

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 31.05.2026 16:21:09
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886cf9626a198149adb6

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уфимский университет науки и технологий»

Стерлитамакский филиал

колледж

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ОП.01 МАТЕМАТИКА

Наименование специальности

25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем

Квалификация выпускника

Оператор беспилотных летательных аппаратов

Год начала подготовки

2026

Разработчик (составитель)

Бойко Н.Б.

ученая степень, ученое звание,
категория Ф.И.О.

Форма обучения: очная

Стерлитамак 2026

Рабочая программа разработана на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем утвержденного приказом Минпросвещения России от 09.01.2023 № 2.

Организация-разработчик: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уфимский университет науки и технологий», *колледж СФ УУНиТ*.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ	4
1.1. Область применения рабочей программы	4
1.2. Место учебной дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы	4
1.3. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:	4
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы	4
2.2. Тематический план и содержание дисциплины.....	6
3. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ).....	14
4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ	14
4.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению	14
4.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	14
4.2.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	14
4.2.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	14
4.2.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.....	15
5. ИНЫЕ СВЕДЕНИЯ И (ИЛИ) МАТЕРИАЛЫ	15
5.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.....	15
ПРИЛОЖЕНИЕ	16

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Область применения рабочей программы

Рабочая программа дисциплины является частью основной образовательной программы в соответствии с ФГОС для специальности: **25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем** (укрупненная группа специальностей 25.00.00 Аэронавигация и эксплуатация авиационной и ракетно-космической техники), для обучающихся *очной формы* обучения.

1.2. Место учебной дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина относится к общепрофессиональному циклу. Дисциплина реализуется в рамках обязательной части.

1.3. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

Код ОК, ПК	Умения	Знания
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.	- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности	- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;	- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности	- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; - основы интегрального и дифференциального исчисления.
ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;	- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности	- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; - основы интегрального и дифференциального исчисления.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Очная форма обучения

Вид учебной работы	Объем часов
Объем образовательной программы	216
Работа обучающихся во взаимодействии с преподавателем	152
в том числе:	

лекции (уроки)	44
в форме практической подготовки (если предусмотрено)	*
практические занятия	106
семинарские занятия	2
в форме практической подготовки (если предусмотрено)	*
лабораторные занятия	-
в форме практической подготовки (если предусмотрено)	*
курсовая работа (проект) (если предусмотрена)	-
Самостоятельная работа обучающегося (всего) (если предусмотрена)	58
Консультации (если предусмотрена)	2
Промежуточная аттестация в форме зачета с оценкой в 3 семестре и экзамена в 4 семестре	6

2.2. Тематический план и содержание дисциплины

Очная форма обучения

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, практические работы, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов	Осваиваемые элементы компетенций
1	2	3	4
3 семестр (80/28)			
Раздел 1. Теория комплексных чисел		18/8	
Тема 1.1 Понятие комплексного числа и его геометрическая интерпретация	Содержание учебного материала 1. Определение комплексного числа. Примеры 2. Определение комплексно-сопряженного числа. Примеры 3. Геометрическая интерпретация комплексного числа 4. Модуль или абсолютная величина комплексного числа 5. Аргумент комплексного числа	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 1.2 Действия над комплексными числами в алгебраической форме	Практическое занятие 1. Задачи на выполнение суммы и вычитания комплексных чисел 2. Задачи на выполнение произведения и деления комплексных чисел 3. Задачи на выполнение возведение в степень комплексных чисел Самостоятельная работа №1 «Действия над комплексными числами»	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	4	
Тема 1.3 Тригонометрическая формы комплексного числа	Содержание учебного материала 1. Тригонометрическая форма комплексного числа. Примеры. 2. Задачи на выполнение произведения и деления комплексных чисел 3. Задачи на выполнение возведение в степень комплексных чисел	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 1.4 Действия над комплексными числами в тригонометрической форме	Практическое занятие 1. Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме 2. Деление комплексных чисел в тригонометрической форме 3. Возведение в степени комплексных чисел в тригонометрической форме 4. Примеры на составление тригонометрической формы комплексного числа	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 1.5 Показательная формы комплексного числа	Содержание учебного материала: 1. Показательная форма комплексного числа. Примеры. 2. Задачи на выполнение произведения и деления комплексных чисел 3. Задачи на выполнение возведение в степень комплексных чисел	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 1.6 Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера	Практическое занятие 1. Действия над комплексными числами в показательной форме 2. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 1.7 Уравнения в	Практическое занятие	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04

комплексных числах	1. Решение линейных уравнений в комплексных числах. 2. Решение степенных уравнений в комплексных числах. 3. Формула Муавра-Лапласа.		
Тема 1.8 Вычисление значений выражений с комплексными числами	Практическое занятие 1. Упражнения на умножение комплексных чисел в тригонометрической форме 2. Упражнения на деление комплексных чисел в показательной форме 3. Упражнения на возведение в степени комплексных чисел в тригонометрической форме	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	4	
Тема 1.9 Контрольная работа № 1	1. Действия над комплексными числами в алгебраической форме 2. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме 3. Показательная форма комплексного числа	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Раздел 2. Основы линейной алгебры		30/20	
Тема 2.1 Матрицы	Содержание учебного материала 1. Основные сведения о матрицах 2. Виды матриц 3. Операции над матрицами	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 2.2 Действия над матрицами	Практическое занятие 1. Умножение матрицы на число 2. Сложение и вычитание матриц 3. Умножение матриц 4. Возведение в степень 5. Транспонирование матрицы 6. След матрицы. Самостоятельная работа №2 «Операции над матрицами»	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	4	
Тема 2.3 Определители	Содержание учебного материала 1. Определители квадратных матриц. 2. Виды определителей 3. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков Самостоятельная работа №3 «Вычисление определителей»	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 2.4 Нахождение определителей второго, третьего.	Практическое занятие 1. Алгебраические дополнения и миноры 3. Свойства определителей	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	4	
Тема 2.5 Нахождение определителей n-ого порядков	1. Определители 4-го порядка матриц	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04

Тема 2.6 Нахождение обратной матрицы.	Практическое занятие 1. Определение обратной матрицы. 2. Необходимое и достаточное условие ее существования 3. Алгоритм вычисления элементов обратной матрицы	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 2.7 Решение матричного уравнения	Практическое занятие 1. Матричное уравнение	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 2.8 Нахождение ранга матрицы	Практическое занятие 1. Элементарные преобразования над матрицами 2. Алгоритм вычисления ранга матрицы 3. Линейная независимость векторов. Базис 4. Вычисление дополнительных миноров 5. Вычисление элементов обратной матрицы через определители 6. Приведение матрицы к ступенчатому виду 7. Нахождение ранга матрицы	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	4	
Тема 2.9 Контрольная работа №2	Практическое занятие 1. Действия над матрицами	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 2.10 Системы линейных алгебраических уравнений	Содержание учебного материала 1. Основные понятия и определения 2. Метод обратной матрицы 3. Формулы Крамера, метод Гаусса	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 2.11 Решение СЛАУ методом Крамера	Практическое занятие 1. Алгоритм решения СЛАУ методом Гаусса 2. Формулы Крамера Самостоятельная работа №4 «Решение СЛАУ»	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	4	
Тема 2.12 Решение СЛАУ методом Гаусса	1. Алгоритм решения СЛАУ методом Гаусса 2. Формулы Крамера	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 2.13 Исследование СЛАУ на совместность. Нахождение общего и частного решения СЛАУ	Практическое занятие 1. Основные понятия и определения 2. Теорема Кронекера-Капелли 3. Общее и частные решения системы	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	4	
Тема 2.14 Подготовка к контрольной работе №3	Практическое занятие Решений СЛАУ	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 2.15 Контрольная работа №3	Практическое занятие Решений СЛАУ	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Раздел 3. Элементы матричного анализа		14	
Тема 3.1 Векторы на плоскости и в пространстве.	Содержание учебного материала 1. Векторное пространство	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04

Н-мерный вектор и векторное пространство	2. Понятие вектора, модуль вектора 3. Действия над векторами		
Тема 3.2 Размерность и базис векторного пространства.	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Линейная комбинация векторов 2. Линейная зависимость векторов 3. Размерность пространства, базис	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 3.3 Переход к новому базису	<i>Практическое занятие</i> Примеры решения задач перехода к новому базису	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 3.4 Евклидово пространство. Линейные операторы	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Скалярное произведение двух векторов 2. Ортогональный базис 3. Линейные операторы и действия над ними	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 3.4 Собственные векторы и собственные значения линейных операторов	<i>Практическое занятие</i> Собственные вектора и вычисление их собственного значения	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 3.6 Подготовка к контрольной работе №4	<i>Практическое занятие</i> Элементы матричного анализа	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 3.7 Контрольная работа №4	<i>Практическое занятие</i> Элементы матричного анализа	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Раздел 4. Уравнение линий		20	
Тема 4.1 Уравнение линий на плоскости	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Определение линии на плоскости	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 4.2 Уравнение прямой	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Уравнение прямой на плоскости 2. Уравнение пучка прямых 3. Уравнение прямой отрезках 4. Общее уравнение прямой и его исследование	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 4.3 Уравнения параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Угол между двумя прямыми 2. Условия параллельности и перпендикулярности прямых 3. Точка пересечения прямых 4. Расстояние от точки до прямой	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 4.4 Окружность и эллипс	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Кривые второго порядка 2. Общее и нормальное уравнение окружности 3. Свойства эллипса	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 4.5 Парабола и гипербола	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Свойства и график гиперболы 2. Свойства и график параболы	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 4.6 Решение задач на составление уравнений	<i>Практическое занятие</i> Примеры решения задач по построению линий различных фигур	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 4.7 Понятие об	<i>Содержание учебного материала</i>	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04

