведено для усеченной пирамиды.

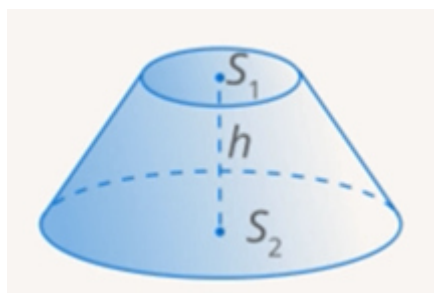


Рис. 18. Усеченная пирамида

Список задач для самостоятельного решения

1. Выяснить, каким числом (рациональным или иррациональным) является числовое значение выражения: 1) $(\sqrt{8} - 3)(3 + 2\sqrt{2})$; 2) $(\sqrt{27} - 2)(2 - 3\sqrt{3})$; 3) $(\sqrt{50} + 4\sqrt{2})\sqrt{2}$;
2. Найти абсолютную погрешность приближения 0,55 числа $\frac{5}{8}$
3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его прыдок и округлите мантиссу до тысячных. 1) 735274; 2) 32465103; 3) 6,0054;
4. Найдите значение выражения: $\left(2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}\right) \cdot \sqrt[3]{6}$.
5. Вычислите: $\frac{\left(0,216^{\frac{4}{9}}\right)^{\frac{3}{2}}}{0,09^{\frac{3}{4}} \cdot 0,027^{\frac{1}{6}}}$
6. Вычислите: $2^3 \cdot 2^{-2} + 2^{-3} \cdot 2^2 + 1,25$.
7. Найдите значение выражения: $\left(\frac{x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^{-1}}}\right)^{\frac{3}{4}}$ при $x = 0,0625$
8. Решить уравнения: 1) $(x - 2)(x + 3) = 0$; 2) $(x - 1)\sqrt{x + 4} = 0$;
9. Найдите корень уравнения: 1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} = 64$; 2) $\left(\frac{1}{7}\right)^{x-3} = 49$.
10. С какой процентной ставкой необходимо вложить деньги в банк, если через 2 года вкладчик хочет получить 120000 рублей при первоначальном взносе 100000 рублей?
11. Вычислить, используя определение и свойства логарифмов: $5^{\log_5 16} - 11^{\log_{11} 12}$
12. Решите уравнение: $\log(2x^2 - 7x + 6) - \log(x - 2) = \log x$
13. Найдите значение выражения 1) $3\operatorname{tg}45^\circ - \sqrt{3}\operatorname{ctg}60^\circ + 4\sin30^\circ$
14. Доказать тождество $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
15. Вычислить $\cos(\alpha + \beta)$, если $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ и $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$
16. Преобразовать в произведение $\sin 18^\circ + \sin 20^\circ$
17. Упростить выражение $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$

18. Вычислить $\sin \frac{13\pi}{6} - \cos \frac{11\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{11\pi}{4}$.
19. Решить уравнение, разложив на множители его левую часть $\sin x - \sin 3x = 0$
20. Решить неравенство 1) $\cos x \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$; 2) $\sin 2x > \frac{1}{2}$
21. Вычислите $2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg}(-1) + \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$
22. Решить уравнение $\sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
23. Найти все решения уравнения на заданном отрезке $\cos \frac{x}{3} = \frac{1}{2}, [-6\pi; 6\pi]$
24. Найти область определения и область значений каждой из функций 1) $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; 2) $y = 2 + \frac{4}{x-3}$
25. Найдите точки максимума и минимума функции ее максимумы и минимумы $y = -x^2 + 6x - 8$
26. Выяснить, является ли, четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной функция: 1) $y = x^3 - \frac{x}{2} + \sin x$; 2) $y = x^2 + \cos 3x$;
27. Сколько различных двухзначных чисел с разными цифрами можно составить, используя цифры: 1) 1 и 5; 2) 0 и 6; 3) 2, 4 и 6; 4) 0, 1 и 8; 5) 3, 4, 5 и 6; 6) 0, 2, 3, 4 и 6?
28. Администрация города решила переименовать 3 улицы. К выбору были предложены 7 названий. Сколькими способами могут быть переименованы эти 3 улицы?
29. Сколькими способами можно разместить 6 различных автомобилей в семи одноместных боксах?
30. В магазин поступило 30 холодильников, пять из которых имеют заводской дефект. Случайным образом выбирают один холодильник. Какова вероятность того, что он будет без дефекта?
31. Какова вероятность того, что в четырех сданных картах будет один туз и один король?
32. Найти: а) математическое ожидание, б) дисперсию, в) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X по известному закону ее распределения, заданному таблично:
- | | | | | |
|--|----|----|----|----|
| | | | | |
| | ,2 | ,5 | ,2 | ,1 |
33. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 150. Найти b_1 , если $q = 1/3$
34. Вычислить производную функции $(12 - 7x)^3 \cdot (x^3 - 2x)^4$
35. С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$.
36. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^3 + x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.
37. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \cos x$, осью OX и прямыми $x = -\frac{\pi}{6}$ и $x = \pi$

38. Найдите первообразную $f(x) = 5e^{2x+3} + 4x^2$
39. Решить уравнение $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$
40. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3^{y+1} - 2^x = 5, \\ 4^x - 6 \cdot 3^y + 2 = 0. \end{cases}$
41. Решите уравнение: $\sqrt{2x - x^2 + 8} + \sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{-x - 2} + 1$
42. Решить неравенство $\frac{1}{x^2 - 8x + 7} > \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 8x + 7}$
43. Изобразите расстояние и угол между скрещивающимися диагоналями параллельных граней куба.
44. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найти угол между прямыми $A_1 D$ и $D_1 E$, где E - середина ребра CC_1
45. Дана прямая и две точки A и B , расположенные по одну сторону от неё. Найдите на прямой такую точку C , чтобы треугольник ABC имел наименьший периметр.
46. Найдите объем цилиндра с высотой, равной 5 см, если диагональ осевого сечения цилиндра образует с плоскостью основания угол 45 градусов.
47. Площадь сечения шара плоскостью, проведенной через конец диаметра под углом 60° к нему, равна $75\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь поверхности шара.
48. Найдите диаметр шара, объем которого равен $36\pi \text{ см}^3$.
49. Стороны треугольника равны 12 см и 9 см, а угол между ними 30° . найти площадь треугольника
50. Написать уравнение сферы с центром в точке $C(2; -3; 5)$ и радиусом, равным 6.

