

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 28.03.2025 17:02:39
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886cf9626a198149ad36

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИ»

Стерлитамакский филиал

Колледж

Рабочая программа дисциплины

дисциплина

***ОП.09 Математические методы решения прикладных
профессиональных задач***

Общепрофессиональный цикл, обязательная часть

цикл дисциплины и его часть (обязательная, вариативная)

специальность

15.02.10

Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям)

код

наименование специальности

Техник-мехатроник

квалификация

Год начала подготовки

2025

Разработчик (составитель)

преподаватель

Фаттахова О.В.

ученая степень, ученое звание,
категория Ф.И.О.

Стерлитамак 2025

Оглавление

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
1.1. Область применения рабочей программы.....	3
1.2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы.....	3
1.3. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:.....	3
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	3
2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы	3
2.2. Тематический план и содержание дисциплины	5
3. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, ПРАКТИЧЕСКОГО ОПЫТА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ	8
4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	8
4.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению.....	8
4.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	8
4.2.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	8
4.2.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля).....	9
4.3.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)	9
ПРИЛОЖЕНИЕ № 1.....	11
ПРИЛОЖЕНИЕ №2.....	13

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Область применения рабочей программы

Рабочая программа дисциплины является частью основной образовательной программы в соответствии с ФГОС для специальности: 15.02.10 Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям), для обучающихся очной формы обучения.

1.2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина относится к общепрофессиональному циклу. Дисциплина реализуется в рамках обязательной части.

1.3. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

Код ОК, ПК	Умения	Знания
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.	- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности	- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.	- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности	- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; - основы интегрального и дифференциального исчисления.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
Объем образовательной программы	32
Работа обучающихся во взаимодействии с преподавателем	24
в том числе:	
лекции (уроки)	8
в форме практической подготовки (если предусмотрено)	
практические занятия	16
в форме практической подготовки (если предусмотрено)	
лабораторные занятия	
в форме практической подготовки (если предусмотрено)	
семинарские занятия	
курсовая работа (проект) (если предусмотрена)	

Самостоятельная работа обучающегося (всего) <i>(если предусмотрена)</i>	8
Консультации <i>(если предусмотрена)</i>	
Промежуточная аттестация в форме <i>итоговой контрольной работы в 7 семестре</i>	

2.2. Тематический план и содержание дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, практические работы, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов	Осваиваемые элементы компетенций
1	2	3	4
<i>7 семестр</i>			
Раздел 1. Математический анализ		8/4	
Тема 1.1 Предел функции. Непрерывность функции	Содержание учебного материала 1. Понятие функции. 2. График функции. 3. Свойства функции. 4. Непрерывность функции. 5. Функции нескольких переменных.	2	ОК 01, ОК 02
Тема 1.2 Дифференциальное исчисление	Практическое занятие 1. Понятие производной. Дифференциал. 2. Геометрический смысл производной. 3. Механический смысл производной. 4. Правила нахождения производной. 5. Производная функции нескольких переменных. 6. Градиент.	2	ОК 01, ОК 02
	Самостоятельная работа Решение прикладных задач в области профессиональной деятельности с применением методов дифференциального исчисления	2	
Тема 1.3 Интегральное исчисление	Практическое занятие 1. Понятие первообразной. 2. Неопределенный интеграл. 3. Свойства интеграла. 4. Метод подстановки нахождения интеграла. 5. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. 6. Геометрический смысл определенного интеграла. 7. Механический смысл определенного интеграла.	2	ОК 01, ОК 02
	Самостоятельная работа Решение прикладных задач в области профессиональной деятельности с применением методов интегрального исчисления	2	
Тема 1.4 Дифференциальные уравнения	Практическое занятие 1. Понятие дифференциального уравнения. 2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. 3. Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Общее решение. Частное решение. 4. Задача Коши. 5. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	2	ОК 01, ОК 02
Раздел 2. Основы линейной алгебры		8/2	
Тема 2.1	Содержание учебного материала	2	ОК 01, ОК 02

Матрицы	1. Основные сведения о матрицах. 2. Виды матриц. 3. Операции над матрицами. 4. Умножение матрицы на число. 5. Сложение и вычитание матриц. 6. Умножение матриц. 7. Возведение в степень 8. Транспонирование матрицы. 9. След матрицы.		
Тема 2.2 Определители	Практическое занятие 1. Определители квадратных матриц. 2. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков 3. Определители 4 порядка и выше.	2	ОК 01, ОК 02
Тема 2.3 Решение систем линейных алгебраических уравнений	Практическое занятие 1. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений. 2. Метод Крамера. 3. Метод Гаусса. 4. Теорема Кронекера-Капелли.	2	ОК 01, ОК 02
	Самостоятельная работа Решение прикладных задач в области профессиональной деятельности с применением методов линейной алгебры	2	
Тема 2.4 Контрольная работа №1	Контрольная работа №1	2	ОК 01, ОК 02
Раздел 3. Элементы теории комплексных чисел		2/2	
Тема 3.1 Комплексные числа и действия над комплексными числами	Содержание учебного материала 1. Определение комплексного числа. Примеры 2. Модуль и аргумент комплексного числа 3. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа 4. Действия над комплексными числами	2	ОК 01, ОК 02
	Самостоятельная работа Решение прикладных задач в области профессиональной деятельности с применением методов комплексного исчисления	2	
Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики		6/0	
Тема 4.1 Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей	Содержание учебного материала 1. Событие. 2. Вероятность события. 3. Свойства вероятности. 4. Теорема сложения вероятностей. 5. Теорема умножения вероятностей.	2	ОК 01, ОК 02
Тема 4.2 Случайная величина, функция распределения, характеристики случайной	Практическое занятие 1. Случайная величина. 2. Закон распределения случайной величины. 3. Дискретная случайная величина.	2	ОК 01, ОК 02

величины	4. Непрерывная случайная величина. 5. Математическое ожидание. 6. Дисперсия. 7. Среднее квадратичное отклонение		
Итоговая контрольная работа	Итоговая контрольная работа	2	ОК 01, ОК 02
Всего:		24	

Последовательное тематическое планирование содержания рабочей программы дисциплины, календарные объемы, виды занятий, формы организации самостоятельной работы также конкретизируются в календарно-тематическом плане (Приложение 1)

3. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, ПРАКТИЧЕСКОГО ОПЫТА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) - комплект методических и контрольных материалов, используемых при проведении текущего контроля освоения результатов обучения и промежуточной аттестации. ФОС предназначен для контроля и управления процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений и компетенций, определенных во ФГОС (Приложение № 2).

4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация программы дисциплины требует наличия учебного кабинета.

Для освоения дисциплины требуется учебная аудитория, которая должна удовлетворять требованиям Санитарно-эпидемиологических правил и нормативов и быть оснащена типовым оборудованием, в том числе учебной мебелью и средствами обучения, достаточными для выполнения требований к уровню подготовки обучающихся.

4.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

4.2.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная учебная литература:

1. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 12-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 408 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17852-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/533850> (дата обращения: 29.08.2023).