уравнении плоскости и прямой в пространстве	1. Общее уравнение плоскости 2. Прямая в пространстве		
Тема 4.8 Контрольная работа №5	<i>Практическое занятие</i> Уравнение линий	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Зачет с оценкой	<i>Практическое занятие</i> Дифференцированный зачет	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
4 семестр (72/30/6)			
Раздел 5. Основы дискретной математики		14	
Тема 5.1 Множества и способы их задания.	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Числовые множества. Отношения между множествами. 2. Множество всех подмножеств данного множества. Универсальное множество	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 5.2 Операции над множествами	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Пересечение множеств. Объединение множеств. Свойства, связывающие операции пересечения и объединения. 2. Вычитание множеств. Дополнение множеств. Свойства вычитания и дополнения	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 5.3 Декартово произведение	<i>Содержание учебного материала</i> Декартово умножение множеств. Правило сравнения векторов	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 5.4 Элементы комбинаторики	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Правило суммы и произведения 2. Определение вероятности 3. Перестановка 4. Размещение 5. Сочетание	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 5.5 Логика высказываний	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Определение высказывания 2. Конъюнкция 3. Дизъюнкция 4. Отрицание 5. Импликация 6. Эквиваленция 7. Сложение по модулю	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 5.6 Булевы функции	<i>Практическое занятие</i> Задачи на составление таблиц истинности по булевым функциям и обратные задачи	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 5.7 Контрольная работа №6	<i>Практическое занятие</i> Основы дискретной математики	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Раздел 6. Пределы и непрерывность		16	
Тема 6.1 Предел числовой последовательности	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Числовая последовательность 2. Предел последовательности 3. Вычисление пределов последовательностей	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04

Тема 6.2 Предел функции	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Функции 2. Предел функции 3. Вычисление пределов функции	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 6.3 Бесконечно малые и бесконечно большие величины	<i>Содержание учебного материала</i> 1. БМФ 2. ББФ 3. Свойства БМФ и ББФ	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 6.4 Основные теоремы о пределах	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Признаки существования предела	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 6.5 Первый и второй замечательные пределы	<i>Практическое занятие</i> Вычисление пределов, используя первый и второй замечательные пределы	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 6.6 Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей различных типов	<i>Практическое занятие</i> Вычисление пределов, используя различные методы раскрытия неопределенностей	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 6.7 Непрерывность функции. Точки разрыва функции. Асимптоты	<i>Содержание учебного материала</i> 2. Непрерывность функции. 3. Точки разрыва функции. 4. Асимптоты	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 6.8 Контрольная работа №6	<i>Практическое занятие</i> Вычисление пределов	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Раздел 7. Основы дифференциального исчисления		18/10	
Тема 7.1 Производная функции	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Задачи, приводящие к понятию производной. 2. Определение производной функции. 3. Непрерывность дифференцируемых функций. 4. Теоремы дифференцирования. 5. Производные элементарных функций. Самостоятельная работа №5 «Нахождение производной»	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 7.2 Применение правил дифференцирования для нахождения производных	<i>Практическое занятие</i> 1. Теоремы дифференцирования. 2. Нахождение производных сложных функций.	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 7.3 Вычисление производных высших порядков	<i>Содержание учебного материала</i> 1. Производные высших порядков 2. Применение формулы Лейбница для нахождения производной функции высших порядков	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 7.4 Исследование функции с помощью производной	<i>Практическое занятие</i> 1. Нахождение промежутков возрастания и убывания функции с помощью производной первого порядка. 2. Нахождение промежутков выпуклости вогнутости, точек перегиба с помощью	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04

	производной второго порядка.		
	Самостоятельная работа Решить задачи	5	
Тема 7.5 Производная и ее приложения	Практическое занятие 1. Геометрические приложения производной 2. Механические приложения производной Решение задач	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 7.6 Производная функции нескольких переменных	Содержание учебного материала 1. Производные элементарных функций. 2. Вычисление производных высших порядков.	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 7.7 Нахождение производных функции двух переменных первого и второго порядков	Практическое занятие 1. Геометрические приложения производной. 2. Механические приложения производной	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	5	
Тема 7.8 Нахождение экстремумов функции двух переменных с помощью производной	Практическое занятие 1. Возрастание и убывание функций. 2. Экстремумы функции. 3. Наибольшее и наименьшее значение функции. 4. Вогнутость кривой. Точки перегиба.	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 7.9 Контрольная работа №7	1. Решение задач на вычисление производной 2. Исследование функций с помощью производных	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Раздел 8. Основы интегрального исчисления		20/20	
Тема 8.1 Первообразная. Неопределенный интеграл	Содержание учебного материала 1. Понятие первообразной. 2. Основные свойства первообразной. 3. Определение неопределенного интеграла, примеры. 4. Основные свойства неопределенного интеграла.	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 8.2 Основные методы интегрирования. Метод подстановки.	Практическое занятие. 1. Непосредственное интегрирование. 2. Примеры интегрирования функций. 3. Метод подстановки.	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	5	
Тема 8.3 Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов	Практическое занятие 1. Метод неопределенных коэффициентов. Примеры.	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	5	
Тема 8.4 Основные методы	Практическое занятие 1. Метод интегрирования по частям. Примеры.	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04

интегрирования. Метод интегрирования по частям			
Тема 8.5 Нахождение неопределенных интегралов	Практическое занятие 1. Определение метода нахождения неопределенного интеграла 2. Применение метода 3. Проверка правильности результата интегрирования. Самостоятельная работа №6 «Нахождение неопределенных интегралов»	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	5	
Тема 8.6 Определенный интеграл и его свойства	Практическое занятие 1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла 2. Определенный интеграл как предел суммы 3. Формула Ньютона-Лейбница 4. Основные свойства определенного интеграла	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 8.7 Вычисление определенного интеграла	Практическое занятие 1. Вычисление определенного интеграла методом подстановки 2. Формула интегрирования по частям	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 8.8 Основные понятия дифференциальных уравнений	Содержание учебного материала 1. Определение дифференциального уравнения. 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения. 3. Дифференциальные уравнения в частных производных. 4. Порядок дифференциального уравнения. 5. Общее и частное решения дифференциального уравнения.	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Тема 8.9 Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	Практическое занятие 1. Определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. 2. Алгоритм решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными. 3. Нахождение общего и частного решений дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
	Самостоятельная работа Решить задачи	5	
Тема 8.10 Контрольная работа №8	1. Решение задач на неопределенный интеграл 2. Решение задач на определенный интеграл	2	ОК 01, ОК 02, ОК 04
Подведение итогов	Подведение итогов	2	
Консультации		2	
Экзамен		6	
Всего:		216	

3. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) – комплект методических и контрольных материалов, используемых при проведении текущего контроля освоения результатов обучения и промежуточной аттестации. ФОС предназначен для контроля и управления процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, практического опыта и компетенций, определенных во ФГОС.

Типовые контрольные оценочные средства, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций представлены в Приложении.

4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Аудитории № 20, № 24. Для освоения дисциплины требуется учебная аудитория, которая должна удовлетворять требованиям Санитарно-эпидемиологических правил и нормативов и быть оснащена типовым оборудованием, в том числе специализированной учебной мебелью и средствами обучения, достаточными для выполнения требований к уровню подготовки обучающихся.

Оборудование учебного кабинета: учебная мебель, доска.

Технические средства обучения: учебная мебель, компьютеры.

4.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

4.2.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная учебная литература:

Основная учебная литература:

1. *Кремер, Н. Ш.* Математика для колледжей: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 10-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2018. — 346 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-05640-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/409967>
2. Высшая математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / М. Б. Хрипунова [и др.]; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва: Издательство Юрайт, 2018. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/414930>

Дополнительная учебная литература:

1. *Баврин, И. И.* Математика для технических колледжей и техникумов: учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 397 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08026-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/434618>

4.2.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

№	Наименование электронной библиотечной системы
---	---

1.	База электронных периодических изданий
2.	ЭБС «Лань»
3.	База данных «Электронно-библиотечная система elibrary»
4.	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
5.	Электронно-библиотечная система Znanium
6.	Электронно-библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ

4.2.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

№	Наименование программного обеспечения
1.	Windows 10
2.	Mathcad University Classroom Perpetual-15 Floating
3.	База электронных периодических изданий
4.	ЭБС «Лань»
5.	База данных «Электронно-библиотечная система elibrary»
6.	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
7.	Электронно-библиотечная система Znanium
8.	Электронно-библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ

5. ИНЫЕ СВЕДЕНИЯ И (ИЛИ) МАТЕРИАЛЫ

5.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Активные и интерактивные формы проведения занятий

Используются активные и интерактивные методы обучения в процессе изучения дисциплины: компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, групповые дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уфимский университет науки и технологий»

Стерлитамакский филиал

колледж

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ОП.01 МАТЕМАТИКА

Наименование специальности

25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем

Квалификация выпускника

Оператор беспилотных летательных аппаратов

Год начала подготовки

2026

Разработчик (составитель)

Бойко Н.Б.