Проверка выполнения самостоятельной работы. Самостоятельная работа направлена на самостоятельное освоение и закрепление результатов обучения.

Самостоятельная подготовка обучающихся по дисциплине предполагает следующие виды и формы работы:

- *Написание и защита доклада; подготовка к сообщению или беседе на занятии по заданной преподавателем теме.*
- *Выполнение расчетных заданий.*

Проверка выполнения контрольных работ. Контрольная работа проводится с целью результатов обучения и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся в конце изучения темы или раздела. Согласно календарно-тематическому плану дисциплины предусмотрено проведение следующих контрольных работ:

- Контрольная работа №1 по теме «Корни, степени, логарифмы»
- Контрольная работа № 2 по теме «Преобразование тригонометрических выражений»
- Контрольная работа № 3 по теме «Основы тригонометрии»
- Контрольная работа № 4 по теме «Степенные, показательные, логарифмические функции»
- Контрольная работа № 5 по теме «Бином Ньютона и треугольник Паскаля»
- Контрольная работа №6 по теме «Элементы математической статистики и теории вероятности»
- Контрольная работа №7 по теме «Начала математического анализа»»
- Контрольная работа №8 по теме «Интеграл и его применение»
- Контрольная работа №9 по теме «Решение уравнений различными методами»
- Контрольная работа №10 по теме «Уравнения и неравенства»
- Контрольная работа №11 по теме «Прямые и плоскости в пространстве»

- Контрольная работа №12 по теме «Многогранники и тела вращения»
- Контрольная работа №13 по теме «Координаты и векторы»

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Вычислить:

а. $9^{\frac{3}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$

б. $\left(27^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{5}} \cdot 2\right)^{\frac{5}{6}}$

в. $\log_{35} 7 + \log_{35} 5$

г. $\log_{14} 56 - 2 \log_{14} 2$

2. Решите уравнение и неравенства:

а. $\left(\frac{1}{64}\right)^x = \sqrt{\frac{1}{8}}$

б. $3^{x+2} - 3^x = 72$

в. $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$

г. $\log_3(x-12) = 2$

д. $\lg(x+4) - \lg(x-3) = \lg 8$

е. $\log_2^2 x - 6 \log_2 x = -8$

Вариант 2

1. Вычислить:

а. $\left(72^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 36^{\frac{1}{6}} : 2^{\frac{4}{3}}$

б. $12^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}} \cdot (0,5)^{\frac{2}{3}}$

в. $\log_{\frac{1}{2}} 18 - \log_{\frac{1}{2}} 9$

г. $\frac{1}{2} \log_{14} 16 + 2 \log_{14} 7$

2. Решите уравнение и неравенства:

а. $3^{\frac{1}{2}(x-5)} = 3\sqrt{3}$

б. $2^{x+3} - 2^x = 112$

в. $5^x + \frac{125}{5^x} = 30$

г. $\log_5(x+10) = 2$

д. $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$

е. $\lg^2 x + \lg x^2 = \lg^2 2 - 1$

Контрольная работа №2

Преобразование тригонометрических выражений

Вариант № 1

1) Вычислить

$$\cos \frac{21\pi}{2}; 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right); \operatorname{tg} 930^\circ; \sin \frac{11\pi}{6}$$

$$\frac{\sin x - 3 \cos x}{2 \sin x + 5 \cos x}, \text{ если } \operatorname{tg} x = -2$$

2) Решите уравнения

а) $\cos(-3x) = -1$; б) $\operatorname{tg}(5\pi + x) = 0$

в) $\sin(2x + 6\pi) + \cos \pi/4 = \sqrt{2}/2$

3) Упростите выражения

а) $\frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{\cos x - 1}$

б) $\frac{1 + \sin 2x + \sin\left(\frac{3}{2}\pi - 2x\right)}{1 + \sin 2x - \sin\left(\frac{3}{2}\pi + 2x\right)}$

в) $\frac{1 - (\sin x - \cos x)^2}{1 - 2 \cos^2 x}$

Вариант № 2

1) Вычислить

$$\sin \frac{15\pi}{2}; \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cdot 3 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right); \operatorname{ctg} 930^\circ; \cos \frac{11\pi}{6}$$

$$\frac{-2 \sin x + 3 \cos x}{4 \cos x + 3 \sin x}, \text{ если } \operatorname{tg} x = -3$$

2) Решите уравнения

а) $\sin(-2x) = -1$; б) $\operatorname{ctg}(7\pi + x) = 0$

в) $\cos(8\pi + 3x) + 1 = \operatorname{tg} \pi/4$

3) Упростите выражения

а) $\frac{\cos x - \operatorname{ctg} x}{\sin x - 1}$

б) $\frac{\sin(\pi - x) + \sin \frac{x}{2}}{1 - \sin\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) + \cos \frac{x}{2}}$

в) $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x \cos x}$

г*) $\cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \dots \cdot \cos \frac{7\pi}{15}$

д*) $\frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$

е*) $\frac{-\sin 47^\circ - \sin 61^\circ + \sin 11^\circ + \sin 25^\circ}{\cos 7^\circ}$

$$\text{жс}^*) 2(\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha)^2 - \sin^8 \alpha - \cos^8 \alpha;$$

$$3^*) \sqrt{4 \cos^4 4^\circ + 3 - 6 \cos 8^\circ} + \sqrt{4 \sin^4 4^\circ + 3 + 6 \cos 8^\circ}$$

4) Дано $\cos p = -5/13$, $\pi/2 < p < \pi$
Найти $\sin(\pi/3 - p)$

4) Дано $\sin p = 8/17$, $\pi/2 < p < \pi$
Найти $\cos(\pi/6 - p)$

5) Сравните с 0 выражения

$\cos 5$; $\operatorname{tg} 1,6\pi$; $\sin 11\pi/9$

$\sin 4$; $\cos 1,8\pi$; $\operatorname{ctg} 9\pi/7$

6) Найми x , если

$\sin 28^\circ - \sin x = -2 \sin 21^\circ \cdot \cos 49^\circ$

$\cos 51^\circ - \cos x = 2 \sin 17^\circ \cdot \sin 68^\circ$

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Найдите знак выражения:

$$\frac{\sin 150^\circ \cdot \operatorname{tg}^2 280^\circ}{\operatorname{ctg} 140^\circ \cdot \cos 160^\circ}$$