2. Высшая математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513645> (дата обращения: 29.08.2023).

Дополнительная учебная литература:

1. Баврин, И. И. Математика для технических колледжей и техникумов : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 397 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08026-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512900> (дата обращения: 29.08.2023).

4.2.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
1	Договор на доступ к ЭБС ZNANIUM.COM между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «Знаниум» № 2024-эбс от 09.07.2024	С 12.07.2024 по 11.07.2025
2	Договор на доступ к ЭБС «ЭБС ЮРАЙТ» (полная коллекция) между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» № 1/25-эбс от 06.03.2025 г.	С 06.03.2025 по 05.03.2026
3	Договор на доступ к ЭБС «Университетская библиотека онлайн» между УУНиТ «Нексмедиа» № 223-883 от 19.08.2024	С 01.10.2024 по 30.09.2025
4	Договор на доступ к ЭБС «Лань» между УУНиТ и издательством «Лань» № ОГЗ-647 от 08.07.2024	С 08.08.2024 по 07.08.2025
5	Договор на доступ к СЭБ между УУНиТ и издательством «Лань» № СЭБ 47-ДС 5010-24 от 04.06.2024	С 04.06.2024 по 20.05.2026
6	Договор на доступ к электронным изданиям в составе базы данных «НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU» между УУНиТ и ООО НЭБ № ОГЗ-1283 от 05.12.2024	С 01.01.2025 по 30.12.2025
7	Договор на БД диссертаций между УУНиТ и РГБ № 223-664 от 15.07.2024	С 10.08.2024 по 09.08.2025
8	Договор на доступ к ЭБС BOOK.ru (доступ к учебнику: Основы российской государственности : учебник / А. В. Малько, А. А. Вилков, В. В. Гурьев [и др.] ; под ред. А. В. Малько. — Москва : КноРус, 2024. — 263 с. — ISBN 978-5-406-12322-5) между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «КноРус медиа» № б/н от 16.10.2024 г.	С 23.10.2024 по 22.10.2025
9	Договор на доступ к ЭБС ZNANIUM.COM между УУНиТ в лице директора СФ УУНиТ и ООО «Знаниум» № 2024-эбс от 09.07.2024	С 12.07.2024 по 11.07.2025

№	Адрес (URL)
1.	http://school-collection.edu.ru/

4.3.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

№	Наименование	Кол-во ПК
1.	Office Standart 2007 Russian OpenLicensePack NoLevel Acdmc	200/ ООО «Общество информационных технологий». Государственный контракт №13 от 06.05.2009
2.	Office Standart 2007 Russian OpenLicensePack NoLevel Acdmc	137/ ЗАО «СофтЛайн Трейд». Государственный контракт от 18.03.2008
3.	Office Standart 2010 RUS OLP NL Acdmc	200/ Лицензионный договор №04297 от 9.04.2012
4.	Windows 7	9 Неограниченно на 3 года/ Microsoft Imagine. Подписка №8001361124 от 04.10.2017г.

5.	Windows 10	Неограниченно на 3 года/ Microsoft Imagine. Подписка №8001361124 от 04.10.2017г.
----	------------	---

ПРИЛОЖЕНИЕ № 1

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИ»**

Стерлитамакский филиал

Колледж

Календарно-тематический план

по дисциплине

***ОП.09 Математические методы решения прикладных
профессиональных задач***

специальность	
<i>15.02.10</i>	<i>Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям)</i>
код	наименование специальности
квалификация	
<i>Техник-мехатроник</i>	

Разработчик (составитель)

преподаватель

Фаттахова О.В.

ученая степень, ученое звание,
категория, Ф.И.О.

Стерлитамак 2025

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Кол- во часов	Календарные сроки изучения (план)	Вид занятия	Домашнее задание
Раздел 1. Математический анализ					
1.	Предел функции. Непрерывность функции	2/2	сентябрь	Лекция	Учить конспект
2.	Дифференциальное исчисление	2/4	сентябрь	Практическое занятие	Решить задачи
3.	Интегральное исчисление	2/6	сентябрь	Практическое занятие	Решить задачи
4.	Дифференциальные уравнения	2/8	сентябрь	Практическое занятие	Решить задачи
Раздел 2. Основы линейной алгебры					
5.	Матрицы	2/10	сентябрь	Лекция	Учить конспект
6.	Определители	2/12	сентябрь	Практическое занятие	Решить задачи
7.	Решение систем линейных алгебраических уравнений	2/14	сентябрь	Практическое занятие	Решить задачи
8.	Контрольная работа №1	2/16	октябрь	Практическое занятие	Решить задачи
Раздел 3. Элементы теории комплексных чисел					
9.	Комплексные числа и действия над комплексными числами	2/18	октябрь	Лекция	Учить конспект
Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики					
10.	Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей	2/20	октябрь	Лекция	Учить конспект
11.	Случайная величина, функция распределения, характеристики случайной величины	2/22	октябрь	Практическое занятие	Решить задачи
12.	Итоговая контрольная работа	2/24	октябрь	Практическое занятие	Решить задачи
Всего часов		24			

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИ»**

Стерлитамакский филиал

Колледж

Фонд оценочных средств

по дисциплине

***ОП.09 Математические методы решения прикладных
профессиональных задач***

Общепрофессиональный цикл, обязательная часть

цикл дисциплины и его часть (обязательная, вариативная)

специальность

15.02.10 Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям)

код

наименование специальности

квалификация

Техник-мехатроник

Разработчик (составитель)

преподаватель

Фаттахова О.В.

ученая степень, ученое звание,
категория, Ф.И.О.

Стерлитамак 2025

I Паспорт фондов оценочных средств

1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для проверки результатов освоения дисциплины ОП.09 Математические методы решения прикладных профессиональных задач, входящей в состав программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 15.02.10 Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям). Работа обучающихся во взаимодействии с преподавателем 24 часа, на самостоятельную работу 8 часов.

2. Объекты оценивания – результаты освоения дисциплины

ФОС позволяет оценить следующие результаты освоения дисциплины в соответствии с ФГОС специальности 15.02.10 Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям) и рабочей программой дисциплины ОП.09 Математические методы решения прикладных профессиональных задач:

умения:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.

знания:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;
- основы интегрального и дифференциального исчисления.

Вышеперечисленные умения, знания и *практический опыт* направлены на формирование у обучающихся следующих **общих компетенций**:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

3 Формы контроля и оценки результатов освоения дисциплины

3.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения.

Текущий контроль результатов освоения дисциплины в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании следующих обязательных форм контроля:

- выполнение практических работ,
- проверка выполнения контрольных работ.

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – устный опрос, решение задач.

Выполнение и защита практических работ. Практические работы проводятся с целью усвоения и закрепления практических умений и знаний, овладения профессиональными компетенциями. В ходе практической работы студенты приобретают умения, предусмотренные рабочей программой дисциплины, учатся использовать формулы, и применять различные методики расчета, анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания.