ученая степень, ученое звание,
категория Ф.И.О.

Форма обучения: очная

Стерлитамак 2026

I Паспорт фондов оценочных средств

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для проверки результатов освоения дисциплины ОП.01 «Математика», входящей в состав программы подготовки специалистов среднего звена по специальности: 25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем.

Объем часов на аудиторную нагрузку по дисциплине 152 часа, на самостоятельную работу 58 часов.

1.2. Объекты оценивания – результаты освоения дисциплины

ФОС позволяет оценить следующие результаты освоения дисциплины в соответствии с ФГОС специальности 25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем рабочей программой дисциплины «Математика»:

умения:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

знания:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;
- основы интегрального и дифференциального исчисления.

Вышеперечисленные умения, знания направлены на формирование у обучающихся следующих **общих и профессиональных компетенций**:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

2. Формы контроля и оценки результатов освоения дисциплины

Контроль и оценка результатов освоения – это выявление, измерение и оценивание знаний, умений и формирующихся общих и профессиональных компетенций в рамках освоения дисциплины.

В соответствии с учебным планом специальности 25.02.08 Эксплуатация беспилотных авиационных систем, рабочей программой дисциплины «Математика» предусматривается текущий и промежуточный контроль результатов освоения.

2.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения.

Текущий контроль результатов освоения дисциплины в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании следующих обязательных форм контроля:

- выполнение и защита лабораторных и практических работ,
- проверка выполнения самостоятельной работы обучающихся,
- проверка выполнения контрольных работ,
- выполнение и защита курсового проекта (если предусмотрено программой).

Возможны другие формы контроля – проектная деятельность, исследовательская деятельность и др.

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – *устный опрос, решение задач, тестирование по темам отдельных занятий.*

Выполнение и защита практических работ. Практические работы проводятся с целью усвоения и закрепления практических умений и знаний, овладения профессиональными компетенциями. В ходе практической работы обучающиеся приобретают умения, предусмотренные рабочей программой дисциплины, учатся *использовать формулы и применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.*

Список практических работ:

- Практическая работа №1 «Действия над комплексными числами в алгебраической форме»
- Практическая работа №2 «Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»
- Практическая работа №3 «Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера»
- Практическая работа №4 «Уравнения в комплексных числах»
- Практическая работа №5 «Вычисление значений выражений с комплексными числами»
- Практическая работа № 6 «Действия над матрицами»
- Практическая работа №7 «Нахождение определителей второго, третьего и четвертого порядков»
- Практическая работа №8 «Нахождение обратной матрицы. Решение матричного уравнения»
- Практическая работа №9 «Нахождение ранга матрицы»
- Практическая работа №10 «Решение СЛАУ методом Гаусса и Крамера»
- Практическая работа №11 «Исследование СЛАУ на совместность. Нахождение общего и частного решения СЛАУ»
- Практическая работа №12 «Применение правил дифференцирования для нахождения производных»
- Практическая работа №13 «Исследование функции с помощью производной»
- Практическая работа №14 «Производная и ее приложения»
- Практическая работа №15 «Нахождение производной функции двух переменных первого и второго порядков»
- Практическая работа №16 «Нахождение экстремумов функции двух переменных с помощью производной»
- Практическая работа №17 «Основные методы интегрирования. Метод подстановки.»
- Практическая работа №18 «Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов»
- Практическая работа №19 «Основные методы интегрирования. Метод интегрирования по частям»
- Практическая работа №20 «Нахождение неопределенных интегралов»
- Практическая работа №21 «Определенный интеграл и его свойства»
- Практическая работа №22 «Вычисление определенных интегралов»
- Практическая работа №23 «Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными»

Практическая работа №1

«Действия над комплексными числами в алгебраической форме»

Задание 1.

Найти комплексное число z из равенства $2 + 3i = z + 4 + i$.

Задание 2.

Найти произведение комплексных чисел из равенства $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = -1 - i$.

Задание 3.

Найти частное от деления комплексного числа $z_1 = \frac{1}{2} - 3i$ на число $z_2 = 2 + \frac{1}{3}i$.

Задание 4.

Найти i^{59} .

Задание 5.

Вычислите

а) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2$; б) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^4$.

Примерные задания для самостоятельной работы № 1

«Действия над комплексными числами»

Вариант 1.

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \pm z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}$: $z_1 = 15 + 8i, z_2 = 4 - 3i$.
2. Представить число $z = 3 - 4i$ в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение $x^2 - x + 1 = 0$.
4. Найти действительные числа x и y из уравнения $(3 + i)x - 2(1 + 4i)y = -2 - 4i$.

Вариант 2

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \pm z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}$: $z_1 = 9 - 3i, z_2 = 1 + 7i$.
2. Представить число $z = 2 + 3i$ в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение $2x^2 + x + 1 = 0$.
4. Найти действительные числа x и y из уравнения $(1 + 2i)x - 3(1 - 2i)y = 1 + i$.

Практическая работа №2

«Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»

Задание 1.

Дано $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ и $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$. Вычислить $z_1 \cdot z_2$.

Задание 2.

Дано $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ и $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 3.

Выразите $\sin 4\varphi$, и $\cos 4\varphi$ через $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$.

Задание 4.

Дано $z_1 = \sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ и $z_2 = \sqrt{3}\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$. Найдите а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$;
в) z_1^3 ; г) $\sqrt{z_1}$; д) $\overline{z_1 \cdot z_2}$, е) $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$.

Задание 5.

Вычислите: $(1 + i)^6$.

Практическая работа №3

«Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула

Эйлера»

Задание 1.

Переведите числа в показательную форму и выполните умножение.

Дано $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ и $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$. Вычислить $z_1 \cdot z_2$.

Задание 2.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

Дано $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ и $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 3.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

$z = 2 - 2i$, $n = 6$. Найти все значения z^n .

Практическая работа №4 «Уравнения в комплексных числах»

Задание 1.

Найдите x и y из уравнения

1) $(1+2i)x + (3-5i)y = 1-3i$, $x, y \in R$.

2) $(1-3i)x + (4+5i)y = 1+3i$, $x, y \in R$.

Задание 2.

Решите квадратные уравнения:

а) $x^2 + x + 1 = 0$; б) $x^2 - x + 1 = 0$; в) $x^2 + 1 = 0$; г) $2x^2 + 3 = 0$.

Задание 3.

Решите уравнения:

а) $x^3 = 8$; б) $x^4 = -16$.

Практическая работа №5 «Вычисление значений выражений с комплексными числами»

Задание 1.

Даны числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Найдите числа: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$;

г) $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 2.

Дано: $z = 2 + i$. Найдите z^n , если $n = 2, 3, 4$.

Задание 3.

Найдите x и y из уравнения $(1+2i)x + (3-5i)y = 1-3i$, $x, y \in R$.

Задание 4.

Найдите комплексно-сопряженные числа для следующих чисел и постройте их на комплексной плоскости:

а) $z = 3 - 2i$; б) $z = -2 - i$; в) $z = 5i$; г) $z = i$; д) $z = 6$.

Задание 5.

Вычислите

а) $\frac{(2-2i)(3+4i)-6i}{i+1}$; б) $\frac{(2+2i)(6-i)+1}{(2i+1)^3}$.

**Практическая работа
№6 «Действия с матрицами»**

Задание 1.

Вычислить произведение матриц AB , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 2.

Найти произведения матриц AB и BA , где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 3.

Найти A^2 , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Задание 4.

Вычислить значение многочлена $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Задание 5.

Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 6.

Найти матрицу A^n и ее след: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $n = 3$.

**Примерные задания для самостоятельной работы № 2
«Операции над матрицами»**

Вариант 1.

1. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. б) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить матрицу $D = (A \cdot B)^T + C^2$ и найти ее след.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = x^2 - 2x + 1; \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу A из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е. $|A^3|$ — ?

Вариант 2.

1. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.

а) $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. б) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить матрицу $D = (A \cdot B)^T + C^2$ и найти ее след.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = x^2 + 4x + 4; A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу A из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е. $|A^3|$ – ?

Практическая работа №7

«Нахождение определителей второго, третьего и четвертого порядков»

Вычислите определители:

1. $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} -3 & -4 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

4. $\begin{vmatrix} -2 & 8 & 0 \\ 7 & 1 & 9 \\ -4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

5. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

6. $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

Примерные задания для самостоятельной работы № 3

«Вычисление определителей»

Вариант 1.

1. Вычислить произведение матриц A и B . Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Вариант 2.