2. Вычислите:

а)

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} + \operatorname{tg} \pi - \sin \frac{3\pi}{2} - \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + \sin \pi$$

б) $\cos(-\pi) \cdot \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \cdot \sin \left(-\frac{3\pi}{2} \right)$

3. Вычислите: $\cos a$, $\operatorname{tg} a$ и $\operatorname{ctg} a$, если

$$\sin a = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < a < \pi$$

4. Докажите тождество

$$\operatorname{tg}^2 a - \sin^2 a = \sin^2 a \cdot \operatorname{tg}^2 a$$

5. Решите уравнения:

а. $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$

б. $\cos \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{6} \right) = -1$

в. $2 \sin^2 x + 3 \cos x - 3 = 0$

Вариант 2

1. Найдите знак выражения:

$$\frac{\operatorname{tg} 225^\circ \cdot \operatorname{ctg} 280^\circ}{\sin 160^\circ \cdot \cos 310^\circ}$$

2. Вычислите:

а) $\sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{3\pi}{2} + \cos \pi - \operatorname{tg} 0 + \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{2}$

б) $\cos^3 \left(-\frac{\pi}{3} \right) - \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{4} \right) + \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3} \right)$

3. Вычислите: $\sin a$, $\operatorname{tg} a$ и, если

$$\cos a = -\frac{12}{13}, \pi < a < \frac{3\pi}{2}$$

4. Докажите тождество

$$\cos a (\sin a + \cos a) (1 - \operatorname{tg} a) = \cos^2 a - \sin^2 a$$

5. Решите уравнения:

а. $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

б. $\sin \left(\frac{x}{8} + \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

в. $\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$

Контрольная работа №4

Вариант № 1

Вариант № 2

Вариант № 3*

Вариант № 4*

Решите системы уравнений

$$\begin{array}{llll}
1) \begin{cases} x^3 + y^3 = 9 \\ \log_2 x + \log_2 y = 1 \end{cases} & 1) \begin{cases} x^3 - y^3 = 56 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases} & 1) \begin{cases} (x-y)y = 30 \\ (x+y)xy = 120 \end{cases} & 1) \begin{cases} (x-y)x^2y^2 = 4 \\ (x+y)x^2y^2 = 12 \end{cases} \\
2) \begin{cases} 3^y + x = 10 \\ y - \log_3 x = 2 \end{cases} & 2) \begin{cases} 2^x + y = 5 \\ x - \log_2 y = 2 \end{cases} & 2) \begin{cases} x^2 - y\sqrt{xy} = 36 \\ y^2 - x\sqrt{xy} = 72 \end{cases} & 2) \begin{cases} (2^x + 1) \cdot 2^{y+1} = 9 \\ \sqrt{x+y^2} = x+y \end{cases} \\
3) \begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 1 \\ xy = 8 \end{cases} & 3) \begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 1 \\ x - y = 7 \end{cases} & 3) \begin{cases} x^2 = 1 + 6\log_4 y \\ y^2 = y \cdot 2^x + 2^{2x+1} \end{cases} & 3) \begin{cases} x^2 + x\sqrt[3]{xy^2} = 80 \\ y^2 + y\sqrt[3]{yx^2} = 5 \end{cases} \\
4) \begin{cases} 5 \cdot 3^{x-1} - 3 \cdot 2^y = -1 \\ 3^{x+1} - 5 \cdot 2^{y-1} = 4 \end{cases} & 4) \begin{cases} 2 \cdot 4^x + 3 \cdot 5^y = 11 \\ 5 \cdot 4^x + 4 \cdot 5^y = 24 \end{cases} & 4) \begin{cases} x^{y^2-15y+56} = 1 \\ y - x = 5 \end{cases} & 4) \begin{cases} x\sqrt{x} + 3y\sqrt{x} = 36 \\ y\sqrt{y} + 3x\sqrt{y} = 28 \end{cases}
\end{array}$$

5*) При каких значениях p система неравенств не имеет решений?

$$\begin{cases} (x-p) \cdot (px-2p-3) \geq 0 \\ px \geq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} px^2 + (p-3) + 2/p - 2p \geq 0 \\ px \geq p^2 - 2 \end{cases}$$

Контрольная работа №5

1 вариант

$$1) 2! \quad 2) 5! \quad 3) 10 \frac{8!}{4!} \quad 4) C_6^6 \quad 5) C_4^2 \cdot C_2^1$$

1. Найдите значение:

2. Вычислите значение бинома:

$$1) (2a + 3b)^4 \quad 2) (a - 2b)^3 \quad 3) \left[\frac{1}{2}c + 4 \right]^4 \quad 4) \left[\frac{1}{3}c - 3 \right]^4$$

3. Запишите, как называется многочлен вида $(c + b)^n$ _____

4. Как располагаются биномиальные коэффициенты _____

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена $(2a + 3)^4$ в виде треугольника Паскаля

2 Вариант

$$1) 3! \quad 2) 1! \quad 3) 2 \frac{8!}{4!} \quad 4) C_6^3 \quad 5) C_5^2 \cdot C_4^2$$

1. Найдите значение:

2. Вычислите значение бинома:

$$1) (a + 2b)^4 \quad 2) (2a - b)^3 \quad 3) \left[\frac{1}{3}c + 2 \right]^4 \quad 4) \left[\frac{1}{4}c - 4 \right]^4$$

3. Запишите, как называется многочлен вида $(a - b)^n$ _____

4. Как располагаются биномиальные коэффициенты _____

5. Запишите коэффициенты разложения двучлена $(3a + 2)^4$ в виде треугольника Паскаля

Контрольная работа №6

Вариант 1

1) В соревнованиях по лёгкой атлетике участвуют 8 спортсменов из Чехии, 3 спортсмена из Франции, 7 спортсменов из Германии, 6 - из России. Порядок, в котором выступают спортсмены определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен который выступает первым, окажется из России.

2) Завод выпускает детали для комбайнов - подшипники. В среднем на 250 деталей приходится 7 со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что выпущенная деталь окажется качественной.