Список практических работ:

- Практическая работа №1 «Действия над комплексными числами в алгебраической форме»
- Практическая работа №2 «Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»
- Практическая работа №3 «Действия над комплексными числами в показательной

форме. Формула Эйлера»

- Практическая работа №4 «Уравнения в комплексных числах»
- Практическая работа №5 «Вычисление значений выражений с комплексными числами»
- Практическая работа № 6 «Действия над матрицами»
- Практическая работа №7 «Нахождение определителей второго, третьего и четвертого порядков»
- Практическая работа №8 «Нахождение обратной матрицы. Решение матричного уравнения»
- Практическая работа №9 «Нахождение ранга матрицы»
- Практическая работа №10 «Решение СЛАУ методом Гаусса и Крамера»
- Практическая работа №11 «Производная функции»
- Практическая работа №12 «Применение правил дифференцирования для нахождения производных»
- Практическая работа №12 «Исследование функции с помощью производной»
- Практическая работа №13 «Производная и ее приложения»
- Практическая работа №14 «Первообразная. Неопределенный интеграл»
- Практическая работа №15 «Основные методы интегрирования»
- Практическая работа №16 «Определенный интеграл и его свойства»

Содержание, этапы проведения и критерии оценивания практических работ представлены в методических указаниях по проведению практических работ.

Практическая работа №1

«Действия над комплексными числами в алгебраической форме»

Задание 1.

Найти комплексное число z из равенства $2 + 3i = z + 4 + i$.

Задание 2.

Найти произведение комплексных чисел из равенства $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = -1 - i$.

Задание 3.

Найти частное от деления комплексного числа $z_1 = \frac{1}{2} - 3i$ на число $z_2 = 2 + \frac{1}{3}i$.

Задание 4.

Найти i^{59} .

Задание 5.

Вычислите

$$а) \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)^2; \quad б) \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)^4.$$

Примерные задания для самостоятельной работы № 1

«Действия над комплексными числами»

Вариант 1.

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \pm z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$; $z_1 = 15 + 8i$, $z_2 = 4 - 3i$.
2. Представить число $z = 3 - 4i$ в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение $x^2 - x + 1 = 0$.
4. Найти действительные числа x и y из уравнения $(3 + i)x - 2(1 + 4i)y = -2 - 4i$

Вариант 2

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \pm z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}$: $z_1 = 9 - 3i, z_2 = 1 + 7i$.
2. Представить число $z = 2 + 3i$ в тригонометрической форме.
3. Решить квадратное уравнение $2x^2 + x + 1 = 0$.
4. Найти действительные числа x и y из уравнения $(1 + 2i)x - 3(1 - 2i)y = 1 + i$.

Практическая работа №2

«Действия над комплексными числами в тригонометрической форме»

Задание 1.

Дано $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ и $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$. Вычислить $z_1 \cdot z_2$.

Задание 2.

Дано $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ и $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 3.

Выразите $\sin 4\varphi$ и $\cos 4\varphi$ через $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$.

Задание 4.

Дано $z_1 = \sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ и $z_2 = \sqrt{3}\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$. Найдите а) $z_1 \cdot z_2$; б)

$\frac{z_1}{z_2}$; в) z_1^3 ; г) $\sqrt{z_1}$; д) $\overline{z_1 \cdot z_2}$, е) $\left(\frac{\overline{z_1}}{z_2}\right)$.

Задание 5.

Вычислите: $(1 + i)^6$.

Практическая работа №3

«Действия над комплексными числами в показательной форме. Формула Эйлера»

Задание 1.

Переведите числа в показательную форму и выполните умножение.

Дано $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ и $z_2 = 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$. Вычислить $z_1 \cdot z_2$.

Задание 2.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

Дано $z_1 = 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ и $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 3.

Переведите числа в показательную форму и выполните деление.

$z = 2 - 2i, n = 6$. Найти все значения z^n .

Практическая работа №4

«Уравнения в комплексных числах»

Задание 1.

Найдите x и y из уравнения

1) $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i, x, y \in R$.

2) $(1 - 3i)x + (4 + 5i)y = 1 + 3i, x, y \in R$.

Задание 2.

Решите квадратные уравнения:

а) $x^2 + x + 1 = 0$; б) $x^2 - x + 1 = 0$; в) $x^2 + 1 = 0$; г) $2x^2 + 3 = 0$.

Задание 3.

Решите уравнения:

а) $x^3 = 8$; б) $x^4 = -16$.

Практическая работа №5 «Вычисление значений выражений с комплексными числами»

Задание 1.

Даны числа $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Найдите числа: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$;

г) $\frac{z_1}{z_2}$.

Задание 2.

Дано: $z = 2 + i$. Найдите z^n , если $n = 2, 3, 4$.

Задание 3.

Найдите x и y из уравнения $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i$. $x, y \in \mathbb{R}$.

Задание 4.

Найдите комплексно-сопряженные числа для следующих чисел и постройте их на комплексной плоскости:

а) $z = 3 - 2i$; б) $z = -2 - i$; в) $z = 5i$; г) $z = i$; д) $z = 6$.

Задание 5.

Вычислите

а) $\frac{(2-2i)(3+4i)-6i}{i+1}$; б) $\frac{(2+2i)(6-i)+1}{(2i+1)^3}$.

Практическая работа №6 «Действия с матрицами»

Задание 1.

Вычислить произведение матриц AB , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 2.

Найти произведения матриц AB и BA , где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 3.

Найти A^2 , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Задание 4.

Вычислить значение многочлена $f(x)=2x^2-5x+3$ от матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Задание 5.

Найти матрицу $C=A^T-3B$, где $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 6.

Найти матрицу A^n и ее след: $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $n=3$.

Примерные задания для самостоятельной работы № 2 «Операции над матрицами»

Вариант 1.

1. Найти матрицу $C=-2A+3B$.

а) $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. б) $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить матрицу $D=(A \cdot B)^T + C^2$ и найти ее след.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x)=x^2-2x+1; \quad A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу A из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е. $|A^3|$ —?

Вариант 2.

1. Найти матрицу $C=-2A+3B$.

а) $A=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. б) $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить матрицу $D=(A \cdot B)^T + C^2$ и найти ее след.

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x)=x^2+4x+4; \quad A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Возведите матрицу A из задания 3 в куб, и найдите определитель результата, т.е. $|A^3|$ —?

Практическая работа №7 «Нахождение определителей второго, третьего и четвертого порядков»

Вычислите определители:

1. $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} -3 & -4 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

4. $\begin{vmatrix} -2 & 8 & 0 \\ 7 & 1 & 9 \\ -4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

5. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

6. $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

Примерные задания для самостоятельной работы № 3
«Вычисление определителей»

Вариант 1.

1. Вычислить произведение матриц А и В. Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Вариант 2.