1. Вычислить произведение матриц А и В. Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Практическая работа №8

«Нахождение обратной матрицы. Решение матричного уравнения»

Найти обратную матрицу к заданной по формуле

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot A_{\text{доп}}^T:$$

1 вариант

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

4 вариант

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

7 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

10 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 6 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

13 вариант

2 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

5 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

8 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

11 вариант

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 7 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

14 вариант

3 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

6 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

9 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

12 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

15 вариант

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Практическая работа №9 «Нахождение ранга матрицы»

Найти ранг матрицы:

1 вариант

1. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & -6 \\ 4 & -6 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2 вариант

1. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -6 \\ 1 & 6 & 2 & -2 \\ -2 & 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

3 вариант

1. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -6 \\ 1 & 6 & 2 & -2 \\ -2 & -4 & -6 & 12 \end{pmatrix}$$

4 вариант

1. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 & 6 \\ 4 & -6 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Практическая работа №10 «Решение СЛАУ методами Гаусса и Крамера»

Задание 1.

Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

Задание 2.

Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

Задание 3.

Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

Примерные задания для самостоятельной работы № 4 «Решение СЛАУ»

Вариант 1

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

- а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;
в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

- а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;
в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

Практическая работа №11

«Исследование СЛАУ на совместность. Нахождение общего и частного решения СЛАУ»

1 вариант

1. Исследовать систему на совместность. Если система совместна, определить количество решений системы:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_3 - x_4 = 9 \end{cases}$$

2. Исследовать на совместность и найти общее решение и два любых частных решения системы:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

3 вариант

1. Исследовать систему на совместность. Если система совместна, определить количество решений системы:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ -4x_1 - 4x_3 + 6x_3 - 4x_4 = -4 \end{cases}$$

2. Исследовать на совместность и найти общее решение и два любых частных решения системы:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

2 вариант

1. Исследовать систему на совместность. Если система совместна, определить количество решений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ 4x_1 + 2x_3 - 2x_3 + 4x_4 = 9 \end{cases}$$

2. Исследовать на совместность и найти общее решение и два любых частных решения системы:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

4 вариант

1. Исследовать систему на совместность. Если система совместна, определить количество решений системы:

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ x_1 - x_3 + 2x_3 - 3x_4 = -4 \end{cases}$$

2. Исследовать на совместность и найти общее решение и два любых частных решения системы:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \end{cases}$$

Практическая работа №12

«Применение правил дифференцирования для нахождения производных»

Задание 1.

Найти производные функций:

$$\text{а) } y = x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}; \quad \text{б) } y = \frac{3}{x^2 + 1}; \quad \text{в) } y = e^{4x}; \quad \text{г) } y = \sqrt{1 + 2x}$$

Задание 2.Найти производную функции $y = f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x = 1$

$$\text{а) } y = x^3 \cdot (\sqrt{x} + 1); \quad \text{б) } y = 15 \cdot (x^4 - 1); \quad \text{в) } y = \frac{12}{x^2 + x + 1}.$$

Задание 3.

Найти производные функций:

$$\text{а) } y = (\sqrt{x} + 5)^3; \quad \text{б) } y = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}; \quad \text{в) } y = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x}}.$$

Задание 4.

Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \sqrt{\ln + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1); \quad \text{б) } y = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^4; \quad \text{в) } y = x^3 \sin(\cos x).$$

Задание 5.

Найти производные второго порядка функций:

$$\text{а) } y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1; \quad \text{б) } y = \sin^2 3x; \quad \text{в) } y = x \ln(x + 1).$$

Примерные задания для самостоятельной работы №5
«Нахождение производных»

Вариант 1.

1. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = 5x^2 - 3x + 2; \quad \text{б) } y = \frac{2}{x^3 - 1}; \quad \text{в) } y = e^{3x}; \quad \text{г) } y = \sqrt{2 - 3x}$$

2. Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:

$$\text{а) } y = x^2 \cdot \ln 3x; \quad \text{б) } y = \frac{3x}{x^2 + 1}.$$

3. Вычислить:

$$\text{а) } y = \cos 3x + 2 \sin^2 x; \quad \text{б) } y = 5^{3x} + \log_2 x.$$

4. Найти третью производную функций ($y''' - ?$):

$$\text{а) } y = \sin 2x; \quad \text{б) } y = e^{2x}$$

Вариант 2.

1. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = 3x^2 + 5x - 1; \quad \text{б) } y = \frac{5}{x^2 + 1}; \quad \text{в) } y = e^{4x}; \quad \text{г) } y = \sqrt{1 + 7x}$$

2. Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:

$$\text{а) } y = x^3 \cdot \ln 2x; \quad \text{б) } y = \frac{2x}{x^3 + 1}.$$

3. Вычислить:

$$\text{а) } y = \sin 2x - 3 \cos^2 x; \quad \text{б) } y = 2^{5x} + \log_3 x.$$

4. Найти третью производную функций ($y''' - ?$):

$$\text{а) } y = \cos 3x; \quad \text{б) } y = e^{3x}$$

Практическая работа №13

«Исследование функции с помощью производной»

Исследовать функцию с помощью производной

$$y = \frac{4x^2 - 2}{x - 3}.$$

1. Найдем область определения функции. Так как функция представляет собой дробь, а как, известно на ноль делить нельзя, то знаменатель не должен равняться 0.

Таким образом, x не равен 3.

Область определения $D(y) = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.

2. Найдем точки пересечения графика функции с осями координат.

С осью Oy при этом $x=0$, тогда $y=2/3$. Таким образом, $(0; 2/3)$ – точка пересечения с осью Oy .

С осью Ox при этом $y=0$, тогда $\frac{4x^2 - 2}{x - 3} = 0$, откуда $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. Самостоятельно

выпишите две точки пересечения с осью Ox .

3. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции. Для этого вычислим производную

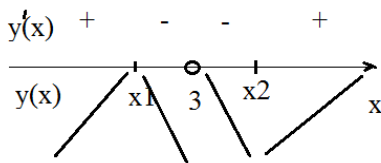
$$y' = \frac{4x^2 - 24x + 2}{(x-3)^2}.$$

Решая уравнение $y' = 0$, находим точки подозрительные на

экстремум $\frac{6 \pm \sqrt{14}}{2}$. Пользуясь разложением квадратного трехчлена можно записать

$$y' = \frac{4 \left(x - \frac{6 - \sqrt{14}}{2} \right) \left(x - \frac{6 + \sqrt{14}}{2} \right)}{(x-3)^2} = \frac{4(x-x_1)(x-x_2)}{(x-3)^2}.$$

Сделаем следующий рисунок. На рисунке отметим точки подозрительные на экстремум, выколем точки, не вошедшие в область определения функции. Обратите внимание, что $x_1 < x_2$.



Таким образом, функция возрастает на промежутках $\left(-\infty; \frac{6 - \sqrt{14}}{2}\right)$ и $\left(\frac{6 + \sqrt{14}}{2}; +\infty\right)$, а

убывает на промежутках $\left(\frac{6 - \sqrt{14}}{2}; 3\right)$ и $\left(3; \frac{6 + \sqrt{14}}{2}\right)$.

Экстремумы

$$\max(y) = y\left(\frac{6 - \sqrt{14}}{2}\right) \text{ и } \min(y) = y\left(\frac{6 + \sqrt{14}}{2}\right)$$

Значения функций вычислить самостоятельно.

4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба. Для этого вычислим y'' и приравняем к нулю. Найденные точки – точки перегиба

графика функции. При $f'' > 0$ функция выпукла вниз (или вогнута). При $f'' < 0$ функция выпукла вверх.

Вычисления провести самостоятельно.

5. Построим схематично график функции

Построение провести самостоятельно. Сначала проведем вертикальную асимптоту $x=3$ пунктирной линией. Затем отметим точки пересечения с осями координат, экстремумы функции и точки перегиба. Далее последовательно плавной линией соединяем все точки в направлении слева - направо. Теперь можно проверить построенный график функции с учетом промежутков возрастания/убывания, выпуклости/вогнутости графика функции.

1. Найти область определения функции
2. Найти точки пересечения графика функции с осями координат
3. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции
4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба
5. Построить схематичный график функции

1 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$$

2 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$$

3 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$$

7 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 72x$$

8 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x$$

9 вариант

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$$

10 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 36x$$

11 вариант

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

4 вариант

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$$

5 вариант

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

6 вариант

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$$

12 вариант

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$$

13 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$$

14 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$$

15 вариант

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$$

Практическая работа №14 «Производная и ее приложения»

Пример 1. Тело движется прямолинейно по заданному закону $S(t) = 3t^3 + 2t^2 + 5$.

- a. Найти мгновенную скорость тела в момент времени $t_0 = 1$ секунду.
- b. Найти ускорение тела в момент времени $t_1 = 2$ секунды.

с. Найти, через сколько секунд от начала отсчета мгновенная скорость тела будет равна $v_0 = 44 \text{ м/с}$.

д. Найти, через сколько секунд от начала отсчета ускорение тела будет равно a_0 .

Решение:

а) Для нахождения скорости вычислим производную первого порядка $v(t) = S'(t) = 9t^2 + 4t$. Тогда мгновенная скорость через 1 секунду $v(1) = 13 \text{ м/с}$.

б) Для нахождения ускорения вычислим вторую производную $a(t) = v'(t) = S''(t) = (S'(t))' = (9t^2 + 4t)' = 18t + 4$. Тогда через 2 секунды ускорение будет $a(2) = 40 \text{ м/с}^2$.

с) Для определения времени, по истечении которого скорость тела будет равна 44 м/с необходимо решить уравнение $v(t) = 9t^2 + 4t = 44$. Получаем $t = 2$ секунды.