- 3) Бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадает 12 очков.
- 4) В урне 30 шаров: 14 красных, 11 синих, 5 белых. Найдите вероятность того, что наугад выбранный шар — цветной.
- 5) В ящике лежит 11 деталей, 3 из них нестандартные. Из ящика дважды берут по одной детали, не возвращая их обратно. Найдите вероятность того, что во второй раз из ящика будет извлечена стандартная деталь - событие В, если первый раз была извлечена нестандартная деталь - событие А.

Вариант 2

- 1) В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Ирана, 6 спортсменов из Турции, 5 спортсменов из Финляндии, 7 - из России. Порядок, в котором выступают спортсмены определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен который выступает последним, окажется из Турции.
- 2) Завод выпускает детали для автомобилей - подшипники. В среднем на 270 деталей приходится 9 со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная деталь окажется качественной.
- 3) Бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадает 11 очков.
- 4) В урне 20 шаров: 8 красных, 9 синих, 3 белых. Найдите вероятность того, что наугад выбранный шар — цветной.
- 5) В ящике лежит 13 деталей, 4 из них нестандартные. Из ящика дважды берут по одной детали, не возвращая их обратно. Найдите вероятность того, что во второй раз из ящика будет извлечена стандартная деталь - событие В, если первый раз была извлечена нестандартная деталь - событие А.

Контрольная работа №7

Вариант 1

1. Найдите производную функции:

а. $y = 3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3}$

б. $y = (3x^2 - 5x + 4) \cdot (2x^5 + 3)$

в. $y = \frac{3x - 5}{2x - 4}$

2. Найдите дифференциал функции:

а. $y = 7x^5 - 2x^3 + 8x - \frac{\pi}{2}$

б. $y = (3x^4 - 8x^3) \cdot (2x^6 + 5x)$

в. $y = \frac{4 - 5x}{4x + 7}$

3. Исследовать функцию и построить график: $y = 2x^3 + 6x^2 - 9$;

4. Вычислить определённые интегралы:

а. $\int_{-2}^3 (2x^3 + x^2 - 5) dx$

Вариант 2

1. Найдите производную функции:

а. $y = 4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}$

б. $y = (9x^2 + 4x - 1) \cdot (3x^4 - 2)$

в. $y = \frac{5 - 2x}{3x + 7}$

2. Найдите дифференциал функции:

а. $y = -\frac{15}{x} + 2\sqrt{x} - \operatorname{ctg} x$

б. $y = (8x^5 + 7x^4) \cdot (3x^3 - 4x)$

в. $y = \frac{4x - 9}{3 - 5x}$

3. Исследовать функцию и построить график: $y = -3x^2 + 6x + 2$;

4. Вычислить определённые интегралы:

а. $\int_{-3}^1 (3x^4 - x^3 + 2) dx$

$$б. \int_{-1}^3 (5-2x)^2 dx$$

5. Вычислите площади фигур, ограниченных линиями:

а) $y = 2x - x^2$, $y = 0$

б) $y = x^2$, $y = -2x + 18$

6. Скорость движения точки $v = (9t^2 - 8t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.

$$б. \int_{-1}^1 (2+3x)^2 dx$$

5. Вычислите площади фигур, ограниченных линиями:

а) $y = 1 - x^2$, $y = 0$

б) $y = x^2$, $y = -3x$

6. Скорость движения точки изменяется по закону $v = (3t^2 + 2t + 1)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 10с от начала движения.

Контрольная работа №8

Вариант № 1

Вычислите площади фигур, ограниченных графиками

1) $y = -x^2 + 4x - 3$, $y = 0$

1-б) $y = x^2 - 2$, $y = 2x - 2$

2) $y = x^2 + 4x + 10$, $x = 0$ и

касательной в точке $x_0 = -3$

3) $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = \pi/4$, $x = \pi$

4) $f(x) = 4x$, $F(x)$, если график функции $f(x)$ пересекает график своей первообразной $F(x)$ в двух точках, одна из которых $(-1; -4)$.

5) $f(x) = -2x + 4$, $F(x)$, $x = 1$, если график функции $f(x)$ является касательной для графика $F(x)$.

6) $y = 8/x$, $y = 6 - x$

7) $y = e^x$, $y = e^2$, $x = 0$

8) $y = |\sin x|$; $x = \frac{4\pi}{3}$; $\pi \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$; $y = 0$

9) $y = \sqrt{|x|}$, $y = 0$, $x = -4$, $x = 1$

10) Найти p , если известна площадь фигуры, ограниченной графиками

$y = \sqrt{x}$, $y = px^2$, $S = 2\frac{2}{3}$

$y = \sqrt{x}$, $y = px$, $S = 4,5$

11) В каком отношении парабола $y = 1/2 x^2$ [$y = x^2$] делит площадь круга $x^2 + y^2 \leq 8$ [$x^2 + y^2 \leq 2$]?

Вариант № 2

1) $y = -x^2 + x + 2$, $y = 0$

1-б) $y = x^2 - 2$, $y = 2x - 2$

2) $y = x^2 - 2x + 5$, $x = 0$, и

касательной в точке $x_0 = 2$

3) $y = \sin x$, $y = \cos x$, $-3\pi/2 \leq x \leq \pi/2$

4) $f(x) = 2x$, $F(x)$, если график функции $f(x)$ пересекает график своей первообразной $F(x)$ в двух точках, одна из которых $(3; 6)$.

5) $f(x) = -2x - 4$, $F(x)$, $x = -4$, если график функции $f(x)$ является касательной для графика $F(x)$.

6) $y = 3/x$, $y = 4 - x$

7) $y = e^{-x}$, $y = e$, $x = e$

8) $y = |\cos x|$; $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$; $y = 0$; $x = \frac{5\pi}{6}$

9) $y = \sqrt{|x|}$, $y = 0$, $x = -9$, $x = 4$

Контрольная работа №9

Вариант 1.

Решите уравнения

1. Методом группировки $x^3 - 7x^2 - 21x + 27 = 0$

2. Используя Горнера $4x^3 + x^2 - 5 = 0$

3. Методом замены переменной $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 6x + 9 = 0$

4. Методом замены переменной $x(x-1)(x-2)(x-3) = 8$

5. Методом замены переменной $(2x-1)^2(x+2)^2 - (2x-1)(x^2-4) - 2(x-2)^2 = 0$

6. Найдите все значения b , при которых один из корней уравнения $x^3 + 3x^2 - bx - 8 = 0$ равен. Для каждого из найденных значений b определите остальные корни уравнения.