1. Вычислить произведение матриц А и В. Найти определитель произведения.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Практическая работа №8
«Нахождение обратной матрицы. Решение матричного уравнения»

Найти обратную матрицу к заданной по формуле

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot A_{\text{доп}}^T:$$

1 вариант $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$	2 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	3 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$
4 вариант $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$	5 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$	6 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
7 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$	8 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	9 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \end{pmatrix}$
10 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 6 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	11 вариант $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 7 & 1 & -3 \end{pmatrix}$	12 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$
13 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$	14 вариант $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$	15 вариант $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$

Практическая работа №9
«Нахождение ранга матрицы»

Найти ранг матрицы:

1 вариант 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & -6 \\ 4 & -6 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	2 вариант 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -6 \\ 1 & 6 & 2 & -2 \\ -2 & 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}$
3 вариант 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -6 \\ 1 & 6 & 2 & -2 \\ -2 & -4 & -6 & 12 \end{pmatrix}$	4 вариант 1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 5 & 6 \\ 4 & -6 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Практическая работа №10
«Решение СЛАУ методами Гаусса и Крамера»

Задание 1.

Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

Задание 2.

Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

Задание 3.

Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

Примерные задания для самостоятельной работы № 4

«Решение СЛАУ»

Вариант 1

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

- а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;
в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

- а) методом Крамера; б) методом обратной матрицы;
в) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

Практическая работа №11

«Производная функции»

Вариант 1.

1. Найти производные функций:

а) $y = 5x^2 - 3x + 2$; б) $y = \frac{2}{x^3 - 1}$; в) $y = e^{3x}$; г) $y = \sqrt{2 - 3x}$

2. Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:

а) $y = x^2 \cdot \ln 3x$; б) $y = \frac{3x}{x^2 + 1}$.

3. Вычислить:

а) $y = \cos 3x + 2 \sin^2 x$; б) $y = 5^{3x} + \log_2 x$.

4. Найти третью производную функций ($y''' - ?$):

а) $y = \sin 2x$; б) $y = e^{2x}$

Вариант 2.

1. Найти производные функций:

а) $y = 3x^2 + 5x - 1$; б) $y = \frac{5}{x^2 + 1}$; в) $y = e^{4x}$; г) $y = \sqrt{1 + 7x}$

2. Найти производные функций, используя теоремы дифференцирования:

а) $y = x^3 \cdot \ln 2x$; б) $y = \frac{2x}{x^3 + 1}$.

3. Вычислить:

а) $y = \sin 2x - 3 \cos^2 x$; б) $y = 2^{5x} + \log_3 x$.

4. Найти третью производную функций ($y''' - ?$):

а) $y = \cos 3x$; б) $y = e^{3x}$

Практическая работа №12

«Применение правил дифференцирования для нахождения производных»

Задание 1.

Найти производные функций:

а) $y = x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}$; б) $y = \frac{3}{x^2 + 1}$; в) $y = e^{4x}$; г) $y = \sqrt{1 + 2x}$

Задание 2.

Найти производную функции $y = f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x=1$

а) $y = x^3 \cdot (\sqrt{x} + 1)$; б) $y = 15 \cdot (x^4 - 1)$; в) $y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$.

Задание 3.

Найти производные функций:

а) $y = (\sqrt{x} + 5)^3$; б) $y = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$; в) $y = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x}}$.

Задание 4.

Найти производные функций:

а) $y = \sqrt{\ln + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$; б) $y = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)^4$; в) $y = x^3 \sin(\cos x)$.

Задание 5.

Найти производные второго порядка функций:

а) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$; б) $y = \sin^2 3x$; в) $y = x \ln(x+1)$.

Практическая работа №13

«Исследование функции с помощью производной»

Исследовать функцию с помощью производной

$$y = \frac{4x^2 - 2}{x - 3}.$$

1. Найдем область определения функции. Так как функция представляет собой дробь, а как, известно на ноль делить нельзя, то знаменатель не должен равняться 0. Таким образом, x не равен 3.

Область определения $D(y) = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.

2. Найдем точки пересечения графика функции с осями координат.

С осью Оу при этом $x=0$, тогда $y=2/3$. Таким образом, $(0; 2/3)$ – точка пересечения с осью Оу.

С осью Ох при этом $y=0$, тогда $\frac{4x^2 - 2}{x - 3} = 0$, откуда $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Самостоятельно выпишите две точки пересечения с осью Ох.

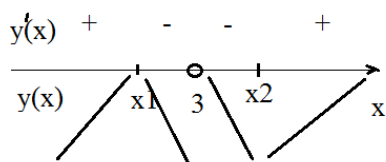
3. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции. Для этого вычислим производную

$y' = \frac{4x^2 - 24x + 2}{(x-3)^2}$. Решая уравнение $y' = 0$, находим точки подозрительные на

экстремум $\frac{6 \pm \sqrt{14}}{2}$. Пользуясь разложением квадратного трехчлена можно записать

$$y' = \frac{4 \left(x - \frac{6 - \sqrt{14}}{2} \right) \left(x - \frac{6 + \sqrt{14}}{2} \right)}{(x-3)^2} = \frac{4(x-x_1)(x-x_2)}{(x-3)^2}.$$

Сделаем следующий рисунок. На рисунке отметим точки подозрительные на экстремум, выколем точки, не вошедшие в область определения функции. Обратите внимание, что $x_1 < x_2$.



Таким образом, функция возрастает на промежутках $\left(-\infty; \frac{6 - \sqrt{14}}{2}\right)$ и

$\left(\frac{6 + \sqrt{14}}{2}; +\infty\right)$, а убывает на промежутках $\left(\frac{6 - \sqrt{14}}{2}; 3\right)$ и $\left(3; \frac{6 + \sqrt{14}}{2}\right)$.

Экстремумы

$$\max(y) = y\left(\frac{6 - \sqrt{14}}{2}\right) \text{ и } \min(y) = y\left(\frac{6 + \sqrt{14}}{2}\right)$$

Значения функций вычислить самостоятельно.

4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба. Для этого вычислим y'' и приравняем к нулю. Найденные точки – точки перегиба графика функции. При $f'' > 0$ функция выпукла вниз (или вогнута). При $f'' < 0$ функция выпукла вверх.

Вычисления провести самостоятельно.

5. Построим схематично график функции

Построение провести самостоятельно. Сначала проведем вертикальную асимптоту $x=3$ пунктирной линией. Затем отметим точки пересечения с осями координат,

экстремумы функции и точки перегиба. Далее последовательно плавной линией соединяем все точки в направлении слева - направо. Теперь можно проверить построенный график функции с учетом промежутков возрастания/убывания, выпуклости/вогнутости графика функции.

1. Найти область определения функции
2. Найти точки пересечения графика функции с осями координат
3. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции
4. Найти промежутки выпуклости/вогнутости графика функции, точки перегиба
5. Построить схематичный график функции

1 вариант $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$	4 вариант $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$
2 вариант $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$	5 вариант $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
3 вариант $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$	6 вариант $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$
7 вариант $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 72x$	12 вариант $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$
8 вариант $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x$	13 вариант $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
9 вариант $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$	14 вариант $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$
10 вариант $f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 36x$	15 вариант $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$
11 вариант $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$	

Практическая работа №14 «Производная и ее приложения»

Пример 1. Тело движется прямолинейно по заданному закону $S(t) = 3t^3 + 2t^2 + 5$.