д) Для определения времени, по истечении которого ускорение тела будет равно 22 м/с^2 необходимо решить уравнение $a(t) = 18t + 4 = 22$. Остается найти t .

Пример 2. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{5x-1}{3x+1}$ в точке $(1;1)$.

Решение:

По условию задачи $x_0 = 1$ и $f(x_0) = f_0 = 1$. Уравнение касательной имеет вид $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Таким образом, остается найти

$$f'(x) = \frac{8}{(3x+1)^2}$$

$$f'(1) = 0,5$$

Тогда уравнение касательной примет вид

$$y = 1 + 0,5(x - 1)$$

Умножим равенство на 2

$$2y = 2 + x - 1, \text{ откуда получим } 2y = x + 1.$$

Задание 1.

Дана кривая $y = \frac{x^2}{4} - x$. Составить уравнения касательных: а) в точках пересечения кривой с прямой $3x + 2y - 4 = 0$; б) параллельной и перпендикулярной этой прямой; в) проходящих через точку $(2; -5)$.

Задание 2.

Найти производную функции $y' = \frac{1}{2}x - 1$. Значения производной в найденных точках $y'(2) = 0$, $y'(-4) = -3$.

Задание 3.

Тело, выпущенное вертикально вверх, движется по закону $s(t) = 4 + 8t - 5t^2$, где высота $s(t)$ измеряется в метрах, а время t – в секундах. Найти: а) скорость тела в начальный момент; б) скорость тела в момент соприкосновения с землей; в) наибольшую высоту подъема тела.

Задание 4.

Тело движется прямолинейно по закону $s(t)$. Определить скорость и ускорение

тела в указанный момент времени t_0 : а) $s(t) = t^3 - 2t - t$; $t_0 = 2$; б) $s(t) = \frac{2t+1}{t+3}$; $t_0 = 7$.

Задание 5.

Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону: $h(t) = 9t - 2t^2$. Найти начальную скорость и ускорение тела ($t_0 = 2$) и максимальную высоту подъема, при которой скорость $v(t) = 0$.

Практическая работа №15 «Нахождение производной функции двух переменных первого и второго порядков»

Найти производные $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}$:

1 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 + 3y^3 + 6xy + 8xy^2 \\ 2. z &= 2x^3 - 3xy + 6y^2 + 8x \end{aligned}$$

3 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= 3x^3 + 5xy^2 - 4xy - xy^2 \\ 2. z &= 2x^3 + 3xy^2 + 6yx^2 + 7y \end{aligned}$$

2 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 + 5xy^2 - 4xy + 8xy^2 \\ 2. z &= x^3 + 8x^2y + 6y^2 + 8x \end{aligned}$$

4 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2y - 3xy^3 + 2xy^2 + 4xy^2 \\ 2. z &= 5x^3 - xy + 6xy^2 + 9y \end{aligned}$$

Практическая работа №16 «Нахождение экстремумов функции двух переменных с помощью производной»

Найти максимумы и минимумы функции двух переменных:

1 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 + 3y^2 + 6xy \\ 2. z &= 2x^2 - 3xy + 6y^2 \end{aligned}$$

3 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= 3x^2 - 4xy - y^2 \\ 2. z &= 2x^2 + 3xy + 6x^2 \end{aligned}$$

2 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 + 5xy + 8y^2 \\ 2. z &= x^2 + 8xy + 6y^2 \end{aligned}$$

4 вариант

$$\begin{aligned} 1. z &= x^2 - 3xy + 2y^2 \\ 2. z &= 5x^2 - xy + 9y^2 \end{aligned}$$

Практическая работа №17 «Основные методы интегрирования. Метод подстановки»

1. Вычислим определенный интеграл непосредственным интегрированием

$$\begin{aligned} \int_{\pi/2}^{\pi} (\cos(2x) - \sin(4x - \pi/2)) dx &= \int_{\pi/2}^{\pi} \cos(2x) dx - \int_{\pi/2}^{\pi} \sin(4x - \pi/2) dx = \\ &= \frac{1}{2} \sin(2x) \Big|_{\pi/2}^{\pi} + \frac{1}{4} \cos(4x - \pi/2) \Big|_{\pi/2}^{\pi} = \frac{1}{2} (\sin(2\pi) - \sin(\pi)) + \frac{1}{4} \left(\cos\left(\frac{7\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) \right) = \\ &= 0 \end{aligned}$$

2. Вычислим определенный интеграл способом подстановки

$$\int_1^3 e^{x^3+x} \cdot (3x^2+1) dx = \left| \begin{array}{l} t = x^3 + x, x=1, t=2, x=3, t=30 \\ dt = (x^3+x)' dx = (3x^2+1) dx \end{array} \right| = \int_2^{30} e^t dt = e^{30} - e^2$$

Вычислить интегралы:

1. $\int_0^{\pi} (\sin x - 2 \cos x) dx$
2. $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} 2x \sin(x^2) dx$
3. $\int_{\pi/6}^{\pi/4} (3 \operatorname{tg} x - \cos x) dx$
4. $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \cos(x^2 + \pi) dx$
5. $\int_{\pi/6}^{\pi/4} (6 \sin(x+5) - 2 \operatorname{ctg}(x)) dx$
6. $\int_2^3 \frac{2x+1}{x^2+x} dx$
7. $\int_0^1 (e^{x+1} - 2 \cos(x-1)) dx$
8. $\int_0^1 x e^{3x^2} dx$
9. $\int_2^3 (3e^{x+5} - 2 \ln(x-1)) dx$
10. $\int_1^2 x e^{2x^2+2} dx$
11. $\int_0^{\pi/2} (2 \sin x - 3 \cos(x - \pi/2)) dx$
12. $\int_{\sqrt{\pi/6}}^{\sqrt{\pi/4}} x \operatorname{tg}(x^2) dx$
13. $\int_{\pi/4}^{\pi/3} (\sin(x) - \operatorname{tg}(x - \pi/2)) dx$
14. $\int_2^3 \frac{3x^2+2}{x^3+2x} dx$
15. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (\operatorname{tg} x - 2 \cos x) dx$
16. $\int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/3}} x \operatorname{ctg}(x^2) dx$
17. $\int_1^2 (e^{x+5} - 2 \ln(x)) dx$

$$18. \int_0^1 x^2 e^{x^3+1} dx$$

$$19. \int_0^1 (x^3 - \ln(x+1)) dx$$

$$20. \int_0^1 x e^{x^2} dx$$

Практическая работа №18 «Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов»

Пример. Вычислим определенный интеграл методом неопределенных коэффициентов

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x}$$

Подынтегральное выражение имеет вид

$$\frac{1}{x^2 + x}$$

Знаменатель дроби можно разложить на множители

$$x^2 + x = x(x+1)$$

Тогда подынтегральное выражение можно представить в виде суммы двух простых дробей

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1},$$

где А и В - неизвестные коэффициенты.

Найдем их, для это сумму простых дробей приведем к общему знаменателю

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)}$$

Так как знаменатели дробей одинаковые, то и числители должны быть равны, то есть

$$A(x+1) + Bx = 1$$

Положим $x = -1$, чтобы приравнять к нулю скобку умножаемую на А, тогда

$-B=1$, откуда $B = -1$.

Положим $x=0$, тогда пропадет слагаемое с В, откуда $A=1$.

Значит

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

Тогда

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x} = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx = \ln|x| \Big|_1^2 - \ln|x+1| \Big|_1^2 = 2 \ln 2 - \ln 3 = \ln \frac{4}{3}$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 7x + 12}$$

$$\int_2^3 \frac{2}{x^2 - 1} dx$$

$$\int_0^2 \frac{x^2}{x^2 - x - 6} dx$$

$$\int_1^2 \frac{x}{x^2 + x - 2} dx$$

Задания:

1 вариант $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 5x + 4} dx$	2 вариант $\int_0^1 \frac{x}{x^2 - 4} dx$
3 вариант $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 4x}$	4 вариант $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2 + 4x + 3}$

Практическая работа №19
«Основные методы интегрирования. Метод интегрирования по частям»

Пример. Вычислим определенный интеграл методом интегрирования по частям
Приведем формулу интегрирования по частям для определенного интеграла

$$\int_a^b v du = (u \cdot v) \Big|_a^b - \int_a^b u dv$$

$$\int_0^1 e^x \cdot (2x + 5) dx = \left| \begin{array}{l} v = 2x + 5, dv = (2x + 5)' dx = 2dx \\ du = e^x dx, u = \int e^x dx = e^x \end{array} \right| = ((2x + 5)e^x) \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx =$$

$$= 7e - 5 - 2(e - 1) = 5e - 3$$

Задания:

$$\begin{array}{cccc} \int_0^2 (3x - 1)e^{x+1} dx & \int_1^2 (2x + 3) \ln x dx & \int_0^2 (3x - 1)e^{x+1} dx & \int_1^2 (2x + 3) \ln x dx \\ \int_0^\pi (3x - 6) \sin x dx & \int_0^2 (3x + 5)e^x dx & \int_1^2 x \ln x dx & \int_2^3 (x + 1)e^x dx \end{array}$$

1 вариант $\int_1^2 (x - 2) \ln x dx$	2 вариант $\int_0^\pi (2x - 3) \cos x dx$
3 вариант $\int_0^{\pi/2} (3x + 2) \cos x dx$	4 вариант $\int_0^2 (x + 5)e^{x+1} dx$

Практическая работа №20
«Нахождение неопределенных интегралов»
Вариант 1.