Вариант 2.

Решите уравнения.

1. Методом группировки $3x^3 - 5x^2 + 15x - 81 = 0$
2. Используя схему Горнера $2x^3 - 3x^2 - 4x + 1 = 0$
3. Методом замены переменной $x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x + 16 = 0$
4. Методом замены переменной $x(x+2)(x+3)(x+5) = -5$
5. Методом замены переменной $(2x+1)^4 - (2x^2+5x+2)^2 - 12(x+2)^4 = 0$
6. Найдите все значения b , при которых один из корней уравнения равен -2 . Для каждого из найденных значений b определите остальные корни уравнения.

Контрольная работа №10

Вариант 1

Решите уравнение и неравенство:

1. $x + \sqrt{41 - x^2} = 9$
2. $\sqrt{x-3} = x-9$
3. $2^x + 2^{2x+2} - 3 \cdot 2^{2x+1} > -3$
4. $2^{3x} > \frac{1}{8}$
5. $\log_2^2 x - 6\log_2 x = -8$
6. $\log_3(x+2) < 3$
7. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
8. $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$
9. $\operatorname{ctgx} < \sqrt{3}$
10. $\begin{cases} 2y - 3x = 6, \\ 2x + y = \log_3 135 - \log_3 5 \end{cases}$

Вариант 2

Решите уравнение и неравенство:

1. $\sqrt{6-x} = x$
2. $\sqrt{x^2-4} = \sqrt{5}$
3. $3^{x^2-4} > 1$
4. $3^{x-1} \cdot 2^x > 25$
5. $\lg^2 x + \lg x^2 = \lg^2 2 - 1$
6. $\log_8(4-2x) \geq 2$
7. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
8. $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$
9. $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$
10. $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ \left(\frac{3}{27}\right)^y = \left(\frac{1}{9}\right)^{x-2} \end{cases}$

Контрольная работа №11

Вариант 1

1. Из точки A к плоскости α проведены перпендикуляр и наклонная, угол между которыми 60° . Найти длину наклонной и ее проекции на плоскость α , если длина перпендикуляра равна 50 см.
2. Из вершины C , равнобедренного прямоугольного треугольника с прямым углом C , проведен к плоскости этого треугольника перпендикуляр KC , $AC =$

Вариант 2

1. Из точки C к плоскости α проведены перпендикуляр и наклонная, угол между которыми 45° . Найти длину наклонной и ее проекции на плоскость α , если длина перпендикуляра равна 40 см.
2. Из точки O к плоскости α проведены две наклонные OA и OB , равной длины, угол между которыми 60° , а расстояние

- 8см. Найти длину перпендикуляра и угол между прямой КА и плоскостью треугольника, если расстояние от точки К до середины гипотенузы 6см.
3. Двугранный угол равен 45° . На одной из граней лежит точка, удаленная от другой грани на расстоянии 18см. Найти расстояние до ребра двугранного угла.
 4. Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости α . Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.
 - а) Каково взаимное положение прямых EF и AB ?
 - б) Чему равен угол между прямыми EF и AB , если $\angle ABC = 150^\circ$? Поясните ответ.
 5. Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:
 - а) параллельными;
 - б) скрещивающимися?
 Сделайте рисунок для каждого возможного случая.
- между их основаниями 12см. Найти расстояние между основанием перпендикуляра и серединой отрезка AB , если угол между прямой OA и плоскостью α равен 30° .
3. Двугранный угол равен 30° . На одной из граней лежит точка, удаленная от другой грани на расстоянии 40см. Найти расстояние до ребра двугранного угла.
 4. Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC . Точка P – середина стороны AD , а K – середина стороны DC .
 - а) Каково взаимное положение прямых PK и AB ?
 - б) Чему равен угол между прямыми PK и AB , если $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle BCA = 80^\circ$? Поясните ответ.
 5. Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:
 - а) параллельными;
 - б) скрещивающимися?
 Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

Контрольная работа №12

Вариант 1

- 1) Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наибольшая боковая грань - квадрат.
- 2) Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол 45° .
 - а) Найдите высоту пирамиды.
 - б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3) Ребро правильного тетраэдра $DABC$ равно a . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра DA параллельно плоскости DBC , и найдите площадь этого сечения.
- 4) Осевое сечение цилиндра - квадрат, длина диагонали которого равна 36 см. Найдите радиус основания цилиндра, а) 9 см; б) 8 см; в) $8\sqrt{3}$ см; г) $9\sqrt{2}$ см.
- 5) Высота конуса равна $4\sqrt{3}$ см, а угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите площадь основания конуса, а) $120\sqrt{2}$ см²; б) 136π см²; в) 144π см²; г) $24\sqrt{3}\pi$ см².
- 6) Стороны треугольника MKN касаются шара. Найдите радиус шара, если $MK = 9$ см, $MN = 13$ см; $KN = 14$ см и расстояние от центра шара O до плоскости MNK равно $\sqrt{6}$ см. а) $4\sqrt{2}$ см; б) 4 см; в) $3\sqrt{3}$ см; г) $3\sqrt{2}$ см.

Вариант 2

- 1) Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см и катетом 12 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наименьшая боковая грань - квадрат.

- 2) Высота правильной четырехугольной пирамиды равна $\sqrt{6}$ см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60° .
- а) Найдите боковое ребро пирамиды.
 б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3) Ребро правильного тетраэдра $DABC$ равно a . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середины ребер DA и AB параллельно ребру BC , и найдите площадь этого сечения.
- 4) Радиус основания цилиндра 3, высота 8. Найдите диагональ осевого сечения.
- 5) Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса, а) 19 см; б) 17 см; в) 13 см; г) $13\sqrt{3}$ см.
- 6) Вычислите площадь круга, площадь которого равна площади сферы радиуса 5 м. а) 20 м²; б) 10 м²; в) 5 м²; г) 15 м².