- а. Найти мгновенную скорость тела в момент времени $t_0 = 1$ секунду.
- б. Найти ускорение тела в момент времени $t_1 = 2$ секунды.
- в. Найти, через сколько секунд от начала отсчета мгновенная скорость тела будет равна $v_0 = 44$ м/с.
- г. Найти, через сколько секунд от начала отсчета ускорение тела будет равно a_0 .

Решение:

- а) Для нахождения скорости вычислим производную первого порядка $v(t) = S'(t) = 9t^2 + 4t$. Тогда мгновенная скорость через 1 секунду $v(1) = 13 \text{ м/с}$.
- б) Для нахождения ускорения вычислим вторую производную $a(t) = v'(t) = S''(t) = (9t^2 + 4t)' = 18t + 4$. Тогда через 2 секунды ускорение будет $a(2) = 40 \text{ м/с}^2$.
- в) Для определения времени, по истечении которого скорость тела будет равна 44 м/с необходимо решить уравнение $v(t) = 9t^2 + 4t = 44$. Получаем $t = 2$ секунды.
- г) Для определения времени, по истечении которого ускорение тела будет равно 22 м/с^2 необходимо решить уравнение $a(t) = 18t + 4 = 22$. Остается найти t .

Пример 2. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{5x-1}{3x+1}$ в точке $(1;1)$.

Решение:

По условию задачи $x_0 = 1$ и $f(x_0) = f_0 = 1$. Уравнение касательной имеет вид

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0).$$

Таким образом, остается найти

$$f'(x) = \frac{8}{(3x+1)^2}$$

$$f'(1) = 0,5$$

Тогда уравнение касательной примет вид

$$y = 1 + 0,5(x - 1)$$

Умножим равенство на 2

$$2y = 2 + x - 1, \text{ откуда получим } 2y = x + 1.$$

Задание 1.

Дана кривая $y = \frac{x^2}{4} - x$. Составить уравнения касательных: а) в точках пересечения кривой с прямой $3x + 2y - 4 = 0$; б) параллельной и перпендикулярной этой прямой; в) проходящих через точку $(2; -5)$.

Задание 2.

Найти производную функции $y' = \frac{1}{2}x - 1$. Значения производной в найденных точках $y'(2) = 0$, $y'(-4) = -3$.

Задание 3.

Тело, выпущенное вертикально вверх, движется по закону $s(t) = 4 + 8t - 5t^2$, где высота $s(t)$ измеряется в метрах, а время t – в секундах. Найти: а) скорость тела в начальный момент; б) скорость тела в момент соприкосновения с землей; в) наибольшую высоту подъема тела.

Задание 4.

Тело движется прямолинейно по закону $s(t)$. Определить скорость и ускорение тела в указанный момент времени t_0 : а) $s(t) = t^3 - 2t - t$; $t_0 = 2$; б) $s(t) = \frac{2t+1}{t+3}$; $t_0 = 7$.

Задание 5.

Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону: $h(t) = 9t - 2t^2$. Найти начальную скорость и ускорение тела ($t_0 = 2$) и максимальную высоту подъема, при которой скорость $v(t) = 0$.

Практическая работа №15
«Первообразная. Неопределенный интеграл»

Пример. Вычислим определенный интеграл методом неопределенных коэффициентов

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x}$$

Подынтегральное выражение имеет вид

$$\frac{1}{x^2 + x}$$

Знаменатель дроби можно разложить на множители

$$x^2 + x = x(x+1)$$

Тогда подынтегральное выражение можно представить в виде суммы двух простых дробей

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1},$$

где A и B - неизвестные коэффициенты.

Найдем их, для это сумму простых дробей приведем к общему знаменателю

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)}$$

Так как знаменатели дробей одинаковые, то и числители должны быть равны, то есть

$$A(x+1) + Bx = 1$$

Положим $x = -1$, чтобы приравнять к нулю скобку умножаемую на A, тогда $-B = 1$, откуда $B = -1$.

Положим $x = 0$, тогда пропадет слагаемое с B, откуда $A = 1$.

Значит

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

Тогда

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x} = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx = \ln|x| \Big|_1^2 - \ln|x+1| \Big|_1^2 = 2\ln 2 - \ln 3 = \ln \frac{4}{3}$$

$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 7x + 12}$	$\int_2^3 \frac{2}{x^2 - 1} dx$	$\int_0^2 \frac{x^2}{x^2 - x - 6} dx$	$\int_1^2 \frac{x}{x^2 + x - 2} dx$
-------------------------------------	---------------------------------	---------------------------------------	-------------------------------------

Задания:

1 вариант $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 5x + 4} dx$	2 вариант $\int_0^1 \frac{x}{x^2 - 4} dx$
3 вариант $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 4x}$	4 вариант $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2 + 4x + 3}$

Практическая работа №16
«Основные методы интегрирования»

Пример. Вычислим определенный интеграл методом интегрирования по частям
Приведем формулу интегрирования по частям для определенного интеграла

$$\int_a^b v du = (u \cdot v) \Big|_a^b - \int_a^b u dv$$

$$\int_0^1 e^x \cdot (2x + 5) dx = \left| \begin{array}{l} v = 2x + 5, dv = (2x + 5)' dx = 2dx \\ du = e^x dx, u = \int e^x dx = e^x \end{array} \right| = ((2x + 5)e^x) \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx =$$

$$= 7e - 5 - 2(e - 1) = 5e - 3$$

Задания:

$\int_0^2 (3x - 1)e^{x+1} dx$	$\int_1^2 (2x + 3) \ln x dx$	$\int_0^2 (3x - 1)e^{x+1} dx$	$\int_1^2 (2x + 3) \ln x dx$
$\int_0^\pi (3x - 6) \sin x dx$	$\int_0^2 (3x + 5)e^x dx$	$\int_1^2 x \ln x dx$	$\int_2^3 (x + 1)e^x dx$

1 вариант $\int_1^2 (x - 2) \ln x dx$	2 вариант $\int_0^\pi (2x - 3) \cos x dx$
3 вариант $\int_0^{\pi/2} (3x + 2) \cos x dx$	4 вариант $\int_0^2 (x + 5)e^{x+1} dx$

Практическая работа №17
«Определенный интеграл и его свойства»
Вариант 1.

Задание 1.

Найти интегралы: а) $\int_0^1 x^2 dx$; б) $\int_1^2 2^{3x-4} dx$.

Задание 2.

Вычислить: а) $\int_0^1 x(2-x^2)^5 dx$; б) $\int_0^1 \ln x(1+x) dx$.

Задание 3.

Найти интегралы: а) $\int_1^2 \frac{3x^4 - 5x^2 + 7}{x} dx$; б) $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1+3x}}$; в) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

Вариант 2.

Задание 1.

Найти интегралы: а) $\int_0^1 (x^2 + 1) dx$; б) $\int_1^3 2^{2x-5} dx$.

Задание 2.