1. Найти интегралы:

а) $\int \frac{dx}{2x^3}$; б) $\int \sqrt[3]{x^2} dx$; в) $\int \frac{dx}{5^x}$; г) $\int 3^{2x+1} dx$

2. Найти интегралы методом замены переменной:

- а) $\int \sqrt[3]{2+x} dx$; б) $\int \frac{dx}{2x-1}$; в) $\int e^{-3x+5} dx$.
3. Найти интегралы, используя метод интегрирования по частям:
 а) $\int 2xe^{-3x} dx$; б) $\int 2x \ln x dx$.

Вариант 2.

1. Найти интегралы:
 а) $\int \frac{dx}{5x^2}$; б) $\int \sqrt[2]{x^3} dx$; в) $\int \frac{dx}{2^x}$; г) $\int 5^{2x-1} dx$
2. Найти интегралы методом замены переменной:
 а) $\int \sqrt[3]{1-x} dx$; б) $\int \frac{dx}{5x+4}$; в) $\int e^{5x+3} dx$.
3. Найти интегралы, используя метод интегрирования по частям:
 а) $\int xe^{5x} dx$; б) $\int 4x \ln x dx$.

Практическая работа №21 **«Определенный интеграл и его свойства»** **Вариант 1.**

Задание 1.

Найти интегралы: а) $\int_0^1 x^2 dx$; б) $\int_1^2 2^{3x-4} dx$.

Задание 2.

Вычислить: а) $\int_0^1 x(2-x^2)^5 dx$; б) $\int_0^1 \ln x(1+x) dx$.

Задание 3.

Найти интегралы: а) $\int_1^2 \frac{3x^4 - 5x^2 + 7}{x} dx$; б) $\int_0^5 \frac{xdx}{\sqrt{1+3x}}$; в) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

Вариант 2.

Задание 1.

Найти интегралы: а) $\int_0^1 (x^2 + 1) dx$; б) $\int_1^3 2^{2x-5} dx$.

Задание 2.

Вычислить: а) $\int_0^1 x(2-x)^3 dx$; б) $\int_0^1 \ln x(1+x^2) dx$.

Задание 3.

Найти интегралы: а) $\int_1^2 \frac{3x^5 - 3x + 3}{x} dx$; б) $\int_0^5 \frac{xdx}{\sqrt{1+4x}}$; в) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-4x^2} dx$.

Практическая работа №22 **«Вычисление определенных интегралов»**

Найти площади плоских фигур, ограниченных линиями:

- а) $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 3$, $y = 0$;
- б) $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$, $y = 4$ (фигура расположена в первой четверти);
- в) $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$;
- г) $y = 2x - x^2$, $y = 0$, $x = 3$.

Практическая работа №23

«Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными»

Решить уравнения:

- $e^x(1 + x^2)dy - 2x(1 + e^x)dx = 0$
- $e^x \sin^3 y + (1 + e^{2x}) \cos y \cdot y = 0$
- $y^2 \sin x \, dx + \cos^2 x \ln x \, dy = 0$
- $x\sqrt{4 + y^2} + yy/\sqrt{1 + x^2} = 0$

Проверка выполнения самостоятельной работы. Самостоятельная работа направлена на самостоятельное освоение и закрепление обучающимися практических умений и знаний, овладение профессиональными компетенциями.

Самостоятельная подготовка обучающихся по дисциплине предполагает следующие виды и формы работы:

- Систематическая проработка конспектов занятий, учебной и специальной технической литературы.
- Самостоятельное изучение материала и конспектирование лекций по учебной и специальной технической литературе.
- Написание и защита доклада; подготовка к сообщению или беседе на занятии по заданной преподавателем теме.
- Выполнение расчетных заданий.

Список самостоятельных работ:

Список задач для самостоятельного решения

- Даны числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Найдите числа: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$.
- Найти сумму и разность комплексных чисел $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = -1 - i$.
- Найти произведение и частное комплексных чисел z из равенства $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = -1 - i$.
- Даны числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Найдите числа: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$.
- Выполните действия: а) $(2 + 3i)(3 - 2i)$, б) $\frac{(3-5i)(2+3i)}{1+2i}$, в) $\frac{2+i}{3-i} + \frac{3+i}{2-i}$.
- Найдите $x, y \in \mathbb{R}$, если а) $(x - 3iy) + (2y + 3ix) = 1 - 2i$, б) $5x - 2y + (x + y)i = 4 + 5i$, в) $(x - 2iy) + (y + 2ix) = 2 - 3i$.
- Выполните действия: а) $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} + i^{54}$, б) $(i + i^{11} + i^{21})(i^{31} + i^{41} + i^{51})$
- Найдите сумму матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.
- Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. Найдите произведения AB и BA (если

это возможно).

10. Транспонировать матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

11. Вычислить значение многочлена $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

12. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

13. Найти матрицу A^n и ее след: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $n = 3$.

14. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

15. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

16. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

17. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

18. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

19. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

20. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

21. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

22. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

23. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

24. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

25. Найти производные заданных функций

а) $y = 4x^3 + 3\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}$; б) $y = \sin x \cdot e^x$; в) $y = \frac{x^2}{\cos x}$; г) $y = \sin(x^2 + 3)$;

д) $y = (x^2 + e^x)^{10}$; е) $y = x^2 \cdot e^{\sin x}$.

26. Найти производную функции $y = f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x = 1$

а) $y = x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)$; б) $y = 15 \cdot (x^4 - 1)$; в) $y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$.

27. Найти производную функции $f(x) = 10 - 4x + 4\cos x - 3\sin x$.

28. Найти производную функции $y = 10\cos x + 5\sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

29. Найти производные функций:

а) $y = \sqrt{\ln+1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$; б) $y = \left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^4$; в) $y = x^3 \sin(\cos x)$.

30. Найти производные второго порядка функций:

а) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$; б) $y = \sin^2 3x$; в) $y = x \ln(x+1)$.

31. Найти интегралы

а) $\int (8x^7 + 6x^5 - 3x^2 + 4) dx$. б) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right) dx$. в) $\int (\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x) dx$.

$$\begin{array}{lll} \text{г)} \int \frac{x^2 + 2}{x} dx, & \text{д)} \int (2x + 3 \cos x) dx. & \text{е)} \int \frac{dx}{x^2 + 4}. \quad \text{ж)} \int \frac{dx}{5 - x^2}. \\ \text{з)} \int \frac{dx}{\sqrt{3 - x^2}}. & \text{и)} \int (x + 2)(x^2 - 3) dx. & \text{к)} \int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{x} dx. \end{array}$$

32. Найти интегралы: а) $\int \frac{dx}{3^x}$; б) $\int 2^{3x-1} dx$; в) $\int \frac{dx}{9x^2 - 1}$, г) $\int \frac{dx}{4x^2 + 25}$, д) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 1}}$.

33. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \frac{3x^4 - 5x^2 + 7}{x} dx$; б) $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x}}$; в) $\int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx$.

34. Вычислить определенные интегралы: а) $\int_1^5 \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x}}$; б) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$.

35. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1$, $x = 2$, $y = 0$, $x = 0$

Проверка выполнения контрольных работ. Контрольная работа проводится с целью контроля усвоенных умений и знаний и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся в конце изучения темы или раздела. Согласно календарно-тематическому плану дисциплины предусмотрено проведение следующих контрольных работ:

- Контрольная работа №1 по разделу «Теория комплексных чисел»
- Контрольная работа №2 по разделу «Основы линейной алгебры»
- Контрольная работа №3 по разделу «Основы дифференциального исчисления»
- Контрольная работа №4 по разделу «Основы интегрального исчисления»

Спецификации контрольных работ приведены ниже в данном комплекте ФОС.

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 : $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - 2i$.
2. Представить число $z = 1 + i$ в тригонометрической форме.
3. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 :
 $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$, $z_2 = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$.
4. Вычислите в тригонометрической форме $(1 + i)^6$.

Вариант 2

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 :
 $z_1 = 9 - 3i$, $z_2 = 1 + 7i$.
2. Представить число $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ в тригонометрической форме.
3. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 :
 $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$, $z_2 = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$.

4. Вычислите $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^6$.