Контрольная работа №13

Вариант 1

1. Определите длину вектора a , если:
- а) $a(-4;3;0)$; б) $a(0;-8;6)$; в) $a(-9;0;0)$.
2. Точка C – середина отрезка AB . Найдите координаты точки:
- а) C , если $A(2;-3;7)$ и $B(-1;1;-3)$;
 б) A , если $C(1;0;3)$ и $B(-2;5;0)$;
 в) B , если $A(-2;3;1)$ и $C(0;-3;5)$.
3. Найдите расстояние между точками A и B :
- а) $A(7;1;5)$ и $B(3;1;2)$; б) $A(3;2;-2)$ и $B(-5;2;4)$.
4. Запишите уравнение сферы с центром в точке O и радиусом R :
- а) $O(0;0;0)$, $R=3$; б) $O(1;-2;4)$, $R=2$; в) $O(-3;0;2)$, $R=7$.
5. Вычислите косинус угла между векторами $a(1;-2;2)$ и $b(3;4;0)$.

Вариант 2

1. Определите длину вектора a , если:
- а) $a(8;6;0)$; б) $a(4;0;-3)$; в) $a(0;0;-7)$.
2. Точка C – середина отрезка AB . Найдите координаты точки:
- а) C , если $A(0;5;-2)$ и $B(4;-1;0)$;
 б) A , если $C(2;0;-1)$ и $B(3;-2;1)$;
 в) B , если $A(1;-3;0)$ и $C(2;1;3)$.
3. Найдите расстояние между точками A и B :
- а) $A(2;3;4)$ и $B(10;3;-2)$; б) $A(2;0;1)$ и $B(-2;3;1)$.
4. Запишите уравнение сферы с центром в точке O и радиусом R :
- а) $O(1;-2;0)$, $R=5$; б) $O(0;0;0)$, $R=6$; в) $O(-3;2;5)$, $R=1$.
5. Вычислите косинус угла между векторами $a(11;10;2)$ и $b(-6;0;8)$.

Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения

Результаты обучения	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
личностных:	
– сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики; – понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; – развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования; – овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки; – готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности; – готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности; – готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности; – отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;	Выполнение практических работ Оценка правильности выполнения самостоятельной работы
метапредметных:	
– умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях; – умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; – владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками	Выполнение практических работ № 1 – 62 Оценка правильности выполнения самостоятельной работы Решение задач во время занятия Контрольные

разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания; – готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; – владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; – владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; – целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;	работы №1 – 13
предметных:	
– сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке; – сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий; – владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; – владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств; – сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей; – владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; – сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических	Контрольные работы №1 -13 Практические работы №1-62 Устный опрос во время занятия Решение задач Оценка правильности выполнения самостоятельной работы

закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин; – владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач. – целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; - способность воспринимать красоту и гармонию мира	
--	--

3.2 Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине БУД.09 Математика в 1 семестре дифференцированный зачет, во 2 семестре – экзамен.

Обучающиеся допускаются к сдаче дифференцированного зачета и экзамена при выполнении всех видов самостоятельной работы, практических и контрольных работ, предусмотренных рабочей программой и календарно-тематическим планом дисциплины.

Дифференцированный зачет проводится за счет времени отведенного на изучение дисциплины. При условии своевременного и качественного выполнения обучающимся всех видов работ, предусмотренных рабочей программой общеобразовательной учебной дисциплины.

Перечень вопросов к дифференцированному зачету

Вариант 1

1. Вычислите: $4^7 \cdot 11^4 : 44^4$
2. Найдите значение выражения: $\frac{2 \cdot \sqrt{128}}{\sqrt{32}}$.
3. Вычислите: $\log_2 8 + \log_5 100 - \log_5 4$.
4. Найдите решение уравнения: $\log_6 (x^2 - 5) = \log_6 4x$
5. Вычислите $\log_2 \left(\cos \frac{\pi}{3} \right)$.
6. Переведите из радиан в градусы $\frac{5\pi}{6}$.
7. Укажите четверть, в которой лежит угол α , если $\alpha = 470^\circ$
8. Найдите значение косинуса угла α , если известно, что: $\sin \alpha = 0,6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
9. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{x+4}{x^2-49}}$.

10. Банковская процентная ставка равна 7% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 34347 рублей.

11. В вазе лежат яблоки: 10 зеленых и 5 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?

Вариант 2

1. Вычислите: $7^2 \cdot 3^7 : 21^2$.

2. Найдите значение выражения: $\frac{3 \cdot \sqrt{108}}{\sqrt{3}}$

3. Вычислите: $\log 36 + \log 99 - \log 11$.

4. Найдите решение уравнения: $\log_3(10 - x^2) = \log_3 3x$

5. Вычислите $\log_3 \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \right)$

6. Переведите из радиан в градусы $\frac{7\pi}{6}$.

7. Укажите четверть, в которой лежит угол α , если $\alpha = 500^\circ$.

8. Найдите значение косинуса угла α , если известно, что: $\sin \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

9. Найдите область определения функции $f(x) = \log_5 \frac{6x - x^2}{x + 2}$.

10. Банковская процентная ставка равна 9% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 59405 рублей.

11. В вазе лежат яблоки: 5 зеленых и 10 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 3 зеленых и 2 красных яблока?

Вариант 3

1. Вычислите: $3^5 \cdot 25^6 : 75^5$.

2. Найдите значение выражения: $\frac{\sqrt{405}}{4\sqrt{5}}$.

3. Вычислите: $\log 96 - \log 3 - \log 81$.

4. Найдите решение уравнения: $\log_5(x^2 - 8) = \log_5 2x$.

5. Вычислите $\log_2 \left(\sin \frac{\pi}{6} \right)$.

6. Переведите из радиан в градусы $\frac{5\pi}{3}$.
7. Укажите четверть, в которой лежит угол α , если $\alpha = 380^\circ$.
8. Найдите значение косинуса угла α , если известно, что: $\sin \alpha = -0,6$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
9. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{36 - x^2}{x - 3}}$.
10. Банковская процентная ставка равна 12% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 56448 рублей.
11. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 12 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 желтых и 2 красных яблока?

Вариант 4

1. Вычислите: $9^5 \cdot 11^5 : 99^4$.
2. Найдите значение выражения: $\frac{5 \cdot \sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$.
3. Вычислите: $\log_3 320 - \log_3 5 - \log_3 216$.
4. Найдите решение уравнения: $\log_2(6 - x^2) = \log_2 5x$.
5. Вычислите $\log_3 \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} \right)$.
6. Переведите из радиан в градусы $\frac{7\pi}{3}$.
7. Укажите четверть, в которой лежит угол α , если $\alpha = 700^\circ$.
8. Найдите значение косинуса угла α , если известно, что: $\sin \alpha = -0,8$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
9. Найдите область определения функции $f(x) = \log_5 \frac{x - 3}{x^2 + 7x}$.
10. Банковская процентная ставка равна 11% годовых. Какова должна быть первоначальная сумма вклада, чтобы через 2 года его размер составил 73926 рублей.
11. В вазе лежат яблоки: 6 желтых и 12 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 желтых и 4 красных яблока?