Вычислить: а) $\int_0^1 x(2-x)^3 dx$; б) $\int_0^1 \ln x(1+x^2) dx$.

Задание 3.

Найти интегралы: а) $\int_1^2 \frac{3x^5 - 3x + 3}{x} dx$; б) $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1+4x}}$; в) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-4x^2} dx$.

Проверка выполнения самостоятельной работы. Самостоятельная работа направлена на самостоятельное освоение и закрепление обучающимися практических умений и знаний, овладение профессиональными компетенциями.

Самостоятельная подготовка обучающихся по дисциплине предполагает следующие виды и формы работы:

- Систематическая проработка конспектов занятий, учебной и специальной технической литературы.
- Самостоятельное изучение материала и конспектирование лекций по учебной и специальной технической литературе.
- Выполнение расчетных заданий.

Список задач для самостоятельного решения

1. Даны числа $z_1 = 2+3i$ и $z_2 = 1-2i$. Найдите числа: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$.
2. Найти сумму и разность комплексных чисел $z_1 = 3+2i$ и $z_2 = -1-i$.
3. Найти произведение и частное комплексных чисел z из равенства $z_1 = 3+2i$ и $z_2 = -1-i$.
4. Даны числа $z_1 = 2+3i$ и $z_2 = 1-2i$. Найдите числа: а) $z_1 \cdot z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$.
5. Выполните действия: а) $(2+3i)(3-2i)$, б) $\frac{(3-5i)(2+3i)}{1+2i}$, в) $\frac{2+i}{3-i} + \frac{3+i}{2-i}$.
6. Найдите $x, y \in \mathbb{R}$, если а) $(x-3iy) + (2y+3ix) = 1-2i$, б) $5x-2y + (x+y)i = 4+5i$, в) $(x-2iy) + (y+2ix) = 2-3i$.
7. Выполните действия: а) $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} + i^{54}$, б) $(i + i^{11} + i^{21})(i^{31} + i^{41} + i^{51})$.
8. Найдите сумму матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

9. Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. Найдите произведения AB и BA (если

это возможно).

10. Транспонируйте матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

11. Вычислить значение многочлена $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

12. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

13. Найти матрицу A^n и ее след: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $n = 3$.

14. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

15. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

16. Вычислить определители третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

17. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

18. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

19. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

20. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило

Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

21. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

22. Решить систему методом Гаусса, матричным способом и используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 2x + 7y - 5z = 13 \end{cases}$$

23. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

24. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

25. Найти производные заданных функций

а) $y = 4x^3 + 3\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}$; б) $y = \sin x \cdot e^x$; в) $y = \frac{x^2}{\cos x}$; г) $y = \sin(x^2 + 3)$;

д) $y = (x^2 + e^x)^{10}$; е) $y = x^2 \cdot e^{\sin x}$.

26. Найти производную функции $y = f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x=1$

а) $y = x^3 \cdot (\sqrt[4]{x} + 1)$; б) $y = 15 \cdot (x^4 - 1)$; в) $y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$.

27. Найти производную функции $f(x) = 10 - 4x + 4\cos x - 3\sin x$.

28. Найти производную функции $y = 10\cos x + 5\sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

29. Найти производные функций:

а) $y = \sqrt{\ln + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$; б) $y = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)^4$; в) $y = x^3 \sin(\cos x)$.

30. Найти производные второго порядка функций:

а) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$; б) $y = \sin^2 3x$; в) $y = x \ln(x+1)$.

31. Найти интегралы

а) $\int (8x^7 + 6x^5 - 3x^2 + 4) dx$; б) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right) dx$; в) $\int (\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x) dx$.

$$\text{г)} \int \frac{x^2 + 2}{x} dx, \quad \text{д)} \int (2x + 3 \cos x) dx. \quad \text{е)} \int \frac{dx}{x^2 + 4}. \quad \text{ж)} \int \frac{dx}{5 - x^2}.$$

$$\text{з)} \int \frac{dx}{\sqrt{3 - x^2}}. \quad \text{и)} \int (x + 2)(x^2 - 3) dx. \quad \text{к)} \int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - \sqrt[7]{x}}{x} dx.$$

$$32. \text{ Найти интегралы: а) } \int \frac{dx}{3^x}; \text{ б) } \int 2^{3x-1} dx; \text{ в) } \int \frac{dx}{9x^2 - 1}, \text{ г) } \int \frac{dx}{4x^2 + 25}, \text{ д) } \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 1}}.$$

$$33. \text{ Найти интегралы: а) } \int_1^2 \frac{3x^4 - 5x^2 + 7}{x} dx; \text{ б) } \int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x}}; \text{ в) } \int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx.$$

$$34. \text{ Вычислить определенные интегралы: а) } \int_1^5 \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x}}; \text{ б) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

35. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1$, $x = 2$, $y = 0$, $x = 0$

Проверка выполнения контрольных работ. Контрольная работа проводится с целью контроля усвоенных умений и знаний и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся в конце изучения темы или раздела. Согласно календарно-тематическому плану дисциплины предусмотрено проведение следующих контрольных работ:

- Контрольная работа №1 по разделу «Теория комплексных чисел»
- Контрольная работа №2 по разделу «Основы линейной алгебры»
- Контрольная работа №3 по разделу «Основы дифференциального исчисления»
- Контрольная работа №4 по разделу «Основы интегрального исчисления»

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1/z_2 : $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - 2i$.
2. Представить число $z = 1 + i$ в тригонометрической форме.
3. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \cdot z_2$, z_1/z_2 :
 $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$, $z_2 = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$.
4. Вычислите в тригонометрической форме $(1 + i)^6$.

Вариант 2

1. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1/z_2 :
 $z_1 = 9 - 3i$, $z_2 = 1 + 7i$.
2. Представить число $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ в тригонометрической форме.
3. Даны комплексные числа z_1, z_2 . Найти $z_1 \cdot z_2$, z_1/z_2 :
 $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$, $z_2 = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$.

4. Вычислите $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^6$.

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Вычислите матрицу $D = A \cdot B + 2C^T$, где

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$;

б) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель

а) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Вычислите матрицу $D = A \cdot B + 2C^T$, где

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$;

б) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель

а) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_3 = 4 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

Контрольная работа № 3

1. Вычислить производную по правилу нахождения производной суммы (разности) двух функций

1 вариант $(\cos(5x-2) - 4\sin(2x-1))'$	3 вариант $(6e^{3x+1} + \cos(2x-1))'$
2 вариант $(2\operatorname{ctg}(2x+5) - 3\cos(7x+1))'$	4 вариант $(3\sin(x-2) - 4\operatorname{ctg}(2x-7))'$

2. Вычислить производную по правилу нахождения производной произведения двух функций

1 вариант $(\cos(2x) \cdot e^{3x})'$	3 вариант $(\operatorname{ctg}(3x) \cdot e^{5x+2})'$
2 вариант $(\cos(3x) \cdot \ln(2x+6))'$	4 вариант $(\cos(2x) \cdot \ln(3x+1))'$

3. Вычислить производную по правилу нахождения производной частного двух функций

1 вариант $\left(\frac{x^2+2}{x^2-2x}\right)'$	3 вариант $\left(\frac{2x+3}{\ln(x+7)}\right)'$
2 вариант $\left(\frac{x^3+e^x}{2x+3}\right)'$	4 вариант $\left(\frac{2x^2-3x+1}{x^2+x}\right)'$

4. Вычислить производную по правилу нахождения производной сложной функции

1 вариант $(\sin(e^{x+1} + 2\ln(3x)))'$	3 вариант $(\operatorname{ctg}(\ln(x^2+2x)))'$
2 вариант $(\cos(\ln(x^2+1)))'$	4 вариант $(\sin(e^{x+1} + 2x))'$

5. Найти промежутки возрастания/убывания функции, экстремумы функции.