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Вычислите матрицу $D = A \cdot B + 2C^T$, где

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$;

б) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель

а) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Вычислите матрицу $D = A \cdot B + 2C^T$, где

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$;

б) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель

а) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_3 = 4 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

Контрольная работа № 7

1. Вычислить производную по правилу нахождения производной суммы (разности) двух функций

1 вариант $(\cos(5x - 2) - 4 \sin(2x - 1))'$	3 вариант $(6e^{3x+1} + \cos(2x - 1))'$
2 вариант $(2 \operatorname{ctg}(2x + 5) - 3 \cos(7x + 1))'$	4 вариант $(3 \sin(x - 2) - 4 \operatorname{ctg}(2x - 7))'$

2. Вычислить производную по правилу нахождения производной произведения двух функций

1 вариант $(\cos(2x) \cdot e^{3x})'$	3 вариант $(\operatorname{ctg}(3x) \cdot e^{5x+2})'$
2 вариант $(\cos(3x) \cdot \ln(2x + 6))'$	4 вариант $(\cos(2x) \cdot \ln(3x + 1))'$

3. Вычислить производную по правилу нахождения производной частного двух функций

1 вариант $\left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 2x} \right)'$	3 вариант $\left(\frac{2x + 3}{\ln(x + 7)} \right)'$
2 вариант $\left(\frac{x^3 + e^x}{2x + 3} \right)'$	4 вариант $\left(\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + x} \right)'$

4. Вычислить производную по правилу нахождения производной сложной функции

1 вариант $(\sin(e^{x+1} + 2 \ln(3x)))'$	3 вариант $(\operatorname{ctg}(\ln(x^2 + 2x)))'$
2 вариант $(\cos(\ln(x^2 + 1)))'$	4 вариант $(\sin(e^{x+1} + 2x))'$

5. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции.

1 вариант $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x$	3 вариант $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
2 вариант $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$	4 вариант $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$

6. Найти все частные производные функции $z'_x, z'_y, z''_{xx}, z''_{yy}, z''_{xy}, z''_{yx}$.

1 вариант $z = 2x^3 - 3xy + 6y^2 + 8x$	3 вариант $z = x^3 + 8x^2y + 6y^2 + 8x$
2 вариант	4 вариант

$z = 2x^3 + 3xy^2 + 6yx^2 + 7y$	$z = 5x^3 - xy + 6xy^2 + 9y$
---------------------------------	------------------------------

7. Решить задачу.

Тело движется прямолинейно по заданному закону $S(t)$.

- Найти мгновенную скорость тела в момент времени t_0 .
- Найти ускорение тела в момент времени t_1 .
- Найти, через сколько секунд от начала отсчета мгновенная скорость тела будет равна v_0 .
- Найти, через сколько секунд от начала отсчета ускорение тела будет равно a_0 .

№ варианта	$S(t)$, (м)	t_0 (с)	t_1 (с)	v_0 (м/с)	a (м/с ²)
1	$S(t) = 3t^2 - 12t + 7$	1	2	72 м/с	-
2	$S(t) = 2t^3 - 12t^2 + 7$	2	2	-	36 м/с ²
3	$S(t) = 5t + 0,2t^3 - 6$	1	3	-	5,6 м/с ²
4	$S(t) = 2t^2 + 4t + 1$	3	1	8 м/с	-

Контрольная работа № 8

- Вычислить определенный интеграл непосредственным интегрированием.
- Вычислить определенный интеграл способом подстановки.
- Вычислит определенный интеграл интегрированием по частям.
- Вычислить определенный интеграл методом неопределенных коэффициентов.

1 вариант №1. $\int_0^{\pi} (\sin x - 2 \cos x) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} 2x \sin(x^2) dx$ №3. $\int_0^2 (3x-1)e^{x+1} dx$ №4. $\int_2^3 \frac{2}{x^2-1} dx$	4 вариант №1. $\int_0^{\pi/4} (3 \operatorname{tg} x - \cos x) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \operatorname{tg}(x^2) dx$ №3. $\int_1^2 (2x+3) \ln x dx$ №4. $\int_0^2 \frac{x^2}{x^2-x-6} dx$
2 вариант №1. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (6 \sin(x+5) - 2 \operatorname{ctg}(x)) dx$ №2. $\int_2^3 \frac{2x+1}{x^2+x} dx$ №3. $\int_0^{\pi} (3x-6) \sin x dx$	5 вариант №1. $\int_0^1 (e^{x+1} - 2 \cos(x-1)) dx$ №2. $\int_0^1 x e^{3x^2} dx$ №3. $\int_0^2 (3x+5) e^x dx$

№4. $\int_1^2 \frac{x}{x^2 - 7x + 12} dx$	№4. $\int_2^3 \frac{dx}{x^2 + 2x - 3}$
3 вариант №1. $\int_2^3 (3e^{x+5} - 2 \ln(x-1)) dx$ №2. $\int_1^2 x e^{2x^2+2} dx$ №3. $\int_1^2 x \ln x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{x}{x^2 + x - 2} dx$	6 вариант №1. $\int_0^{\pi/2} (2 \sin x - 3 \cos(x - \pi/2)) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \cos(x^2 + \pi) dx$ №3. $\int_2^3 (x+1)e^x dx$ №4. $\int_0^1 \frac{x}{x^2 - 9} dx$
7 вариант №1. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (\sin(x) - \operatorname{tg}(x - \pi/2)) dx$ №2. $\int_1^2 \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x} dx$ №3. $\int_0^{3\pi/2} (x - 3\pi/2) \cos x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{2x dx}{x^2 - x - 6}$	12 вариант №1. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (\operatorname{tg} x - 2 \cos x) dx$ №2. $\int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/3}} x \operatorname{ctg}(x^2) dx$ №3. $\int_1^3 (2x - 3) \ln x dx$ №4. $\int_0^2 \frac{x}{x^2 + 7x + 6} dx$
8 вариант №1. $\int_1^2 (e^{x+5} - 2 \ln(x)) dx$ №2. $\int_0^1 x^2 e^{x^3+1} dx$ №3. $\int_1^2 (2x + 4) \ln x dx$ №4. $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 2x}$	13 вариант №1. $\int_0^1 (x^3 - \ln(x+1)) dx$ №2. $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ №3. $\int_1^2 (x + 4) \ln x dx$ №4. $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - x - 2}$
9 вариант №1. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} (\operatorname{ctg} x - 3 \sin(x + \pi/2)) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi/4}} x \operatorname{tg}(2x^2) dx$ №3. $\int_1^2 (x - 2) \ln x dx$ №4. $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 5x + 4} dx$	14 вариант №1. $\int_0^{\pi/4} (\sin(x+5) - 2 \operatorname{tg}(x)) dx$ №2. $\int_1^2 \frac{x}{x^2 + 1} dx$ №3. $\int_0^{\pi} (2x - 3) \cos x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 7x + 12}$

10 вариант №1. $\int_0^1 (8e^{x+1} - 3 \cos(x+1)) dx$ №2. $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$ №3. $\int_0^{\pi/2} (3x+2) \cos x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+4x}$	15 вариант №1. $\int_0^{\pi/2} (3 \sin x - \cos x) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \cos(x^2) dx$ №3. $\int_2^3 (x-1) e^{x-2} dx$ №4. $\int_0^1 \frac{x}{x^2-4} dx$
11 вариант №1. $\int_0^1 (2e^{x+1} - \sin(x+1)) dx$ №2. $\int_0^1 3x e^{x^2} dx$ №3. $\int_0^2 (x+5) e^{x+1} dx$ №4. $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2+4x+3}$	

Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения

Результаты обучения	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
Освоенные умения:	
- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.	<i>Практические и контрольные работы</i>
Усвоенные знания:	
- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ; - основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности; - основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; - основы интегрального и дифференциального исчисления	<i>Практические и контрольные работы</i>

2.2 Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» в 3 семестре - дифференцированный зачет и 4 семестре – экзамен, спецификация которого содержится в данном комплекте ФОС.

Обучающиеся допускаются к сдаче экзамена при выполнении всех видов

практических и контрольных работ, предусмотренных рабочей программой и календарно-тематическим планом дисциплины.

Дифференцированный зачет проводится за счет времени отведенного на изучение дисциплины/МДК. При условии своевременного и качественного выполнения обучающимся всех видов работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины.

Перечень вопросов к экзамену (или дифференцированному зачету, зачету, итоговой контрольной работы)

**Вопросы для дифференцированного зачета
3 семестр**

Раздел 1. Теория комплексных чисел

- Тема 1.1 Понятие комплексного числа и его геометрическая интерпретация
- Тема 1.2 Действия над комплексными числами в алгебраической форме
- Тема 1.3 Тригонометрическая формы комплексного числа
- Тема 1.4 Действия над комплексными числами в тригонометрической форме
- Тема 1.5 Показательная формы комплексного числа
- Тема 1.6 Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера
- Тема 1.7 Уравнения в комплексных числах
- Тема 1.8 Вычисление значений выражений с комплексными числами

Раздел 2. Основы линейной алгебры

- Тема 2.1 Матрицы
- Тема 2.2 Действия над матрицами
- Тема 2.3 Определители
- Тема 2.4 Нахождение определителей второго, третьего.
- Тема 2.5 Нахождение определителей n-ого порядков
- Тема 2.6 Нахождение обратной матрицы.
- Тема 2.7 Решение матричного уравнения
- Тема 2.8 Нахождение ранга матрицы
- Тема 2.10 Системы линейных алгебраических уравнений
- Тема 2.11 Решение СЛАУ методом Крамера
- Тема 2.12 Решение СЛАУ методом Гаусса
- Тема 2.13 Исследование СЛАУ на совместность. Нахождение общего и частного решения СЛАУ

Раздел 3. Элементы матричного анализа

- Тема 3.1 Векторы на плоскости и в пространстве. N-мерный вектор и векторное пространство
- Тема 3.2 Размерность и базис векторного пространства.
- Тема 3.3 Переход к новому базису
- Тема 3.4 Евклидово пространство. Линейные операторы
- Тема 3.4 Собственные векторы и собственные значения линейных операторов

Раздел 4. Уравнение линий

- Тема 4.1 Уравнение линий на плоскости
- Тема 4.2 Уравнение прямой
- Тема 4.3 Уравнения параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой
- Тема 4.4 Окружность и эллипс
- Тема 4.5 Парабола и гипербола
- Тема 4.6 Решение задач на составление уравнений
- Тема 4.7 Понятие об уравнении плоскости и прямой в пространстве

Список вопросов к экзамену

4 семестр

Тема 5.1 Множества и способы их задания.