Обучающиеся допускаются к сдаче экзамена при выполнении всех видов самостоятельной работы, практических и контрольных работ, предусмотренных рабочей программой и календарно-тематическим планом дисциплины.

Перечень вопросов к экзамену

Часть А

1. Корень n -ой степени. Свойства корня n -ой степени. Обобщение понятия о показателе степени
2. Понятие логарифма и его свойства. Основное логарифмическое тождество.
3. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.
4. Логарифмические уравнения. Приемы решения. Примеры.
5. Логарифмическая функция. Ее свойства, график
6. Тригонометрические функции. Определение синуса, косинуса, тангенса, котангенса.
7. Радианная мера угла. Переход от градусной меры к радианной и наоборот.
8. Зависимость между тригонометрическими функциями одного угла.
9. Формулы двойного угла. Формулы сложения.
10. Решение простейших тригонометрических уравнений.
11. Тригонометрические функции. Область определения и множество значений тригонометрических функций.
12. Обратные тригонометрические функции.
13. Основные понятия комбинаторики: размещения, перестановки и сочетания.
14. Теория вероятностей. Событие, вероятность события.
15. Зависимость и независимость событий. Совместность и несовместность событий. Противоположность событий.
16. Теория вероятностей. Сложение и умножение вероятностей.
17. Приращение функции и приращение аргумента. Определение производной.
18. Физический и механический смысл производной.
19. Уравнение касательной к графику функции
20. Правила и формулы дифференцирования.
21. Применение производной для нахождения экстремума функции
22. Понятие интеграла и первообразной
23. Теорема Ньютона – Лейбница
24. Стереометрия. Основные аксиомы стереометрии и следствия из аксиом.
25. Прямые и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
26. Взаимное расположение прямой и плоскости. Параллельность прямой и плоскости.
27. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Перпендикулярность двух плоскостей.
28. Двугранный угол. Угол между плоскостями.
29. Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Формула Эйлера.
30. Призма и ее свойства. Прямая и наклонная призмы.
31. Правильная призма. Площадь боковой и полной поверхности призмы.
32. Куб. Параллелепипед и его свойства. Объем куба. Объем параллелепипеда.

33. Пирамида и ее свойства. Площадь боковой и полной поверхности пирамиды.
34. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.
35. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).
36. Тела и поверхности вращения. Цилиндр. Основания, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Площадь боковой и полной поверхности.
37. Тела и поверхности вращения. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Площадь боковой и полной поверхности.
38. Шар и сфера. Площадь поверхности сферы.
39. Сечения шара и сферы.
40. Формулы объема пирамиды, цилиндра и конуса. Формула объема шара.

Часть В

1. Упростите выражение $\frac{x-16}{x+x^{0,5}+1} : \frac{x^{0,5}+4}{x^{1,5}-1}$ и найдите его значение при $x = 2,25$
2. Расположите числа в порядке возрастания $2^{-\frac{3}{4}}; 2; \frac{1}{2}; 2^{\frac{2}{3}}; 2^{-\frac{4}{3}}$
3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: $4,(8); -2,6(93)$.
4. Расположите числа в порядке возрастания $\left(\frac{1}{3}\right)^2; \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}}; 9^{\frac{1}{3}}; 3^4; \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$
5. Вычислите: $\log_4 5 + \log_4 25 + \log_4 \frac{2}{125}$
6. Вычислите: $\log_3 72 - \log_3 \frac{16}{27} + \log_3 18$
7. Вычислите: $\log_4 \frac{1}{5} + \log_4 36 + \frac{1}{2} \log_4 \frac{25}{81}$
8. Решите логарифмическое уравнение: $\log(2x-1)=2$
9. Решите логарифмическое уравнение $\log(x+1)=\log(4x-5)$
10. Решите логарифмическое уравнение $\log_3(3x-5) = \log_3(x-3)$
11. Решите логарифмическое уравнение $\log_2(x+3) = 4$
12. Решите логарифмическое уравнение $\log_2(4-x) + \log_2(1-2x) = 2 \log_2 3$
13. Решите логарифмическое уравнение $\lg(3-x) - \lg(x+2) = 2 \lg 2$
14. Упростите выражение: $\frac{1-\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - 1}$
15. Упростите выражение: $\frac{\sin(360^\circ - \alpha) \cos(-\alpha)}{\cos(180^\circ + \alpha)}$
16. Упростите выражение: $1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
17. Упростите выражение: $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) \operatorname{tg}(-\alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}$

18. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ и α - угол II координатной четверти
19. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$ и α - угол I координатной четверти
20. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -0,8$ и α - угол III координатной четверти
21. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и α - угол I координатной четверти
22. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$
23. Решите тригонометрическое уравнение: $\sin^2 x - 0,25 = 0$
24. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$
25. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$
26. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \sin^2 x + 7 \sin x - 4 = 0$
27. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2} = 0$
28. Решите тригонометрическое уравнение: $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$
29. Решите показательное уравнение: $\left(\frac{16}{25}\right)^{x+3} = \left(\frac{125}{64}\right)^2$
30. Решите показательное уравнение: $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$
31. Решите показательное уравнение: $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$
32. Решите показательное уравнение: $\left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3} = 4,5^{x-2}$
33. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 5 - \frac{1}{2}x^2$ в точке $x_0 = 2$.
34. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = e^{2x}$ в точке $x_0 = 0$.
35. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x^3 + 5x$ в точке $(1; 8)$.
36. Найдите производную функции $y = \frac{5-x}{x+2}$
37. Найдите значение производной функции $y = 3x + 4 - 5 \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$
38. Найдите производную функции $y = \frac{3+2x}{x-5}$
39. Найдите производную функции $y = -\frac{5}{4}x^4 + 3x^2 - 2x + 11$
40. Найдите производную функции $y = x^5 - x(x^3 + 7)$.
41. Найти промежутки возрастания функции $y = x^2 - 2x + 3$.
42. Исследуйте функцию $f(x) = 3x^5 - 20x^3$ на возрастание (убывание) и экстремумы.
43. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 3$ на возрастание (убывание).
44. Вычислите интеграл $\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1) dx$
45. Вычислите интеграл $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