1 вариант $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x$	3 вариант $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
2 вариант $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$	4 вариант $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x$

6. Найти все частные производные функции $z'_x, z'_y, z''_{xx}, z''_{yy}, z''_{xy}, z''_{yx}$.

1 вариант $z = 2x^3 - 3xy + 6y^2 + 8x$	3 вариант $z = x^3 + 8x^2y + 6y^2 + 8x$
2 вариант $z = 2x^3 + 3xy^2 + 6yx^2 + 7y$	4 вариант $z = 5x^3 - xy + 6xy^2 + 9y$

7. Решить задачу.

Тело движется прямолинейно по заданному закону $S(t)$.

- Найти мгновенную скорость тела в момент времени t_0 .
- Найти ускорение тела в момент времени t_1 .
- Найти, через сколько секунд от начала отсчета мгновенная скорость тела будет равна v_0 .
- Найти, через сколько секунд от начала отсчета ускорение тела будет равно a_0 .

№ варианта	$S(t)$, (м)	t_0 (с)	t_1 (с)	v_0 (м/с)	a (м/с ²)
1	$S(t) = 3t^2 - 12t + 7$	1	2	72 м/с	-
2	$S(t) = 2t^3 - 12t^2 + 7$	2	2	-	36 м/с ²
3	$S(t) = 5t + 0,2t^3 - 6$	1	3	-	5,6 м/с ²
4	$S(t) = 2t^2 + 4t + 1$	3	1	8 м/с	-

Контрольная работа № 4

- Вычислить определенный интеграл непосредственным интегрированием.
- Вычислить определенный интеграл способом подстановки.
- Вычислит определенный интеграл интегрированием по частям.
- Вычислить определенный интеграл методом неопределенных коэффициентов.

1 вариант №1. $\int_0^{\pi} (\sin x - 2 \cos x) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} 2x \sin(x^2) dx$ №3. $\int_0^2 (3x - 1)e^{x+1} dx$ №4. $\int_2^3 \frac{2}{x^2 - 1} dx$	4 вариант №1. $\int_0^{\pi/4} (3 \operatorname{tg} x - \cos x) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \operatorname{tg}(x^2) dx$ №3. $\int_1^2 (2x + 3) \ln x dx$ №4. $\int_0^2 \frac{x^2}{x^2 - x - 6} dx$
2 вариант №1. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (6 \sin(x + 5) - 2 \operatorname{ctg}(x)) dx$ №2. $\int_2^3 \frac{2x + 1}{x^2 + x} dx$ №3. $\int_0^{\pi} (3x - 6) \sin x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{x}{x^2 - 7x + 12} dx$	5 вариант №1. $\int_0^1 (e^{x+1} - 2 \cos(x - 1)) dx$ №2. $\int_0^1 x e^{3x^2} dx$ №3. $\int_0^2 (3x + 5)e^x dx$ №4. $\int_2^3 \frac{dx}{x^2 + 2x - 3}$

3 вариант №1. $\int_2^3 (3e^{x+5} - 2 \ln(x-1)) dx$ №2. $\int_1^2 x e^{2x^2+2} dx$ №3. $\int_1^2 x \ln x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{x}{x^2+x-2} dx$	6 вариант №1. $\int_0^{\pi/2} (2 \sin x - 3 \cos(x - \pi/2)) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \cos(x^2 + \pi) dx$ №3. $\int_2^3 (x+1)e^x dx$ №4. $\int_0^1 \frac{x}{x^2-9} dx$
7 вариант №1. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (\sin(x) - \operatorname{tg}(x - \pi/2)) dx$ №2. $\int_1^2 \frac{3x^2+2}{x^3+2x} dx$ №3. $\int_0^{3\pi/2} (x - 3\pi/2) \cos x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{2x dx}{x^2-x-6}$	12 вариант №1. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (\operatorname{tg} x - 2 \cos x) dx$ №2. $\int_{\sqrt{\pi/4}}^{\sqrt{\pi/3}} x \operatorname{ctg}(x^2) dx$ №3. $\int_1^3 (2x-3) \ln x dx$ №4. $\int_0^2 \frac{x}{x^2+7x+6} dx$
8 вариант №1. $\int_1^2 (e^{x+5} - 2 \ln(x)) dx$ №2. $\int_0^1 x^2 e^{x^3+1} dx$ №3. $\int_1^2 (2x+4) \ln x dx$ №4. $\int_3^4 \frac{dx}{x^2-2x}$	13 вариант №1. $\int_0^1 (x^3 - \ln(x+1)) dx$ №2. $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ №3. $\int_1^2 (x+4) \ln x dx$ №4. $\int_3^4 \frac{dx}{x^2-x-2}$
9 вариант №1. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} (\operatorname{ctg} x - 3 \sin(x + \pi/2)) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi/4}} x \operatorname{tg}(2x^2) dx$ №3. $\int_1^2 (x-2) \ln x dx$ №4. $\int_0^1 \frac{x}{x^2+5x+4} dx$	14 вариант №1. $\int_0^{\pi/4} (\sin(x+5) - 2 \operatorname{tg}(x)) dx$ №2. $\int_1^2 \frac{x}{x^2+1} dx$ №3. $\int_0^{\pi} (2x-3) \cos x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+7x+12}$

10 вариант №1. $\int_0^1 (8e^{x+1} - 3 \cos(x+1)) dx$ №2. $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$ №3. $\int_0^{\pi/2} (3x+2) \cos x dx$ №4. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+4x}$	15 вариант №1. $\int_0^{\pi/2} (3 \sin x - \cos x) dx$ №2. $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \cos(x^2) dx$ №3. $\int_2^3 (x-1) e^{x-2} dx$ №4. $\int_0^1 \frac{x}{x^2-4} dx$
11 вариант №1. $\int_0^1 (2e^{x+1} - \sin(x+1)) dx$ №2. $\int_0^1 3x e^{x^2} dx$ №3. $\int_0^2 (x+5) e^{x+1} dx$ №4. $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2+4x+3}$	

Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
Освоенные умения:	
решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.	Решение задач во время занятия
Усвоенные знания:	
значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ;	Устный опрос во время занятия Решение задач
основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;	Устный опрос во время занятия Решение задач
основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;	Контрольная работа №1,2 Выполнение практической работы № 1-10 Устный опрос во время занятия Решение задач
основы интегрального и дифференциального исчисления	Контрольная работа №3, 4 Выполнение практической работы № 11 - 17 Устный опрос во время занятия Решение задач

3.2 Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» в 3 семестре – итоговая

контрольная работа, в 4 семестре – экзамен, спецификация которой содержится в данном комплекте ФОС.