Тема 5.2 Операции над множествами.

Тема 5.3 Декартово произведение.

Тема 5.4 Элементы комбинаторики.

Тема 5.5 Логика высказываний.

Тема 5.6 Булевы функции.

Тема 6.1

Предел числовой последовательности.

Тема 6.2 Предел функции.

Тема 6.3 Бесконечно малые и бесконечно большие величины.

Тема 6.4 Основные теоремы о пределах.

Тема 6.5 Первый и второй замечательные пределы.

Тема 6.6 Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей различных типов.

Тема 6.7 Непрерывность функции. Точки разрыва функции. Асимптоты.

Тема 7.1

Производная функции.

Тема 7.2

Применение правил дифференцирования для нахождения производных.

Тема 7.3

Вычисление производных высших порядков.

Тема 7.4

Исследование функции с помощью производной.

Тема 7.5

Производная и ее приложения.

Тема 7.6

Производная функции нескольких переменных.

Тема 7.7

Нахождение производных функции двух переменных первого и второго порядков.

Тема 7.8

Нахождение экстремумов функции двух переменных с помощью производной.

Тема 8.1

Первообразная. Неопределенный интеграл.

Тема 8.2

Основные методы интегрирования. Метод подстановки.

Тема 8.3

Основные методы интегрирования. Метод неопределенных коэффициентов.

Тема 8.4

Основные методы интегрирования. Метод интегрирования по частям.

Тема 8.5

Нахождение неопределенных интегралов.

Тема 8.6

Определенный интеграл и его свойства.

Тема 8.7

Вычисление определенного интеграла.

Тема 8.8

Основные понятия дифференциальных уравнений.

Тема 8.9

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Практическую часть экзамена проверяется с помощью теста:

2. Тестовые задания

- 1. Прочитайте текст, выберите один правильный ответ.**

Найти сумму комплексных чисел $z_1 + z_2$, если $z_1 = 9 - 3i$, $z_2 = 1 + 7i$

- 1) 14
- 2) $14i$
- 3) $10 + 4i$
- 4) $8i$

Ответ.

2. Прочитайте текст, выберите все правильные ответы. Виды матриц:

- 1) Диагональная матрица
- 2) Единичная матрица
- 3) Треугольная матрица
- 4) Прямая матрица

Ответ.

3. Прочитайте текст и установите последовательность. Расположите в порядке возрастания модуля вектора, если $\vec{a}(-2; 5; 0)$

- 1) $-10\vec{a}$
- 2) $4\vec{a}$
- 3) $-2\vec{a}$
- 4) $3\vec{a}$

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:

--	--	--	--

4. Прочитайте текст и установите соответствие.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца.

Задача		Ответ	
А	Нулевая матрица	1	$\vec{a}$
Б	Вектор a	2	ax^{a-1}
В	Производная степенной функции n -степени	3	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Г	Первообразная единицы	4	$x + C$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г

5. Дополните фразу: ... функции в точке x_0 называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если этот предел существует и конечен.
6. Дополните фразу: Физический смысл производной заключается в том, что она показывает ... изменения величины во времени или в зависимости от других параметров.
7. Дополните фразу: Геометрический смысл производной заключается в том, что значение производной функции в точке x_0 равно ... угла наклона касательной, проведённой к графику этой функции в точке x_0 .
8. Дополните фразу: Множество всех первообразных функции, то есть функций, производная от которых равна исходной функции-это ...
9. Прочитайте текст, выберите один правильный ответ.

Найдите производную $y = (2 + 3x)^3$

- 1) $27(2 + 3x)^2$
- 2) $8 + 9x^2$
- 3) $6x^2 + 6x$
- 4) $5x^3$

Ответ.

10. Прочитайте текст, выберите все правильные ответы. Производная функции $y = \sqrt{x}$, в точке $x = 25$:

- 1) $\frac{1}{2\sqrt{25}}$
- 2) $\frac{1}{\sqrt{50}}$
- 3) $\frac{1}{10}$
- 4) 5

Ответ.

11. Прочитайте текст и установите последовательность. Расположите числа в порядке убывания производной функции $y = \ln x$ в точках

- 1) $x=5$
- 2) $x=3$
- 3) $x=2$
- 4) $x=10$

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:

--	--	--	--

12. Прочитайте текст и установите соответствие.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца.

Задача		Ответ	
А	Диагональная матрица	1	$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
Б	Единичная матрица	2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
В	Треугольная матрица	3	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Г	Нулевая матрица	4	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г

13. Дополните фразу: Геометрический смысл определённого интеграла заключается в том, что он численно равен ... криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $y = f(x)$, осью абсцисс, прямыми $x = a$ и $x = b$.

14. Дополните фразу: Матрица, все элементы которой равны нулю, называется ... матрицей.

15. Дополните фразу: **Комплексные числа**- это числа, которые состоят из двух частей: ... и мнимой.
16. Дополните фразу: **Модуль вектора**- это ... направленного отрезка, который изображает вектор.
17. Прочитайте текст, выберите один правильный ответ.

Найти разность комплексных чисел $z_1 - z_2$, если $z_1 = 9 - 3i$, $z_2 = 1 + 7i$

- 1) 14
- 2) $14i$
- 3) $8 - 10i$
- 4) $8i$

Ответ.

18. Прочитайте текст, выберите все правильные ответы. **Виды векторов:**

- 1) Противовекторные
- 2) Сонаправленные
- 3) Равные
- 4) Коллинеарные

Ответ.

19. Прочитайте текст и установите последовательность. Расположите по возрастанию действительной части комплексного числа:

- 1) $z = i - 5$
- 2) $z = 2 + 3i$
- 3) $z = 5 - 200i$
- 4) $z = 6 - 6i$

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:

--	--	--	--

20. Прочитайте текст и установите соответствие.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца.

Задача		Ответ	
А	$y = \ln x$	1	$y' = 0$
Б	$y = \sqrt{x}$	2	$y' = \frac{1}{x}$
В	$y = x$	3	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
Г	$y = 7$	4	$y' = 1$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г

21. Дополните фразу: ... **векторы**- это векторы, которые лежат на одной прямой или на параллельных прямых.
22. Дополните фразу: **Диагональная матрица**- это ... матрица, у которой все элементы, расположенные вне главной диагонали, равны нулю.
23. Дополните фразу: **Сонаправленные векторы** имеют одинаковое направление, но могут различаться по
24. Дополните фразу: **Операция**, при которой отдельно складываются действительные и мнимые части **комплексных чисел**- это ... **комплексных чисел**.

Ключи к оцениванию

№	Верный ответ	Критерии
---	--------------	----------

задания					
1.	3)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
2.	1),2),3)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
3.	3),4),2),1)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
4.	A	Б	В	Г	1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
	3	1	2	4	
5.	Производная				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
6.	скорость				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
7.	тангенсу				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
8.	неопределенный интеграл				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
9.	1)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
10.	1),2),3)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
11.	3),2),1),4)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
12.	A	Б	В	Г	1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
	2	4	1	3	
13.	площади				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
14.	нулевой				2 б – полный правильный ответ; 1 б – один из правильных ответов не указан; 0 б – остальные случаи
15.	действительной				2 б – полный правильный ответ; 1 б – один из правильных ответов не указан; 0 б – остальные случаи
16.	длина				2 б – полный правильный ответ; 1 б – один из правильных ответов не указан; 0 б – остальные случаи
17.	3)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
18.	2),3),4)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи

					соответствие; 0 б – остальные случаи
19.	1),2),3),4)				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
20.	A	Б	В	Г	1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
	2	3	4	1	
21.	Коллинеарные				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
22.	квадратная				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
23.	длиной				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи
24.	сумма				1 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи

3. Система оценивания комплекта ФОС текущего контроля и промежуточной аттестации

При оценивании практической работы и форм промежуточной аттестации студента учитывается следующее:

- качество выполнения практической части работы.

Каждый вид работы оценивается по пяти бальной шкале.

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

Критерии оценивания практических работ.

Практическая работа оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Каждое задание оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех заданий оценка соответствует средней.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный

ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания самостоятельных работ.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания контрольных работ.

«5» (отлично) – решено 81-100% заданий.

«4» (хорошо) – решено 61 – 80% заданий.

«3» (удовлетворительно) – решено 41 – 60% заданий.

«2» (неудовлетворительно) – решено менее 40% заданий.

Критерии оценивания экзаменационного теста.

«5» (отлично) – решено 81-100% заданий.

«4» (хорошо) – решено 61 – 80% заданий.

«3» (удовлетворительно) – решено 41 – 60% заданий.

«2» (неудовлетворительно) – решено менее 40% заданий.