46. Вычислите интеграл $\int_1^9 \frac{6x}{\sqrt{x}} dx$
47. Вычислите интеграл $\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} dx$
48. Вычислите интеграл $\int_0^1 (1+2x)^4 dx$
49. Найдите общий вид первообразной для функции $f(x) = \frac{1}{x} - \sin 3x$
50. Найти первообразную функции $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$, график которой проходит через точку $M(2; 4)$.
51. Найдите первообразную функции $x\sqrt{x} - 3\sqrt[5]{x^2}$
52. Для функции $f(x) = (2x + 5)^6$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-2; 3)$.
53. В ящике 20 шаров, из них 12 белых, остальные голубые. Извлекают 2 шара. Найти вероятности, что оба шара белые.
54. В первой урне содержится 8 синих и 10 желтых шаров, во второй 4 белых и 12 желтых шаров. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару. Найти вероятность того, что оба извлеченных шара желтого цвета.
55. Алфавит некоторого языка содержит 12 букв. Сколько существует трехбуквенных слов, составленных из букв этого алфавита, если буквы в словах могут повторяться?
56. Алфавит некоторого языка содержит 12 букв. Сколько существует трехбуквенных слов, составленных из букв этого алфавита, если буквы в словах не могут повторяться?
57. В корзине 16 шаров, из них 14 белых, остальные синие. Извлекают 2 шара. Найти вероятности событий того, что оба шара синие; первый шар белый, а второй синий.
58. На дежурство из 3 мальчиков и 4 девочек случайно отбирают 4 дежурных. Сколькими способами их можно отобрать при условии, что будут отобраны 2 мальчика и 2 девочки?
59. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы за определенный промежуток времени первого, второго и третьего элемента соответственно равны 0,4; 0,3; 0,5. Найти вероятность того, что за это время откажут все три элемента.
60. Из 15 туристов надо выбрать дежурного и его помощника. Сколькими способами это можно сделать?
61. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 12 см, а радиус основания – 6 см. Найдите высоту цилиндра.
62. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 см, а апофема – 15 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
63. В основании правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат со стороной 4 см. Диагональ призмы AC_1 образует с плоскостью основания $ABCD$ угол 60° . Найдите высоту призмы и площадь полной поверхности.

64. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол 60° . Найдите объем призмы, если сторона основания 8 см
65. Радиусы оснований усеченного конуса равны 12 см и 6 см , а образующая наклонена к плоскости основания под углом 45° . Найдите площадь и объем усеченного конуса.
66. Найдите полную площадь поверхности и объем пирамиды, у которой высота равна 2 м , а основанием пирамиды является квадрат со стороной 3 м .
67. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами **12 см** , **10 см** , **10 см** . Каждая боковая грань наклонена к основанию под углом 60° . Найдите объем и площадь боковой поверхности пирамиды.
68. Найдите сторону основания и высоту правильной четырехугольной призмы, если $S_{\text{полн}}=90\text{ см}^2$, $S_{\text{бок}}=40\text{ см}^2$.
69. Высота цилиндра равна 10 дм . Площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра и удаленной на 9 дм от нее, равна 240 дм^2 . Найдите радиус цилиндра.
70. Основание прямой призмы – равнобедренный треугольник со стороной **6 см** , а диагональ боковой грани 10 см . Найдите площадь боковой поверхности и объем призмы.
71. В правильной четырехугольной призме площадь основания равна 25 см^2 , а высота 4 см . Найдите диагональ и объем призмы.
72. Основанием прямой призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 5 см , высота призмы равна 8 см . Найдите площадь полной поверхности.
73. Радиус окружности, описанной около основания правильной шестиугольной призмы, равен 3 см . Найдите площадь полной поверхности призмы, если её высота равна 10 см .
74. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол 30° . Найдите площадь боковой поверхности и объем призмы, если сторона основания $\sqrt{2}\text{ см}$.
75. Высота цилиндра на **12 см** больше его радиуса, а площадь полной поверхности равна **$288\pi\text{ см}^2$** . Найдите радиус основания цилиндра.
76. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с боковой гранью угол 60° . Найдите объем призмы, если сторона основания 6 см .
77. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол 60° . Найти отношение объемов конуса и шара.
78. Радиус шара равен $R=5$. Найдите площадь полной поверхности вписанного в шар куба.
79. Радиусы оснований усеченного конуса равны 4 см и 12 см , а образующая равна 17 см . Найдите: а) высоту усеченного конуса; б) площадь осевого сечения.
80. В основании правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит квадрат со стороной 8 см . Диагональ призмы AC_1 образует с плоскостью основания $ABCD$ угол 30° . Найдите высоту призмы и площадь полной поверхности.

4 Система оценивания комплекта ФОС текущего контроля и промежуточной аттестации

При оценивании практической и самостоятельной работы и форм промежуточной аттестации обучающегося учитывается следующее:

- качество выполнения практической части работы;
- качество оформления отчета по работе;
- качество устных ответов на контрольные вопросы при защите работы.

Каждый вид работы оценивается по пяти бальной шкале.

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

Критерии оценивания практических работ.

Практическая работа оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Каждое задание оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех заданий оценка соответствует средней.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания самостоятельных работ.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания контрольных работ.

«5» (отлично) – решено 81-100% заданий.

«4» (хорошо) – решено 61 – 80% заданий.

«3» (удовлетворительно) – решено 41 – 60% заданий.

«2» (неудовлетворительно) – решено менее 40% заданий.

Критерии оценивания дифференцированного зачета

– выполнено правильно 9-11 заданий – оценка «отлично» (80 – 100%);

– выполнено правильно 6-8 заданий – оценка «хорошо» (55– 79%);

– выполнено правильно 4-6 заданий – оценка «удовлетворительно» (36–54%);

– выполнено правильно 0-3 заданий – оценка «неудовлетворительно» (0-35%).

Критерии оценивания ответов по экзаменационным билетам.

Ответ по экзаменационному билету оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Первый вопрос максимально оценивается оценкой «5» (отлично).

Каждая из двух задач оценивается отдельно максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех трех заданий оценка соответствует средней.