Итоговая контрольная работа проводится за счет времени отведенного на изучение дисциплины, при условии своевременного и качественного выполнения обучающимся всех видов работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины.

Итоговая контрольная работа проводится в форме решения задач.

Перечень вопросов к итоговой контрольной работе

Вариант 1

1. Найти действительные числа x и y из уравнения $(1+2i)x+(3-5i)y=1-3i$.
2. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.
а) $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. б) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.
3. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Крамера:
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

Вариант 2.

1. Найти действительные числа x и y из уравнения $(3+i)x-2(1+4i)y=-2-4i$.
2. Найти матрицу $C = -2A + 3B$.
а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. б) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.
3. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Крамера:
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

Список вопросов к экзамену

Часть А

1. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
2. Комплексные числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Три формы комплексного числа. Примеры.
3. Комплексные числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Примеры.
4. Комплексные числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Примеры.
5. Комплексные числа. Действия над комплексными числами в показательной форме. Примеры.
6. Матрицы. Действия над матрицами. Примеры.
7. Ранг матрицы. Теорема Кронекера - Капелли.
8. Определители. Свойства определителей. Примеры.
9. Обратная матрица. Способы нахождения обратной матрицы. Примеры.
10. СЛАУ. Матричный метод решения СЛАУ. Пример.

11. СЛАУ. Метод Крамера решения СЛАУ. Пример.
12. СЛАУ. Метод Гаусса решения СЛАУ. Пример.
13. Приращение функции и приращение аргумента. Определение производной.
14. Правила и формулы дифференцирования. Пример.
15. Физический и механический смысл производной. Пример.
16. Уравнение касательной к графику функции. Пример.
17. Первообразная. Неопределенный интеграл. Примеры.
18. Неопределенный интеграл. Метод подстановки. Пример.
19. Неопределенный интеграл. Метод интегрирования по частям.
20. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Примеры.
21. Физический смысл определенного интеграла. Пример.
22. Геометрический смысл определенного интеграла. Пример.

Часть В

1. Найти обратную A^{-1} матрицу к заданной $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$.
2. Найти неопределенный интеграл $\int \sin 3x \, dx$.
3. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2 + 2i$.
4. Найти произведения матриц AB , где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
5. Найти ранг матрицы
 - а. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & -6 \\ 4 & -6 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
6. Вычислить $\frac{3-2i}{1+i}$.
7. Вычислите интеграл

$$\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} \, dx$$
8. Решить уравнение в комплексных числах $4z^2 + 4z + 5 = 0$.
9. Вычислите интеграл

$$\int_1^9 \frac{6x}{\sqrt{x}} dx$$
10. Записать комплексное число в тригонометрической форме $z = 2 + 2i$.
11. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 3$ на возрастание (убывание).
12. Записать комплексное число в показательной форме $z = 2 - 2i$.
13. Найдите производную функции

$$y = -\frac{5}{4}x^4 + 3x^2 - 2x + 11$$
14. Вычислите $\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2$.
15. Найдите производную функции

$$y = \frac{3 + 2x}{x - 5}$$

16. Вычислить $\int_1^3 \frac{x^4 + 3x^3 - 1}{x} dx$.

17. Найти интеграл $\int \frac{dx}{7x - 12}$

18. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{5x}{x^2 - 1}$ в точке $x_0 = 2$.

19. Найти матрицу $C = -2A + 3B$

а. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$

20. Вычислить $\int_1^2 \frac{4x^5 + 2x^2 - 6}{2x} dx$

21. Решить систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

22. Найдите производную функции $y = 3x \cdot \sin x$

23. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}.$

24. Найти интеграл $\int \frac{dx}{3x + 2}$

25. Найти значение комплексного числа $(1 + i\sqrt{3})^9$.

26. Найдите произведение матриц $A \cdot B$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}.$

27. Найдите ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -7 & 3 & 9 \\ 4 & 1 & 0 & 3 & 5 \\ -2 & 4 & -14 & 6 & 18 \end{pmatrix}$$

28. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 2x$ в точке $x_0 = 2$.

Найдите производную функции

29. $y = \frac{5 - x}{x + 2}$

30. Выполните действия с матрицами $2A - 3B^T$

$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 6 & 6 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 0 & 1 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}.$

31. Найдите ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -7 & 3 & -9 \\ 4 & 1 & 0 & 3 & 5 \\ -2 & 4 & -14 & 6 & 18 \end{pmatrix}$$

32. Найти значение комплексного числа $(1 - \sqrt{3}i)^{12}$.

33. Найдите произведение матриц $A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

34. Запишите в тригонометрической форме комплексное число

$$a. \quad z = 3\sqrt{2} - 3i.$$

35. Вычислите значение производной функции $y = \frac{3x}{x^2+2x}$ в точке $x_0 = 1$.

36. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 0 \\ -1 & 8 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

37. Найти решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -2. \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

38. Выполнить действия $2 - 5i - (1 + 2i)$.

4 Система оценивания комплекта ФОС текущего контроля и промежуточной аттестации

При оценивании практической работы и форм промежуточной аттестации студента учитывается следующее:

- качество выполнения практической части работы.

Каждый вид работы оценивается по пяти бальной шкале.

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

Критерии оценивания практических работ.

Практическая работа оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Каждое задание оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех заданий оценка соответствует средней.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания самостоятельных работ.

Критерии оценивания решений задач.

«5» (отлично) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе нормативных источников и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

«4» (хорошо) – составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор нормативных источников; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.

«3» (удовлетворительно) – задание выполнено, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе нормативных источников; задача решена не полностью или в общем виде.

«2» (неудовлетворительно) – задача решена неправильно.

Критерии оценивания контрольных работ.

«5» (отлично) – решено 81-100% заданий.

«4» (хорошо) – решено 61 – 80% заданий.

«3» (удовлетворительно) – решено 41 – 60% заданий.

«2» (неудовлетворительно) – решено менее 40% заданий.

Критерии оценивания итоговой контрольной работы.

* выполнены правильно 80 – 100% заданий – оценка «отлично» (5);

* выполнены правильно 60 – 79% заданий – оценка «хорошо» (4);

* выполнены правильно 45 – 59% заданий – оценка «удовлетворительно» (3);

* выполнены правильно 35 – 44% заданий – оценка «неудовлетворительно» (2).

Критерии оценивания ответов по экзаменационным билетам.

Ответ по экзаменационному билету оценивается максимально оценкой «5» (отлично).

Первый вопрос максимально оценивается оценкой «5» (отлично).

Каждая из двух задач оценивается отдельно максимально оценкой «5» (отлично).

По результатам оценивания всех трех заданий оценка соответствует средней.